

Chapitre 4 : Commande des machines synchrones

Commande vectorielle de la MSAP

I.1 Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents

I.1.1. hypothèses simplificatrices

La modélisation s'appuie sur les hypothèses suivantes:

- ✓ L'entrefer est d'épaisseur uniforme et l'effet d'encochage est négligeable.
- ✓ La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables.
- ✓ Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température et on néglige l'effet de peau.
- ✓ On admet de plus que la f.m.m créée par chacune des phases des deux armatures est à répartition sinusoïdale.
- ✓ Parmi les conséquences importantes de ces hypothèses, on peut citer:
- ✓ L'additivité des flux;
- ✓ la constance des inductances propres;
- ✓ la loi de variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements du stator et du rotor en fonction de l'angle électrique de leurs axes magnétiques.

I.1.2. Modélisation de la MSAP

1. Le modèle triphasé de la MSAP (modèle en abc)

a) équation électrique

Les tensions, flux et courants statoriques triphasés, sont écrits avec les notations vectorielles suivantes respectivement : $[V_s]$, $[\varphi_s]$ et $[I_s]$.

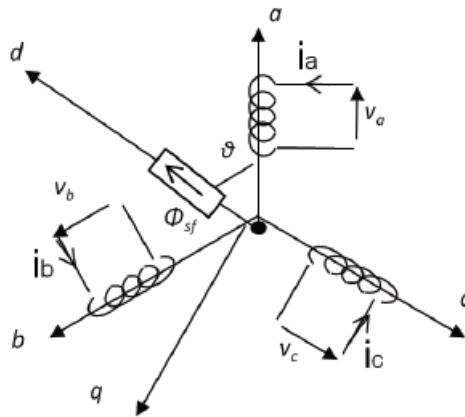


Figure 1. MSAP dans le repère triphasé

$$[V_s] = [R_s][I_s] + \frac{d[\varphi_s]}{dt}$$

$$[\varphi_s] = [L_s][I_s] + [\varphi_{sf}]$$

avec

$[V_s] = [V_a V_b V_c]^T$: Vecteur tensions statoriques.

$[i_s] = [i_a i_b i_c]^T$: Vecteur courants statoriques.

$[\varphi_s] = [\varphi_a \varphi_b \varphi_c]^T$: Vecteur flux statoriques.

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} : \text{Matrice resistances du stator.}$$

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} : \text{Matrice inductance du stator.}$$

$$[\varphi_s] = \varphi_{sf} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} : \text{Vecteur flux engendré par l'aimant.}$$

Avec:

φ_{sf} : Valeur crête (constante) du flux crée par l'aimant à travers les enroulements statoriques.

θ : Angle entre l'axe d et l'axe de référence dans le système triphasé défini par:

$$\theta(t) = \int_0^t \omega d(\tau)$$

$$\text{Avec } \omega = p \omega_r$$

ω : La pulsation électrique.

p : Le nombre de paire de pôles de la machine ;

ω_r : La vitesse de rotation de la machine (rotor).

Le modèle électrique doit être complété par les expressions du couple électromagnétique et de la vitesse, décrivant ainsi le mode mécanique.

b) équation électromagnétique

Le C_e est donné par l'équation :

$$C_{em} = [i_s]^T \left[\frac{1}{2} \frac{d[L_{ss}]}{d\theta} \right] [i_s] + \frac{1}{2} \frac{d[\varphi_{sf}]}{d\theta}$$

c) équation mécanique

Elle est sous la forme :

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = C_{em} - C_r - f \cdot \omega_r$$

Avec:

C_{em} : Couple électromagnétique délivré par le moteur.

C_r : Couple résistant.

f : Coefficient de frottement.

J : Moment d'inerte du moteur.

2. Le modèle biphasé de la MSAP (modèle en dq)

a1) Principe de la transformation de Park (1929)

Le modèle diphasé de la MSAP s'effectue par une transformation du repère triphasé réel en un repère diphasé fictif, qui n'est en fait qu'un changement de base sur les grandeurs physiques (tensions, flux, et courants), il conduit à des relations indépendantes de l'angle θ et à la réduction d'ordre des équations de la machine. La transformation la plus connue par les électrotechniciens est celle de Park.

Le repère (d,q) peut être fixé au stator (α,β), au rotor (u,v) ou au champ tournant (d,q), selon l'objectif de l'application.

