

**Exercice N° 01 : (2.5 pts)**

Citer les différentes grandeurs physiques associées à un système électromécanique (entrées, sorties et internes) avec schématisation.

**Exercice N° 02 : (10 pts)**

I. Expliquer pour chaque terme, pourquoi l'équation de la tension du rotor n'existe pas dans la

(MSAP Machine Synchrones à Aimant Permanent). 
$$\bar{v}_r = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\varphi}_r}{dt} + j(\omega_s - \omega)\bar{\varphi}_r$$

II. Soit les équations vectorielles suivantes décrivant la MSAP saillant.

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\Phi}_s}{dt} + j\omega_s \bar{\Phi}_s \quad \text{et} \quad \bar{\Phi}_s = L_s \bar{i}_s + \bar{\Phi}_r \quad \bar{\Phi}_r : \text{flux de l'aimant (réel).}$$

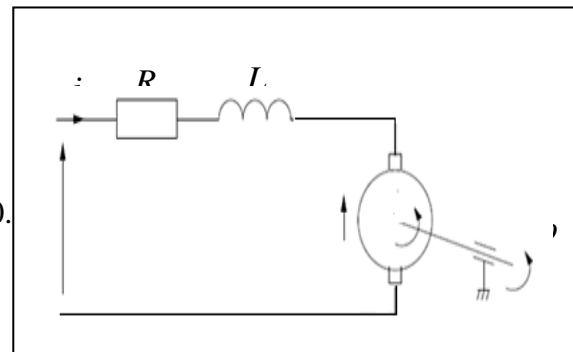
Où  $\omega_s = p\Omega_s$  vitesse électrique.

1. Donner la projection de ces équations sur les deux axes de Park (d,q).
2. Donner la formule du couple électromagnétique  $C_{em} = f(L_d, L_q, i_{sd}, i_{sq}, \varphi_r)$  ainsi que la vitesse mécanique. En déduire le couple de la MSAP lisse, ce dernier à quel couple de machine ressemble-t-il ?
3. Quelle est la différence principale entre une MSAP lisse et MSAP saillant.  
Par un schéma explicatif et le théorème d'Ampère montrer que  $L_d > L_q$  ?
4. Donner le schéma bloc de simulation de cette MSAP lisse en modèle flux.
5. a) En exploitant les deux équations (II.1), donner l'expression de la puissance absorbée par la machine.  
b) A partir de cette puissance, retrouver l'expression du couple électromagnétique en exploitant les relations :  $\omega_s = p\Omega_s$ , et  $C_e = \frac{P_e}{\Omega_s}$  et la quantité  $\frac{d\Phi_d}{dt} i_d + \frac{d\Phi_q}{dt} i_q$  une puissance réactive n'entrant pas dans le calcul du couple  $C_e$ .

**Exercice N° 03 : (07.50 pts)**

1. Soit le schéma, de la MCC, ci-contre :

- a/ Donner l'équation de la tension  $u(t)=f(R,L,i,e)$ .
- b/ Donner l'équation mécanique de cette MCC,  $\omega(t)=f(C_e,J,f)$ ,  $Cr=0$ .
- c/ Donner l'équation du couple électromagnétique  $C_e$  et la  $f_{cem} e$   
Sachant que  $k_e=k_v$ .



2. En choisissant  $x_1=i$  et  $x_2=\omega$  et  $y=\omega$  mettre le système sous forme de :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{et} \quad y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad \text{en précisant A, B, C et D.}$$

3. En appliquant la relation :  $F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D$

Trouver la fonction de transfert de la MCC  $F(s)$ .

