Série n°5

Exercice 1 :

Soit le système suivant : $\begin{cases} \boldsymbol{\alpha x_1 + x_3 = 2} \\ \boldsymbol{\alpha x_1 + 2\alpha x_3 = 1} \\ \boldsymbol{2\alpha x_1 + 2x_2 - x_3 = 3} \end{cases}$

1-Donner la matrice A et le vecteur b du système.

2-Donner l'expression du déterminant de A. Déduire la condition que le système doit satisfaire pour admettre une solution unique.

3- Triangulariser le système par la méthode de gauss.

4-Résoudre le système obtenu.

Exercice 2 :

Soit la matrice A = $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1- Utiliser la méthode de Gauss pour calculer le déterminant de A.
2- Utiliser la même méthode pour trouver la matrice A^{-1}.

Exercice 3 :

1-Montrer que la matrice A est définie positive.

A $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 10 & 6 \\ 6 & 6 & 26 \end{pmatrix}$

2- Appliquer la méthode de Ckolesky pour résoudre le système AX=B

$B=(72 \quad -144 \quad 48)^{tr}$

Exercice 4 :

1) Faire les permutations nécessaires pour assurer la convergence vers la solution du système suivant. $\begin{cases} \boldsymbol{-2x_1 + 10x_3 = 6} \\ \boldsymbol{10x_1 - 2x_2 = 9} \\ \boldsymbol{-x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 7} \end{cases}$

2) Calculer les trois premières itérations par la méthode de Jaccobi, prendre $X^{(0)}=(0,0,0)$

3) Répéter les calcules par la méthode de Gauss-Seidel.