La figure (2) présente la MSAP en modèle vectoriel (modèle de Park) :

Le repère (oa) est fixe. Le repère (d,q) tourne avec la vitesse de synchronisme ω_r.

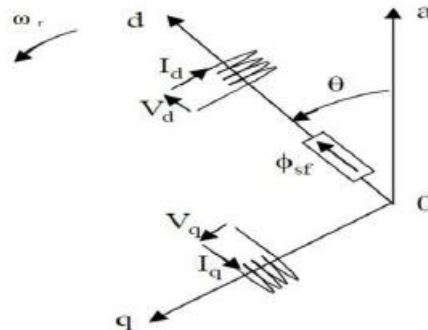


Figure 2. MSAP dans le repère (d,q) tournant

a2) Passage direct : du triphasé au diphasé

l'équation donnant le passage du triphasé au biphasé (d,q) est donnée par :

$$[X_{dq0}] = P(\theta) \cdot [X_{abc}]^T$$

Avec:

P(θ): La matrice de passage direct de Park.

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

X= tensions ou courants ou flux.

$$\begin{aligned} [V_{dq0}] &= P(\theta) \cdot [V_{abc}]^T \\ [i_{dq0}] &= P(\theta) \cdot [I_{abc}]^T \\ [\varphi_{dq0}] &= P(\theta) \cdot [\varphi_{abc}]^T \end{aligned}$$

X₀: La composante homopolaire, ajoutée pour rendre la transformation réversible, elle est nulle lorsque le système est en équilibre.

a3) Passage inverse : du diphasé au triphasé

La transformée de Park inverse est nécessaire pour revenir aux grandeurs triphasées, elle est définie par:

$$[X_{abc}] = P(\theta)^{-1} [X_{dq0}]$$

La matrice de passage inverse de park P(θ)⁻¹ est donnée par :

$$P^{-1}(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

3) Principe de la transformation de Concordia

La transformation direct de Concordia est déterminée par une matrice [c], elle correspond les vecteurs des axes (a,b,c) aux vecteurs des axes (α,β, 0), elle est appliquée aux tensions, aux courants, et aux flux, $[V_{abc}], [I_{abc}], [\varphi_{abc}]$ sformés en $[V_{\alpha\beta 0}], [I_{\alpha\beta 0}], [\varphi_{\alpha\beta 0}]$

Le vecteur X0, représente la composante homopolaire.

a) Passage direct du triphasé au biphasé

Si on pose θ=0 dans les matrice P() et P⁻¹() on trouve les matrices de Concordia.

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_0 \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}$$

Avec:

X_α, X_β : Représentent les vecteurs diphasés qui correspondent aux vecteurs X_a, X_b et X_c .

[C] : La Matrice direct de Concordia, donnée par :

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

b) Passage inverse du biphasé au triphasé

Il est définit par :

$$\begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} = [C]^{-1} \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_0 \end{bmatrix}$$

Avec : $[C]^{-1}$ La Matrice inverse de CONCORDIA

$$[C]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Le coefficient sqrt(2/3) pour la conservation de la puissance lors du passage direct ou inverse pour Park et Concordia.

4) passage du repère (d, q) au repère (α, β)

Le passage des composantes (α, β) aux composantes (d, q) est donné par une matrice de rotation exprimée par :

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad [R] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

[R] Matrice de passage (d,q) vers (α,β).

5) modélisation de la MSAP dans le repère de Park

a) équations électriques

Le modèle de la machine après la transformation de Park est donné par:

$$\begin{cases} V_d = R_s I_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - p\omega_r \varphi_q \\ V_q = R_s I_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + p\omega_r \varphi_d \end{cases} \quad (*)$$

Et les équations des flux sont ;

$$\begin{cases} \varphi_d = L_d I_d + \varphi_{sf} \\ \varphi_q = L_q I_q \end{cases} \quad (**)$$

b) Equation électromagnétique

Le couple électromagnétique C_e dans le référentiel (d, q) est donné par:

$$C_{em} = p \cdot [(L_d - L_q) I_d \cdot I_q + \varphi_{sf} \cdot I_q]$$

c) Equations mécaniques

L'équation mécanique développée par la machine est donnée par:

$$J \frac{d\omega_r}{dt} + f \cdot \omega_r = C_{em} - C_r$$

6) Mise sous forme de l'équation d'état

les tensions (V_d, V_q) et le flux d'excitation φ_{sf} sont considérés comme grandeurs de commande, les courants statoriques (I_d, I_q) comme variables d'état. A partir des équations(*), (**), on peut écrire le système d'équations comme suit :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & P\omega_r \frac{L_q}{L_d} \\ -P\omega_r \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix}$$