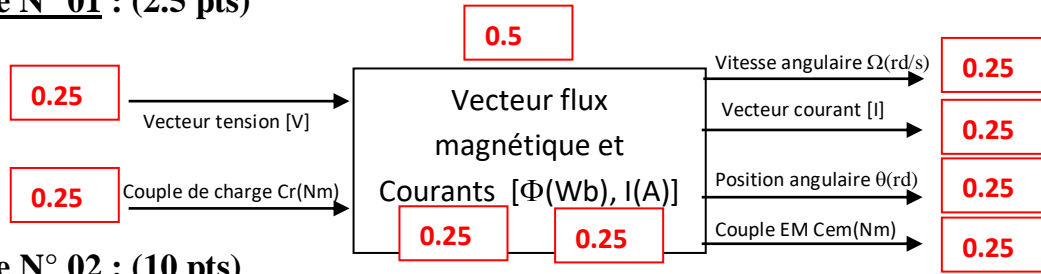
4. Montrer  $F(s)$  peut se mettre sous la forme :  $F(s) = \frac{K_g}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \alpha \tau_2) s + 1}$

Où  $K_g$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\alpha$  sont des paramètres à déterminer . Que représentent  $K_g$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .

5. Donner le schéma bloc de simulation de cette machine, au choix :

- F(s) (en spécifiant la fonction de transfert du courant et la vitesse)
- Ou la représentation d'état.

**Exercice N° 01 : (2.5 pts)**



**Exercice N° 02 : (10 pts)**

I. L'existence de l'aimant annule les tensions et les courants rotoriques, le rotor tourne avec la vitesse du synchronisme, pulsation des courants statoriques, donc le glissement est nul. Ce qui implique que l'équation des tensions rotoriques n'existe pas.

$$\vec{v}_r = R_r \vec{i}_r + \frac{d\varphi_r}{dt} + j(\omega_s - \omega)\varphi_r$$

↑            ↑            ↑            ↑  
 $v_r=0$  ;  $i_r=0$  ;  $\varphi_r=cte$  (flux de l'aimant),  $\omega_s - \omega = 0$ ;

II.1/ les composantes des équations sur (d,q) :

$$v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_s \varphi_{sq} + \frac{d\varphi_{sd}}{dt} \quad \text{0.5}$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_s \varphi_{sd} + \frac{d\varphi_{sq}}{dt} \quad \text{0.5}$$

$$\varphi_{sd} = L_{sd} i_{sd} + \varphi_r \quad \text{0.5}$$

$$\varphi_{sq} = L_{sq} i_{sq} \quad \text{0.5}$$

2/ le couple électromagnétique :

$$C_e = p \Im m(\vec{i}_s \cdot \vec{\varphi}_s^*) = p(\varphi_{sd} \cdot i_{sq} - \varphi_{sq} \cdot i_{sd}) = p((L_{sd} - L_{sq})i_{sd} \cdot i_{sq} + \varphi_r i_{sq}) \quad \text{0.25}$$

la vitesse de la machine :  $J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_v \Omega \Rightarrow \Omega = \frac{C_e - C_r}{J.S + f} \quad \text{0.25}$

Couple MSAP lisse  $L_{sd} = L_{sq} \Rightarrow C_e = p \varphi_r i_{sq}$ , il est identique à une MCC à excitation séparée. 0.25

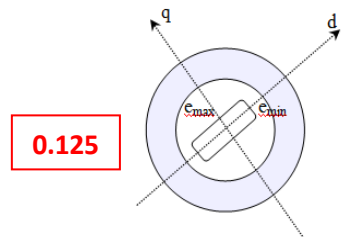
3/ l'entrefer pour une MSAP lisse est constant (uniforme) ( $L_d = L_q$ ) pour une MSAP saillant l'entrefer est variant ( $L_d > L_q$ ) 0.25

selon le théorème d'Ampère :  $H \cdot e = Ni$  ;  $\varphi = B \cdot S$  ;  $B = \mu_0 \cdot H$  ;  $H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{\varphi}{\mu_0 \cdot S} \Rightarrow \frac{\varphi}{\mu_0 \cdot S} \cdot e = Ni \Rightarrow$

