Solution du Contrôle N°01 M2/S3/ST/EM **Module : MSSE** **A/Univ. : 2021/2022**

Exercice 01 : (08 pts) 0.25 0.25

1. $x_\alpha = 0x_1 - x_2cos30 + x_3cos30$ $\quad x_\beta = 1.x_1 - x_2sin30 - x_3sin30$;

0.25 0.25

$x_\alpha = 0x_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_3$ $\quad x_\beta = x_1 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3$ $\quad \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$; 0.5

2. $T = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$; 0.5 dim(T)=2x3 0.5

3. T n'est pas inversible. Car elle n'est pas carrée. Pour l'inverser, il faut ajouter une troisième ligne (vecteur homoploaire). 0.5

4. $x_{\alpha\beta0}=\boldsymbol{k}.\mathbf{T}_1\, x_{123}$, avec $k = \sqrt{\frac{2}{3}}$ et $x_0 = k(\frac{1}{\sqrt{2}}x_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}x_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}x_3)$

a/ $T_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ 0.25 $\quad b)$ $\mathbf{T2} = \boldsymbol{k}.\mathbf{T1}$ $\quad T_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & +\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ 0.25

b/ Les critères d'orthogonalité d'une matrice :

1. Toute matrice orthogonale a un déterminant égal à ± 1 . 0.5

2.$[A]^t.[A] = I_n = [A].[A]^t$ 0.5

3. $[A]$: est inversible et $[A]^{-1} = [A]^t$, $[A^{-1}]^t = [A^t]^{-1}$ 0.5

Calcul du Déterminant de T_2 : $\det(\boldsymbol{k}\mathbf{T}_1)=\boldsymbol{k}^3.\det(\mathbf{T}_1)$

$$\Delta= k^3\left[-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}.\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}.\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right] = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}.\frac{1}{\sqrt{2}}\right).2\right]$$

$$\Delta= \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^3\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{3x2}{2\sqrt{2}}\right)\right] = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{3x2}{2\sqrt{2}}\right) = 1$$ 0.5

Donc T2 c'est une matrice orthogonale et son inverse égale à sa transposée. $T_2^{-1} = T_2'$ 0.5

$$T_2^{-1} = T_2' = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$ 0.5

5. Invariance de la puissance Instantanée :

en triphasé, la puissance instantanée est donnée par : $p(t) = v_a(t).i_a(t) + v_b(t).i_b(t) + v_c(t).i_c(t)$

sous forme matricielle : $p(t) = [v_{abc}]^t.[i_{abc}]$

on a : $[v_{abc}] = [T]^{-1}[v_{\alpha\beta0}]$ 2.0

donc : $p(t) = \left([T]^{-1}[v_{\alpha\beta 0}]\right)^t.\left([T]^{-1}[i_{\alpha\beta 0}]\right)$ et on a d'après les propriétés des transformations matricielles :$([T]^{-1}[v])^t = [v]^t.([T]^{-1})^t$

$$\boldsymbol{p(t) = \left([T]^{-1}[v_{\alpha\beta 0}]\right)^t.\left([T]^{-1}[i]\right) = [v_{\alpha\beta 0}]^t.([T]^{-1})^t.[T]^{-1}[i_{\alpha\beta 0}]}$$

s'il y a une invariance dans la puissance dans la puissance instantanée on aura, alors :

$p(t) = [v_{abc}]^t.[i_{abc}] = [v_{\alpha\beta 0}]^t.[i_{\alpha\beta 0}]$

soit : $([T]^{-1})^t.[T]^{-1} = I$, où I : matrice identité.

Exercice 02 : (07 pts)

1/ les composantes des équations sur (d,q) :

$$v_{sd} = R_s i_{sd} - \omega_s \varphi_{sq} + \frac{d\varphi_{sd}}{dt} \qquad \boxed{0.5}$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \omega_s \varphi_{sd} + \frac{d\varphi_{sq}}{dt} \qquad \boxed{0.5}$$

$$\varphi_{sd} = L_{sd} i_{sd} + \varphi_r \qquad \boxed{0.5}$$

$$\varphi_{sq} = L_{sq} i_{sq} \qquad \boxed{0.5}$$

2/ le couple électromagnétique :