Autre configuration dans le cas d'une régulation de la position θ du rotor, il faut prendre celle-ci comme une nouvelle variable d'état et donc le nouveau modèle d'état s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega_r \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & P\omega_r \frac{L_q}{L_d} \\ -P\omega_r \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} P\omega_r i_q \\ -\frac{R_s}{L_q} i_q - \frac{L_d}{L_q} P\omega_r i_d - \frac{\varphi_{sf}}{L_q} P\omega_r \\ \frac{\varphi_{sf}}{J} P i_q - \frac{(L_q - L_d)}{J} P i_q i_d - \frac{f}{J} \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ C_r \end{bmatrix}$$

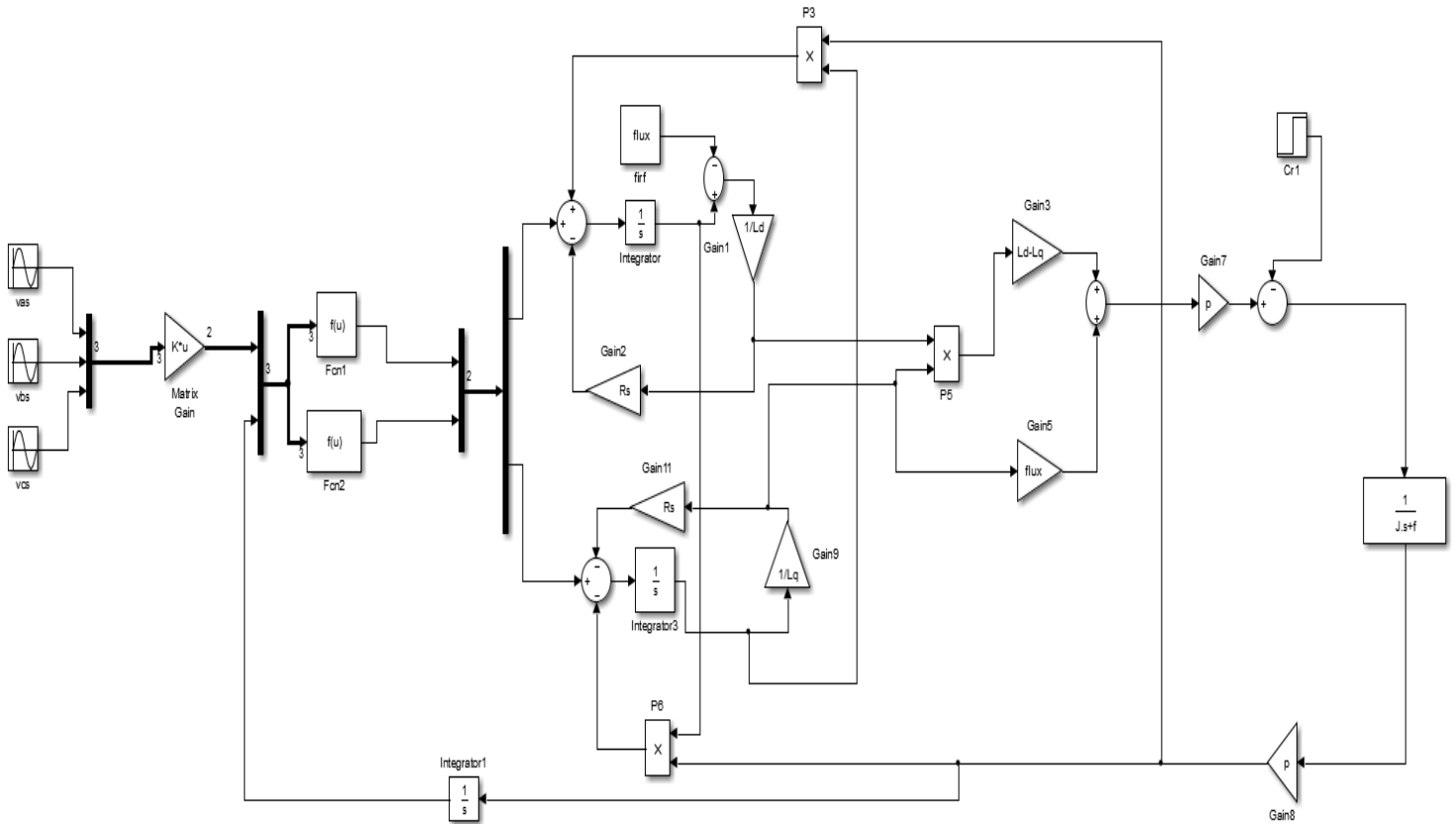


Fig. 3 : Modèle de la machine dans le repère de Park.

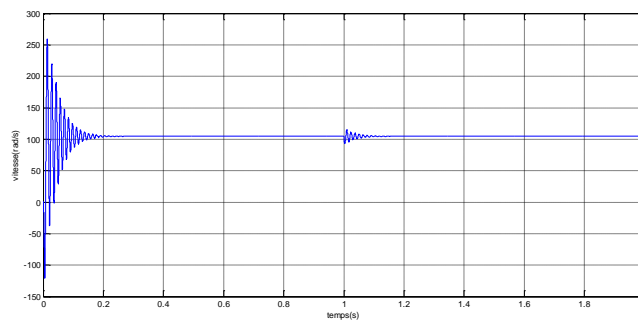


Fig. 4 : vitesse simulée de la MSAP

I.2. Commande vectorielle de la MSAP

1. Modèle de la machine en vue de la commande

Par analyse de l'équation du couple, on peut constater que le modèle est non linéaire et il est couplé. En effet, le couple électromagnétique dépend à la fois des grandeurs I_{sd} et I_{sq} . Donc la solution réside dans la technique de la commande vectorielle pour établir un modèle linéaire et transformer la MSAP en une structure équivalente à la machine à courant continu à excitation séparée.