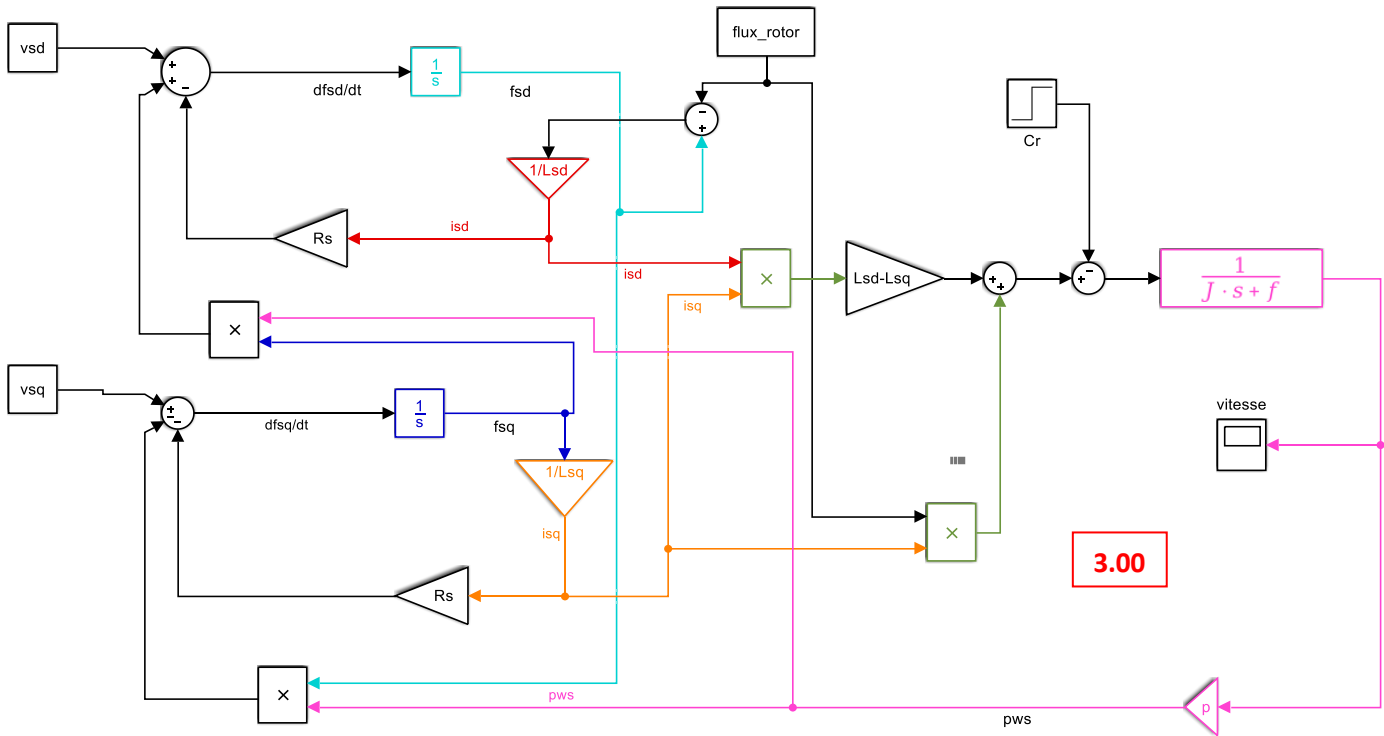
$\varphi = \frac{Ni\mu_0 \cdot S}{e}$  L'inductance propre d'une bobine de N spires traversée par le courant I et crée le flux  $\varphi$ :

$$L_{p/Bobine} = \frac{N\varphi}{i} = \frac{N Ni\mu_0 \cdot S}{e} \sim \frac{1}{e} ; \text{ il vient : } L_d = k \cdot \frac{1}{e_{min}} ; L_q = k \cdot \frac{1}{e_{max}} \quad \text{0.125}$$

le rapport :  $\frac{L_d}{L_q} = \frac{\frac{1}{e_{min}}}{\frac{1}{e_{max}}} = \frac{e_{max}}{e_{min}} > 1 \Rightarrow L_d > L_q \quad \text{0.125}$



**4/** le schéma bloc de simulation de cette MSAP lisse en modèle flux.



**5/** Calculons la puissance électromagnétique en raisonnant comme pour le calcul d'une puissance instantanée. On ne considère que ce qui dépend des flux direct et inverse et on retire les chutes de tension dues aux résistances.

