C.U. AbdelhafidBoussouf – Mila

Faculté : ST ***Département : EM/GM*** ***Filière : EM*** ***Module : MSSEM***

M2/S3 ***Année Univ. : 2021/2022*** ***Durée : 1h00***

Contrôle de Remplacement

Exercice N° 01 : (05 pts)

Soit le modèle d'une MCC sous variable d'état donné par :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{-f}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \;;\; B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} \;; C = (1 \quad 0) \text{ et } D = 0.$$

En appliquant la relation : $F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C.(sI - A)^{-1}.B + D$

1. Trouver la fonction de transfert $F(s)$ de cette MCC.
2. Mettre le système sous : $G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_G}{(1+\tau_{el}.S)(1+\tau_{em}.S)}$ en précisant $K_G,\ \tau_{el}\ et\ \tau_{em}$
3. Que représente ces constantes $K_G,\ \tau_{el}\ et\ \tau_{em}$ et quelle est la relation qui existe entre $\tau_{el}\ et\ \tau_{em}$?

Exercice N° 02 : (04 pts)

1. Définir un système dynamique et donner ses caractéristiques puis donner son schéma fonctionnel.
2. Citer les propriétés des systèmes à temps continu.

Exercice N° 03 : (11 pts)

Soit un système triphasé équilibré représenté par les trois axes (a,b,c) décalé de 120°.

Avec : $v_a(t) = v_m.cos(\theta - \varphi)$, $v_b(t) = v_m.cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$, $v_c(t) = v_m.cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right)$,

Et : $i_a(t) = i_m.cos(\theta)$, $i_b(t) = i_m.cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$, $i_c(t) = i_m.cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$.

$v_m\ et\ i_m$: Valeurs maximales.

Dans le repère de Park , où $[x_{dq0}] = [P][x_{abc}]$.

1. Trouver les composantes homopolaires v_0 et i_0.
2. Trouver l'expression de : $v_d\ \ et\ \ v_q$.
3. Trouver l'expression de i_d et i_q.
4. Monter l'invariance de la puissance telle que :

$$P(t)= v_a i_a+v_b i_b+v_c i_c= v_d i_d+v_q i_q +v_0 i_0$$ et en déduire Q.

5. Si $v_m = 100\ V$, $i_m = 2\ A$, $cos\varphi = 0.8$, Calculer P, Q et S. on donne :

$$[P] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -sin\theta & -sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Bonne Chance

Solution du Contrôle de Remplacement

N°01 M2/S3/ST/EM Module : MSSE A/Univ. : 2021/2022

Exercice N° 01 : (05 pts)

Soit le modèle d'une MCC sous variable d'état donné par :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{-f}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \; ; \; B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} \; ; C = (1 \quad 0) \text{ et } D = 0.$$

1. Calcul de la fonction de transfert : En appliquant la relation : $F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C.(sI - A)^{-1}.B + D$ on cherche $F(s)$ de cette MCC.

$$Y(s) = (1\;\;0)\begin{pmatrix} s + \frac{f}{J} & -\frac{K}{J} \\ \frac{K}{L} & s + \frac{R}{L} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} U(s)$$ **0.5**

soit :

$$Y(s) = (1\;\;0)\frac{1}{\left(s + \frac{f}{J}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right) + \frac{K^2}{LJ}} \begin{pmatrix} s + \frac{R}{L} & +\frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & s + \frac{f}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} U(s)$$ **0.5**

avec $\Delta = \left(s + \frac{f}{J}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right) + \frac{K^2}{LJ}$ le déterminent.

qui donne après calcul: $$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{LJ}}{s^2 + \frac{RJ+Lf}{LJ}s + \frac{Rf+K^2}{LJ}} \qquad (**)$$ **1.00**

2. La fonction sous $G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_G}{(1+\tau_{el}.s)(1+\tau_{em}.s)}$

La fonction de transfert peut être écrite :

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_G}{\tau_{el}\tau_{em}}}{\left(s + \frac{1}{\tau_{el}}\right)\left(s + \frac{1}{\tau_{em}}\right)}$$ ou : $$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_G}{(1+\tau_{el}.s)(1+\tau_{em}.s)}$$ **0.50**

avec : $\tau_{el} = \frac{L}{R}$; **0.50** $\tau_{em} = \frac{RJ}{Rf+K^2}$ **0.50** et $K_G = \frac{K}{Rf+K^2}$ **0.50**

3. K_G est le gain statique du MCC. **0.25**

τ_{el} : constante de temps électrique. **0.25**

τ_{em} :constante de temps électromécanique. **0.25**

En général, la partie électromécanique réagit moins vite que la partie électrique et on a : $\tau_{el} \geq \tau_{em}$ **0.25**

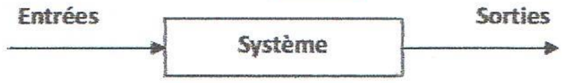
Exercice N° 02 : (04 pts)