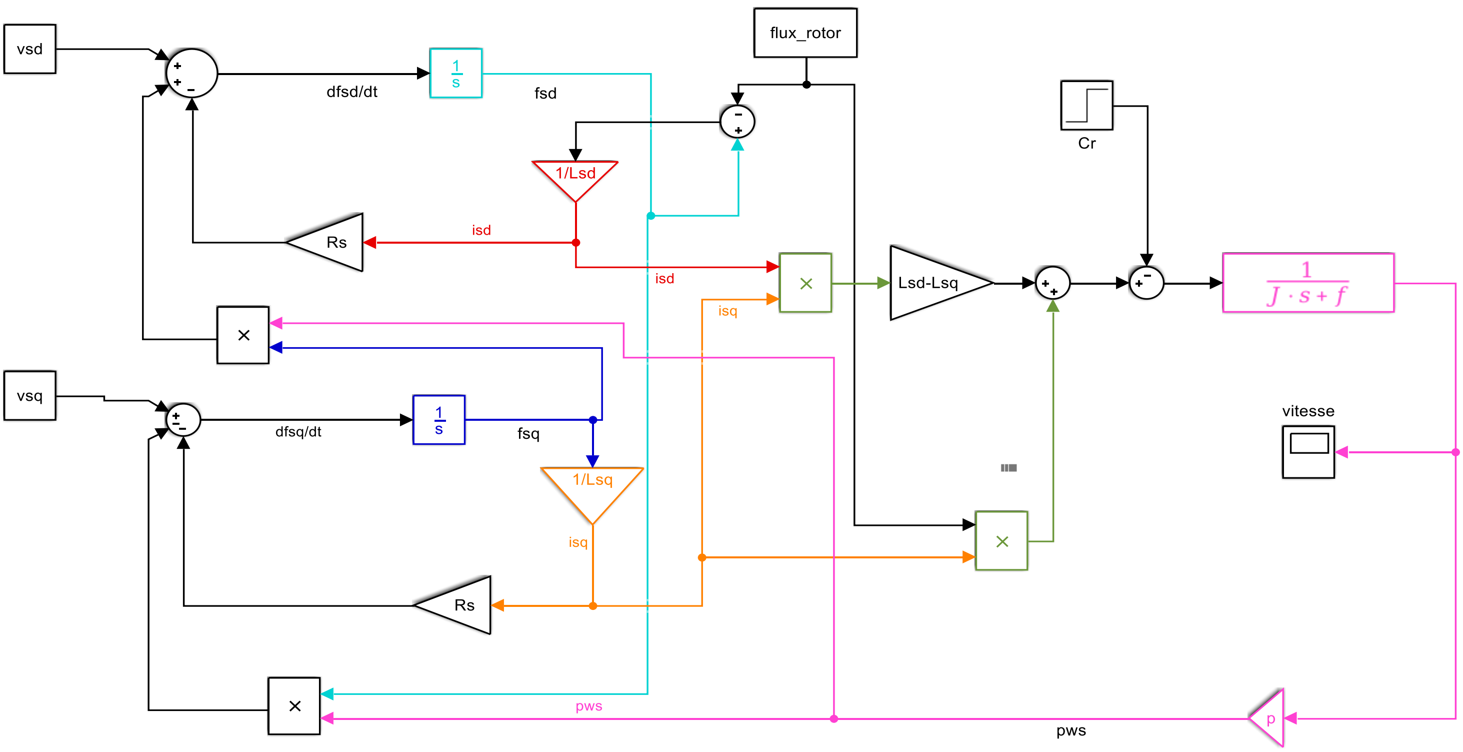
$$C_e = p\Im m(\bar{i}_s.\bar{\varphi}_s^*) = p\left(\varphi_{sd}.i_q - \varphi_{sq}.i_d\right) = p\left((L_{sd} - L_{sq})i_{sd}.i_{sq} + \varphi_r i_{sq}\right) \qquad \boxed{0.5}$$

la vitesse de la machine : $J\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_v\Omega \quad \Rightarrow \quad \Omega = \frac{Ce - Cr}{J.S + f}$ $\boxed{0.5}$

Couple MSAP lisse Lsd=Lsq $\Rightarrow$ $C_e = p\varphi_r i_{sq}$ $\boxed{0.5}$

3/ l'entrefer pour une MSAP lisse est constant (uniforme) pour une MSAP saillant l'entrefer est variant. $\boxed{0.5}$

4/ le schéma bloc de simulation de cette MSAP lisse en modèle flux. $\boxed{3.00}$



<u>Exercice N° 03</u> (05 pts)

1/ La représentation d'état pour $x_1 = \omega = \frac{d\theta}{dt}$, $x_2 = i$ et $x_3=\theta$

entrée la tension $\boldsymbol{u}$, la sortie la position θ.

$Ce = J\frac{d\omega}{dt} + f\omega = ki \Rightarrow J\frac{dx_1}{dt} + fx_1 = kx_2 \Rightarrow \qquad \frac{dx_1}{dt} = -\frac{f}{J}x_1 + \frac{k}{J}x_2$ éq.(1) 0.5

et de l'équation générale :

$u = Ri + L\frac{di}{dt} + k\omega = Rx_2 + L\frac{dx_2}{dt} + kx_1 \Rightarrow \qquad \frac{dx_2}{dt} = -\frac{k}{L}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{1}{L}u$ éq.(3) 0.5

$\frac{dx_3}{dt} = \frac{d\theta}{dt} = \omega = x_1$ éq. (3) 0.5

Sous frome matricielle : $\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{k}{J} & 0 \\ -\frac{k}{L} & -\frac{R}{L} & 0 \\ 10 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u$ 0.5

0.25 0.25 0.25 0.25

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{f}{J} & \frac{k}{J} \\ 0 & -\frac{k}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$, $\quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$, $\quad C = [0\ 0\ 1]$ et D=0