

## Chapitre 6

### Modélisation statique des machines asynchrones en vue de leurs commandes scalaires

#### I. Grandeurs caractéristiques

##### 1. le glissement

Pour un moteur asynchrone, la vitesse mécanique du rotor est  $\Omega$ , elle est différente de  $\Omega_s$  celle du champ tournant (synchronisme) qui correspond aux pulsations du réseau d'alimentation. La différence  $\Omega_s - \Omega$  est nommée vitesse de glissement.

Le rapport  $(\Omega_s - \Omega)/\Omega_s$  donne le glissement  $g$ .

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \frac{N_s - N}{N_s}, \text{ avec } \omega_s = p\Omega_s \text{ et } \omega = p\Omega \text{ (rd/s)}, N = 60\Omega/2\pi \text{ (tr/min)}$$

##### 2. Fréquence rotorique

Le bobinage rotorique est balayé par le flux tournant statorique à la vitesse de glissement  $\Omega_s - \Omega$ .

La pulsation des grandeurs rotoriques est :  $\omega_r = p(\Omega_s - \Omega) = \omega_s - \omega$

Puisque :  $g = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} \Rightarrow \omega_r = g \cdot \omega_s$

##### 3. Modèle de la machine asynchrone en régime permanent

Prenant le modèle de la machine asynchrone dans le référentiel du synchronisme pour  $\omega_{\text{obs}} = \omega_s$  (modélisation vue dans le régime dynamique) il vient que :

#### Equations aux tensions

$$\begin{cases} \bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\Phi}_s}{dt} + j\omega_s \bar{\Phi}_s \\ 0 = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\Phi}_r}{dt} + j(\omega_s - \omega_r) \bar{\Phi}_r \end{cases}$$

Dans le régime permanent,  $\frac{d\bar{\Phi}_s}{dt} = 0 = \frac{d\bar{\Phi}_r}{dt}$ , il en résulte :

$$\text{Stator : } \bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + j\omega_s \bar{\Phi}_s \quad \text{rotor : } 0 = R_r \bar{i}_r + j(\omega_s - \omega_r) \bar{\Phi}_r$$

#### Equations aux flux

$$\text{Stator : } \bar{\Phi}_s = L_s \bar{i}_s + M \bar{i}_r \quad \text{rotor : } \bar{\Phi}_r = L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_s$$

En remplaçant les flux dans les équations aux tensions on aura :

Stator :

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + j\omega_s \bar{\Phi}_s = R_s \bar{i}_s + j\omega_s (L_s \bar{i}_s + M \bar{i}_r) = R_s \bar{i}_s + j\omega_s L_s \bar{i}_s + j\omega_s M \bar{i}_r \quad (1)$$

Rotor :

$$0 = R_r \bar{i}_r + j(\omega_s - \omega_r) \bar{\Phi}_r = R_r \bar{i}_r + j(\omega_s - \omega_r)(L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_s) = R_r \bar{i}_r + jg\omega_s(L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_s) = R_r \bar{i}_r + jg\omega_s L_r \bar{i}_r + jg\omega_s M \bar{i}_s$$

Soitn en divisant par g, on aura :

$$0 = \frac{R_r}{g} \bar{i}_r + j\omega_s L_r \bar{i}_r + j\omega_s M \bar{i}_s \quad (2)$$

#### 4. Schéma équivalent

##### 4.1 Modèle à inductances couplées

Les équations (1) et (2) nous permettent de tracer le schéma équivalent de la figure 1 :

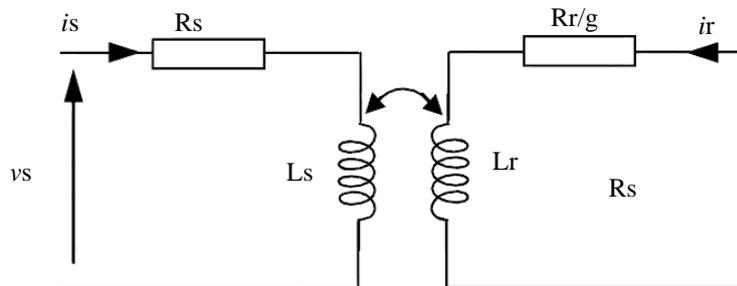


Figure 1. Schéma équivalent du moteur asynchrone-Modèle à inductances couplées

##### 4.2. Modèle à inductances de fuites partielles

Les équations (1) et (2) peuvent être réécrites comme suit :