1. Un système est dit dynamique si son comportement évolue au cours du temps $\boxed{0.5}$

Un système dynamique est caractérisé par les trois concepts suivants :

- Les fonctions à réaliser (but d'existence). $\boxed{0.5}$
- La structure qui correspond aux moyens mis en œuvre pour accomplir la fonction du système (matérielle et/ou logicielle). $\boxed{0.5}$
- le comportement qui caractérise la forme d'accomplissement par le système d'une ou plusieurs fonctions. $\boxed{0.5}$

Son schéma fonctionnel est : $\boxed{0.5}$



2. les propriétés des systèmes à temps continu sont : **l'invariance**, la **linéarité** et la **causalité**. $\boxed{1.50}$

Exercice N° 03 : (11 pts)

Soit un système triphasé équilibré représenté par les trois axes (a,b,c) décalé de 120°.

Avec : $v_a(t) = v_m.cos(\theta - \varphi)$, $v_b(t) = v_m.cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$, $v_c(t) = v_m.cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right)$,

Et : $i_a(t) = i_m.cos(\theta)$, $i_b(t) = i_m.cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$, $i_c(t) = i_m.cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$.

1. Calcul des composantes homopolaires v_0 et i_0.

$$[x_{dq0}] = [P][x_{abc}].$$

1/ $v_0 = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}v_a + \frac{1}{\sqrt{2}}v_b + \frac{1}{\sqrt{2}}v_c\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}.\frac{1}{\sqrt{2}}\left(v_a + v_b + v_c\right)$ 0,5

$i_0 = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}i_a + \frac{1}{\sqrt{2}}i_b + \frac{1}{\sqrt{2}}i_c\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(i_a + i_b + i_c\right)$ 0,5

le système est équilibré donc : $\bar{x}_a + \bar{x}_b + \bar{x}_c = 0$, $|\bar{x}_a| = |\bar{x}_b| = |\bar{x}_c|$

$x_a \cos\theta + x_b \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + x_c \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) = 0$

$x\left[\cos\theta + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\right] = 0$

$x \neq 0$ $\cos\theta + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) = 0$

donc : $v_0 = 0$ et $i_0 = 0$
0,5 0,5

2/ Calcul de v_d et v_q

$v_d = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(v_a.\cos\theta + v_b \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + v_c \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\right)$

$= \sqrt{\frac{2}{3}}\Big[v_m \cos(\theta - \varphi)\cos\theta + v_m \cos(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi)\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) +$

0,5 $\cos(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi)\cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\Big]$

Sachant que : $\cos x.\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

alors, $\vartheta_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\vartheta_m}{2} \Big[\cos(\theta - \varphi + \theta) + \cos(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\theta}) + \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3} + \theta - \frac{2\pi}{3})$

$+ \cos(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\frac{2\pi}{3}} - \cancel{\theta} + \cancel{\frac{2\pi}{3}}) + \cos(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3} + \theta - \frac{4\pi}{3})$

$+ \cos(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\frac{4\pi}{3}} - \cancel{\theta} + \cancel{\frac{4\pi}{3}}) \Big]$

$= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\vartheta_m}{2} \Big[3\cos\varphi + \cancel{\cos(2\theta - \varphi)} + \cancel{\cos(2\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3})} + \cancel{\cos(2\theta - \varphi - \frac{8\pi}{3})} \Big]$

le reste sa $\Sigma = 0$

$= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} \cdot \vartheta_m \cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{2}}\, \vartheta_m \cos\varphi$ $\quad \boxed{\vartheta_d = \sqrt{\frac{3}{2}}\, \vartheta_m \cos\varphi}$

0,5

de même pour ϑ_q :

$\vartheta_q = +\sqrt{\frac{2}{3}} \Big[-\vartheta_a \sin\theta - \vartheta_b \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - \vartheta_c \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \Big]$

$= -\sqrt{\frac{2}{3}} \Big[\vartheta_m \cos(\theta - \varphi) \sin\theta + \vartheta_m \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \vartheta_m \cos(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \cdot \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \Big]$

0,5

Sachant que : $\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2} \big[\sin(a+b) + \sin(a-b) \big]$

alors : $\vartheta_q = -\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\vartheta_m}{2} \Big[\sin(\theta - \varphi + \theta) + \sin(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\theta}) + \sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3} + \theta - \frac{2\pi}{3})$

$+ \sin(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\frac{2\pi}{3}} - \cancel{\theta} + \cancel{\frac{2\pi}{3}}) + \sin(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3} + \theta - \frac{4\pi}{3})$

$+ \sin(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\frac{4\pi}{3}} - \cancel{\theta} + \cancel{\frac{4\pi}{3}}) \Big]$

$= -\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\vartheta_m}{2} \big[3\sin(-\varphi) \big]$ $\quad$ le reste $\sin(\ ) + \sin(\ ) + \sin(\ ) = 0$

0,5 $\quad \boxed{\vartheta_q = \sqrt{\frac{3}{2}}\, \vartheta_m \sin\varphi}$ $\quad$ le sinus est une fonction impaire $\sin(-\varphi) = -\sin(\varphi)$

2/ Calcul de i_d et i_q :

de m̂ pour i_d et i_q.