L'application de la commande vectorielle nécessite que l'axe de la composante I_{sq} soit en quadrature par rapport au flux rotorique par conséquent, la composante I_{sd} du courant statorique doit être linéaire au flux rotorique. Si le courant I_{sd} est dans la même direction que le flux rotorique, le flux statorique suivant l'axe (d) s'ajoute au flux des aimants, ce qui donne une augmentation au flux d'entrefer.

D'autre part, si le courant I_{sd} est négatif, le flux statorique sera en opposition à celui du rotor, ce qui donne une diminution du flux d'entrefer (défluxage).

Le courant I_{sd} doit être nul, lorsque le système travaille à couple constant.

Donc ; $I_{sd} = 0 \Rightarrow I_{sq} = I_s$

D'où : $\phi_{sd} = \phi_f$

Le couple électromagnétique est : $C_e = 1,5 \cdot p \cdot I_q \cdot \phi_f$

Comme le flux $\phi_f = cte$, donc le couple est directement proportionnel à ($I_s = I_{sq}$), $C_e = k_t \cdot I_{sq}$ avec $k_t = 1,5 \cdot p \cdot \phi_f$

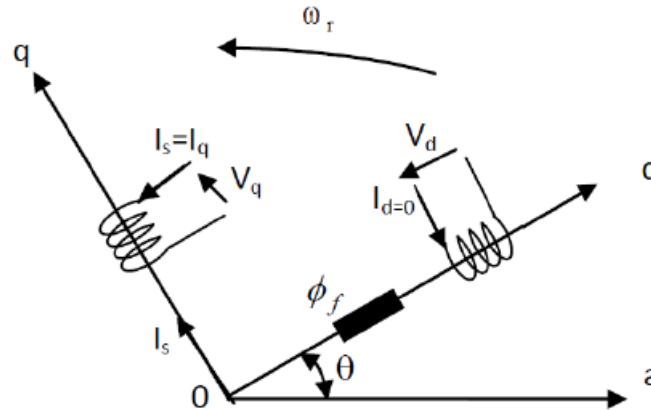


Figure 5 : Principe de la commande vectorielle

Pour $I_{sd} = 0$, le système d'équations de la MSAP sera réduit aux équations suivantes :

$$\begin{cases} V_d = -p\omega_r L_q I_q \\ V_q = R_s I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} + p\omega_r \phi_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_{em} = p\phi_f I_q \\ C_{em} - C_r = J \frac{d\omega_r}{dt} + f\omega_r \end{cases}$$

On remarque que cette stratégie permet d'éliminer le problème de couplage entre les axes (d,q). Lorsque le courant I_{sd} est nul, le modèle de la MSAP est réduit au modèle équivalent à la machine à courant continu à excitation séparée comme le montre la figure 6.