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + j\omega_s (L_s - M) \bar{i}_s + j\omega_s M (\bar{i}_r + \bar{i}_s)$$

$$0 = \frac{R_r}{g} \bar{i}_r + j\omega_s (L_r - M) \bar{i}_r + j\omega_s M (\bar{i}_s + \bar{i}_r)$$

Ces deux équations correspondent au schéma équivalent de la figure 2.

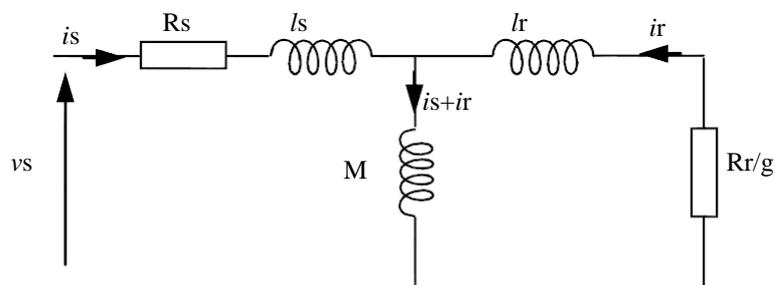


Figure 3. Schéma équivalent du moteur asynchrone-Modèle à inductances de fuites partielles

avec :

$l_s = L_s - M$  : inductance cyclique des fuites statoriques.

$l_r = L_r - M$  : inductance cyclique des fuites rotoriques.

### 4.3 Modèle à fuites totalisées au rotor ramené au stator

On réécrit les équations des flux statorique et rotorique.

Au stator :

$$\bar{\Phi}_s = L_s \bar{i}_s + M \bar{i}_r = L_s \left( \bar{i}_s + \frac{M}{L_s} \bar{i}_r \right) = L_s (\bar{i}_s + \bar{i}_r') \quad (3)$$

$$\bar{i}_r' = \frac{M}{L_s} \bar{i}_r : \text{courant rotorique ramené au stator.}$$

$$\frac{M}{L_s} = m_{s \rightarrow r} : \text{rapport de transformation dans le sens stator} \rightarrow \text{rotor.}$$

Au rotor :

$$\bar{\Phi}_r = L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_s = L_r \bar{i}_r - \frac{M^2}{L_s} \bar{i}_r + \frac{M^2}{L_s} \bar{i}_r + M \bar{i}_s$$

Soit :

$$\bar{\Phi}_r = L_r \left( 1 - \frac{M^2}{L_r L_s} \right) \bar{i}_r + M \left( \bar{i}_s + \frac{M}{L_s} \bar{i}_r \right) = \sigma L_r \bar{i}_r + M (\bar{i}_s + \bar{i}_r')$$

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_r L_s} : \text{Coefficient de dispersion de Blondel.}$$

On pose  $N_r = \sigma L_r$  : inductance de fuites totalisées au rotor, et on peut écrire finalement :

$$\bar{\Phi}_r = N_r \bar{i}_r + M (\bar{i}_r' + \bar{i}_s) \quad (4)$$

En remplaçant ces nouveaux flux (3) et (4) dans (1) et (2) on aura :

Au stator :

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + j\omega_s \bar{\Phi}_s = R_s \bar{i}_s + j\omega_s L_s (\bar{i}_s + \bar{i}_r') \quad (5)$$

Au rotor :

$$0 = \frac{R_r}{g} \bar{i}_r + j\omega_s \bar{\Phi}_r = \frac{R_r}{g} \bar{i}_r + j\omega_s N_r \bar{i}_r + j\omega_s M (\bar{i}_r' + \bar{i}_s)$$