$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \Big[i_a \cdot \cos\theta + i_b \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \Big]$

$= \sqrt{\frac{2}{3}} \Big[i_m \cdot \cos^2\theta + i_m \cos^2(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_m \cos^2(\theta - \frac{4\pi}{3}) \Big]$

$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$ $\quad$ 0,5 alors, $i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{i_m}{2} \left[1 + \cos 2\theta + 1 + \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) + 1 + \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{i_m}{2} \left[3 + \underbrace{\cos 2\theta + \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3})}_{\text{syst} \Rightarrow \,=0} \right]$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3}{2} i_m$$

$$\boxed{i_d = \sqrt{\frac{3}{2}}\, i_m} \quad 0,5$$

Calcul de i_q :

$$i_q = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[-i_a \sin\theta - i_b \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - i_c \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]$$

$$= -\sqrt{\frac{2}{3}} \left[i_m \sin\theta \cos\theta + i_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]$$

$\Sigma\, 0$

$$= -\frac{2}{3} \frac{i_m}{2} \left[\sin(\theta + \theta) + \sin(\theta - \theta) + \sin(\theta - \frac{2\pi}{3} + \theta - \frac{2\pi}{3}) + \right.$$

$0,5$

$$\sin(\cancel{\theta} - \cancel{\frac{2\pi}{3}} - \cancel{\theta} + \cancel{\frac{2\pi}{3}}) + \sin((\theta - \frac{4\pi}{3}) + \theta - \frac{4\pi}{3})$$

$$\left. + \sin(\cancel{\theta} - \cancel{\frac{4\pi}{3}} - \cancel{\theta} + \cancel{\frac{4\pi}{3}}) \right]$$

$$= 0$$

$$\boxed{i_q = 0} \quad 0,5$$

4/ Invariance de la Puissance :

$$P(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = v_d \cdot i_d + v_q i_q + v_o i_o$$

le Premier terme: $P(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$

$$P(t) = v_m \cdot \cos(\theta - \varphi) \cdot i_m \cos\theta + v_m \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \cdot i_m \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$+ v_m \cdot \cos(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \cdot i_m \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \quad 0,5$$

$$= v_m i_m \left[\cos(\theta - \varphi) \cdot \cos\theta + \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\theta) - \frac{2\pi}{3}) + \right.$$

$$\left. \cos(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \cdot \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]$$

$$= \frac{v_m i_m}{2} \left[\cos(\theta - \varphi + \theta) + \cos(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\theta}) + \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \theta - \frac{2\pi}{3}) \right.$$

$$\cos(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\frac{2\pi}{3}} - \cancel{\theta} + \cancel{\frac{2\pi}{3}}) + \cos(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3} + \theta - \frac{4\pi}{3})$$

$$\left. + \cos(\cancel{\theta} - \varphi - \cancel{\frac{4\pi}{3}} - \cancel{\theta} + \cancel{\frac{4\pi}{3}} \right]$$

alors, $P(t) = \frac{v_m i_m}{2}\left[3\cos\varphi\right]$

$$P(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = \frac{3}{2} v_m i_m \cos\varphi \text{ ——— } 1$$

0,5

le second terme: $P(t) = v_d i_d + \cancel{v_q} i_q + \cancel{v_o} i_o$

0 0

1

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot v_m i_m \cdot \cos\varphi \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot i_m$$

$$= \frac{3}{2} v_m i_m \cos\varphi \text{ ——— } 2$$

le terme 1 = le terme 2 $\Leftrightarrow$ Invariance de la Puissance.

1

$\boxed{Q = \frac{3}{2} v_m i_m \sin\varphi}$, la puissance réactive.

5/ Calcul de: P, Q et S $\quad v_m = 100\,V$, $i_m = 2\,A$, $\cos\varphi = 0.8$

$P = \frac{3}{2} v_m \cdot i_m \cdot \cos\varphi = \frac{3}{2} \times 100 \times 2 \times 0,8 = 240\,V$

0,5

$\boxed{P = 240\,V}$ 0,5

$Q = \frac{3}{2} v_m i_m \sin\varphi$ 0,25

$= \frac{3}{2} \times 100 \times 2 \times 0,6 = 180\ VAR$ $\boxed{Q = 180\ VAR}$

0,25

0,25

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$, $\boxed{S = 300\,VA}$

0,25

$= \sqrt{240^2 + 180^2}$

$= \sqrt{57600 + 32400}$

$= \sqrt{90000} = \sqrt{(3 \times 10^2)^2} = 300\,VA$