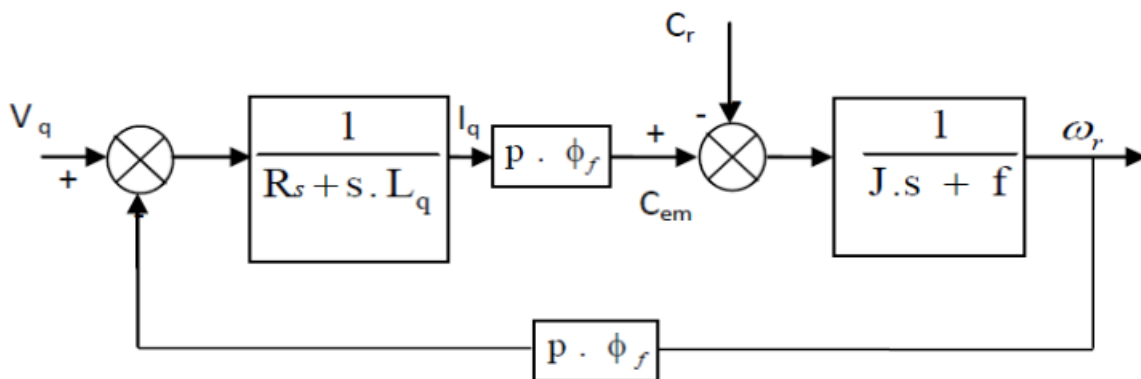


Figure 6. Modèle de MSAP commandé à flux orienté à I_{sd} nul.

2. Découplage par compensation

Le principe de ce découplage revient à définir deux nouvelles variables de commande V_{sd1} et V_{sq1} (figure 7).

$$V_{sd1} = V_d + e_d \tag{*}$$

$$V_{sq1} = V_{sq} + e_q \tag{**}$$

Tel que (e_d, e_q) représente les perturbations à compenser.

$$e_d = \omega L_{sq} I_{sq} \tag{***}$$

$$e_q = -\omega L_{sd} I_{sd} - \omega \phi_f$$

$$V_{sq} = V_{sq1} - e_q$$

$$V_{sd} = V_{sd1} - e_d$$

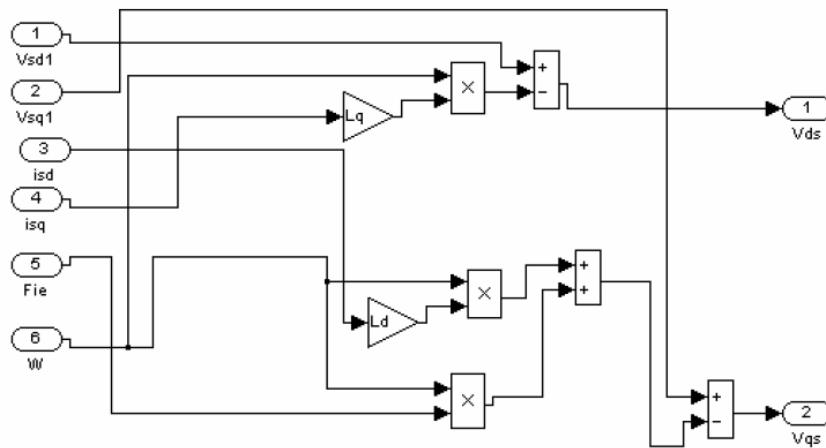


Figure 7. Schéma bloc de compensation

2. Calcul des régulateurs

a/ Régulateur du flux

A partir des équations :

$$R_s I_{sd} + L_{sd} \frac{dI_{sd}}{dt} = V_{sd} - \omega L_{sq} I_{sq}$$

$$R_s I_{sq} + L_{sq} \frac{dI_{sq}}{dt} = V_{sq} - \omega L_{sd} I_{sd} - \omega \phi_f$$

On peut écrire la fonction de transfert suivante:

$$Fd(s) = \frac{1/R_s}{1 + T_{sd}s} = \frac{I_{sd}}{V_{sd1}} \quad | \quad T_{sd} = \frac{L_{sd}}{R_s}$$