Multiplions les deux cotés par  $L_s/M$ , on aura :

$$0 = \frac{R_r}{g} \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 \bar{i}_r + j\omega_s N_r \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 \bar{i}_r + j\omega_s L_s (\bar{i}_r' + \bar{i}_s)$$

$$0 = \frac{R_r'}{g} \bar{i}_r' + j\omega_s N_r' \bar{i}_r' + j\omega_s L_s (\bar{i}_r' + \bar{i}_s) \quad (6)$$

Les équations (5) et (6) nous permis de tracer le schéma équivalent suivant :

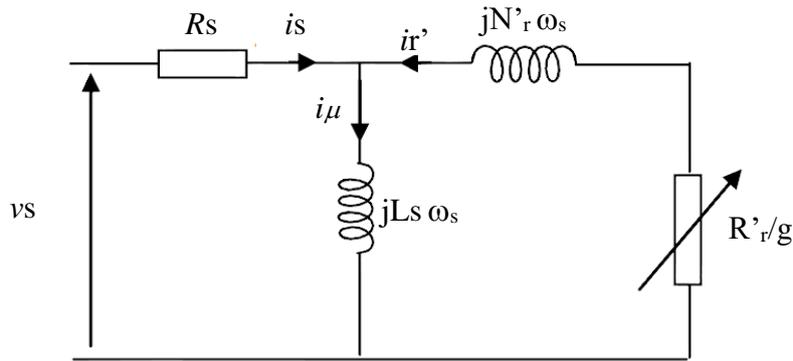


Figure 3. Schéma équivalent du moteur asynchrone-Modèle à Fuites totalisées au rotor ramené au stator

Sur ce schéma on a :

$$\bar{i}_r' = \frac{M}{L_s} \bar{i}_r : \text{courant rotorique ramené au stator.}$$

$$N_r' = \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 N_r : \text{inductances de fuites totalisés au rotor.}$$

$$R_r' = \left( \frac{L_s}{M} \right)^2 R_r : \text{résistance rotorique ramenée au stator.}$$

Pour tenir compte des pertes fer, une résistance  $R_\mu$ , est ajoutée avec l'inductance  $L_s$ , ce qui donne le schéma de la figure 4.

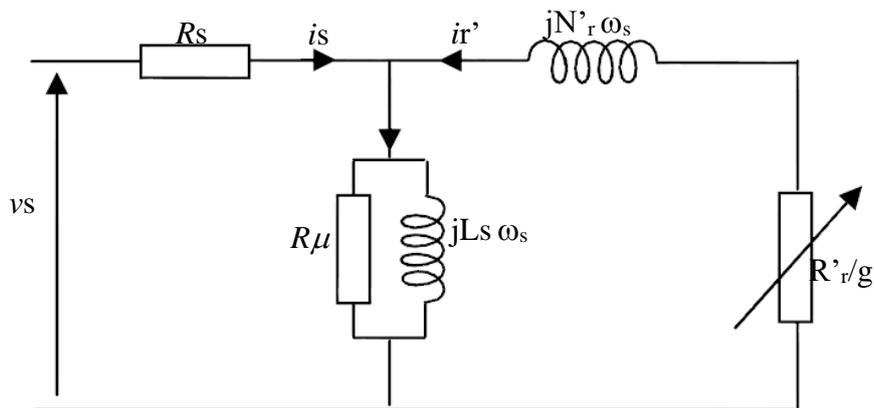


Figure 4. Schéma équivalent du moteur asynchrone-Modèle à fuites totalisées au rotor ramené au stator avec prise en compte des pertes fer

## 5. Bilan des puissances

### \* Puissance active

Le moteur absorbe une puissance active donnée par :

$$P_a = 3v \cdot i \cdot \cos\varphi$$

Une partie de cette puissance est dissipée sous forme Joule et une autre sous forme de pertes fer au stator. Le reste traverse l'entrefer c'est la transmise ou électromagnétique.