**0.25**  $v_d \cdot i_d = (Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q) \cdot i_d$

**0.25**  $v_q \cdot i_q = (Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d) \cdot i_q$

**0.25**  $P_a = v_d \cdot i_d + v_q \cdot i_q = (Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q) \cdot i_d + (Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d) \cdot i_q$

**0.25**  $P_e = P_a - P_{pertes} = P_a - Ri_d^2 - Ri_q^2 = (\frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q) \cdot i_d + (\frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d) \cdot i_q$

$$P_e = \frac{d\Phi_d}{dt} \cdot i_d - \omega\Phi_q \cdot i_d + \frac{d\Phi_q}{dt} \cdot i_q - \omega\Phi_d \cdot i_q$$

$$P_e = \left( \frac{d\Phi_d}{dt} \cdot i_d + \frac{d\Phi_q}{dt} \cdot i_q \right) - (\omega\Phi_q \cdot i_d - \omega\Phi_d \cdot i_q)$$

L'expression :  $\left( \frac{d\Phi_d}{dt} \cdot i_d + \frac{d\Phi_q}{dt} \cdot i_q \right)$  correspond à la puissance réactive.

Il reste donc :

**0.25**  $P_e = C_e \Omega = -(\omega\Phi_q \cdot i_d - \omega\Phi_d \cdot i_q)$ , avec  $\Omega = \frac{\omega}{p}$  vitesse angulaire mécanique.

ce qui donne, finalement, la formule du couple :

**0.25**  $C_e = \frac{P_e}{\Omega} = \frac{\omega(\Phi_d \cdot i_q - \Phi_q \cdot i_d)}{\omega/p} = p(\Phi_d \cdot i_q - \Phi_q \cdot i_d)$

### Exercice N° 03 (7.5 pts)

1/ Les équations de la MCC sont :

a/ équation de la tension :  $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$  , 0.25

b/ équation mécanique :  $Ce = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega$  ,  $Cr = 0$  0.25

c/ équation du couple :  $Ce = k_c \cdot i$  0.25 équation de la fcem :  $e(t) = k_v \omega$  0.25

2/ représentation d'état :

$x_1 = i$  et  $x_2 = \omega$  , entrée la tension  $u$  , la sortie la vitesse  $\omega$

La fonction du MCC est :  $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \Rightarrow u(t) = Rx_1 + L \frac{dx_1}{dt} + kx_2$

$\Rightarrow \frac{dx_1}{dt} = -\frac{R}{L}x_1 - \frac{k}{L}x_2 + \frac{1}{L}u$  0.25

$Ce = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega = ki \Rightarrow J \frac{dx_2}{dt} + fx_2 = kx_1 \Rightarrow \frac{dx_2}{dt} = \frac{k}{J}x_1 - \frac{f}{J}x_2$  0.25

$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k}{L} \\ \frac{k}{J} & -\frac{f}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u$  ,  $y = \omega = x_2 \Rightarrow y = (0 \ 1) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{k}{L} \\ \frac{k}{J} & -\frac{f}{J} \end{bmatrix}$  , 0.25  $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$  , 0.25  $C = (0 \ 1)$  , 0.25  $D = 0$

3/ En appliquant la relation :  $F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D$

$F(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{k}{JLs^2 + (RJ + Lf)s + fR + k^2}$  0.5

4/ F(s) peut être mise sous la forme :  $F(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_g / (Rf + k^2)}{\frac{LJ}{Rf + k^2} s^2 + \frac{RJ + Lf}{Rf + k^2} s + 1}$  0.5

par identification avec  $F(s) = \frac{K_g}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \alpha \tau_2) s + 1}$

Il vient :  $\tau_2 = \tau_{el} = \frac{L}{R}$  ; 0.25  $\tau_1 = \tau_{em} = \frac{RJ}{Rf + k^2}$  0.25  $K_G = \frac{K}{Rf + k^2}$  0.25  $\alpha = \frac{Rf}{Rf + k^2}$  0.25

$\tau_{el}$  : constante de temps électrique. 0.25

$\tau_{em}$  : constante de temps électromécanique. 0.25

$K_G$  : est le gain statique du MCC. 0.25

### 5/ schéma de simulation