Le schéma fonctionnel du contrôle du flux peut être représenté par le schéma bloc, figure 9 :

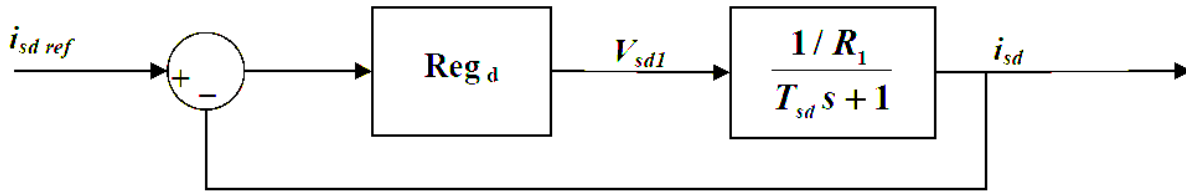


Figure 8. Régulateur du flux

Le régulateur (Reg_d) a une fonction de transfert donnée par :

$$Reg_d(s) = K_d \left(\frac{1+T_{sd} \cdot s}{s} \right),$$

$$\text{avec } FTBO_d = Reg_d \cdot \frac{1}{T_{sd} \cdot s + 1} = K_d \left(\frac{1+T_{sd} \cdot s}{s} \right) \cdot \frac{1}{T_{sd} \cdot s + 1} = \frac{K_d}{R_s \cdot s} = \frac{K'}{s} = T$$

$$\text{et } FTBF_d = \frac{1+T}{T} = \frac{1}{1+\frac{1}{K'}s} = \frac{1}{1+\tau_d \cdot s} = \frac{I_{sd}}{I_{sref}}$$

b/ Régulateur du couple

De même, les équations (*), (**) et (***) permettent de construire le schéma fonctionnel suivant:

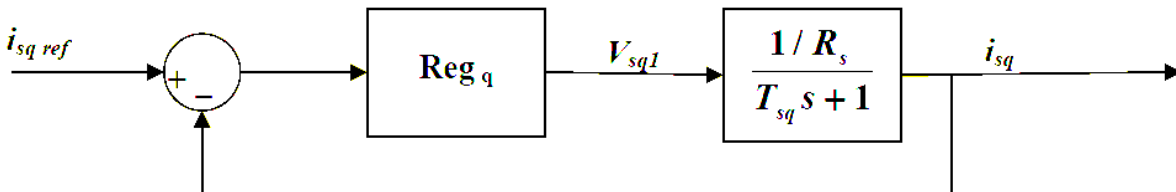


Figure 9. Régulateur du couple

Sachant que (Reg_q) a la même forme que (Reg_d), et si on choisit $\tau_{sq} = T_{sq}$, la fonction de transfert devient :

$$Reg_q(s) = \frac{R_s}{T_{sq}} \left(\frac{1+T_{sq} \cdot s}{s} \right), \text{ avec } T_{sq} = L_s/R_s$$

c/ Régulateur de vitesse :

La transmittance du régulateur PI utilisé peut être exprimée de la manière suivante:

$$Kp + \frac{Ki}{s} = \frac{Ki}{s} (1 + \tau s), \text{ avec : } \tau = \frac{Kp}{Ki}$$

La fonction de transfert du système (machine+régulateur PI) est donnée par:

$$\frac{\Omega(s)}{\Omega_{reff}(s)} = \frac{1 + \tau s}{\frac{J}{K_i} s^2 + \tau s + 1} \tag{oo}$$

En comparant l'équation caractéristique (oo) avec la forme canonique du second ordre

$$G(s) = \frac{1}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1, \text{ on trouve: } \frac{Ki}{J} = \omega_0^2, \tau = \frac{2\xi}{\omega_0}$$

Avec: ξ coefficient d'amortissement.

$$\text{Si on prend } \xi=1, \text{ on aura : } \tau = \frac{2}{\omega_0}, Ki = \frac{4J}{\tau^2}$$

La constante de temps associée au régulateur τ est choisie en fonction de la constante de temps statorique dans l'axe q par : $T_{sq} = L_s/R_s$, qui caractérise la dynamique du couple.

Par conséquent: $Kp = \tau \cdot Ki$

La boucle de régulation de la vitesse est donnée par la figure 9.