- Pertes joules stator :  $P_{js} = 3 \cdot R_s \cdot i_s^2$
- Pertes fer : (hystérésis et courant de Foucault):  $P_f \approx 3V_s^2/R_\mu$

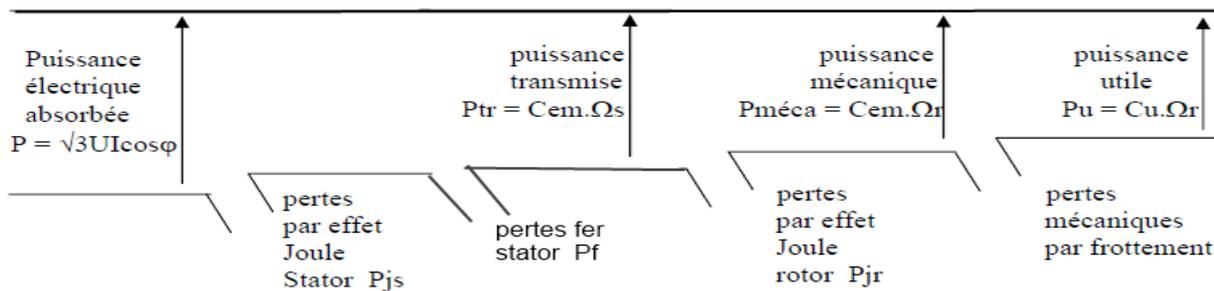
La puissance transmise ou Em est :  $P_{tr} = P_a - P_{js} - P_f$

Une partie de  $P_{tr}$  est dissipée en pertes joules au rotor  $P_{jr}$  dans l'enroulement rotorique, le reste  $P_m$  est transformé en puissance mécanique.

- Pertes joules rotor :  $P_{jr} = 3 \cdot R_r \cdot i_r^2 = P_{jr} = 3R_r i_r^2 = 3R_r' i_r'^2$

$$P_m = P_{tr} - P_{jr} = P_{tr} - 3R_r i_r^2 = P_{tr} - 3R_r' i_r'^2$$

La puissance utile :  $P_u = P_m - \text{pertes mécaniques}$ .



En fonctionnement normal, on néglige les pertes dans le fer du rotor car les variations de l'induction dans le fer du rotor ont une fréquence  $gf$  très faible.

$$P_{tr} = 3 \frac{R_r}{g} i_r'^2 \quad \text{or} \quad P_{jr} = 3R_r' i_r'^2$$

Donc :  $P_{jr} = g \cdot P_{tr}$

Cette relation donnant les pertes Joule au rotor en fonction de  $P_{tr}$  et de  $g$  est très utilisée car  $R_r$  et  $i_r$  ne sont pas mesurables dans un moteur à cage.

### \* Puissance réactive

La puissance réactive consommée par la machine s'exprime par :

$$Q_a = 3 \frac{v_s^2}{L_s \omega_s} + 3N_r' \omega_s i_r'^2 \quad \text{or} \quad P_{jr} = 3R_r' i_r'^2$$

$$Q_a = 3 \frac{v_s^2}{L_s \omega_s} + 3N_r' \omega_s I_r'^2$$

Elle se compose d'un terme constant appelé puissance réactive magnétisante correspondant à la magnétisation du circuit magnétique et principalement de l'entrefer, et un terme variable avec le courant, donc de la puissance appelée, correspondant aux fuites magnétiques.

## 6. Couple

Pour le schéma de la figure 4, on négligeant  $R_s$  on peut poser :

D'après le schéma précédent :

$$i'_r = \frac{v_s}{\sqrt{X_2^2 + \left(\frac{R'_2}{g}\right)^2}}$$

Avec  $X_2 = N^2 r \omega_s$

$$C_e = \frac{P_{tr}}{\Omega_s} = \frac{P_{tr}}{\omega_s/p} = \frac{p \cdot P_{jr}}{\omega_s g} = \frac{3pR'_r}{g\omega_s} i_r'^2 = \frac{3pR'_r}{g\omega_s} \cdot \frac{v_s^2}{X_2^2 + \left(\frac{R'_r}{g}\right)^2}$$

D'après la relation précédente, on voit que le couple  $C_e$  varie en fonction du glissement  $g$  (donc de la vitesse  $n$ ) et la caractéristique mécanique sera  $C_e = f(g)$  ou  $C_e = f(n)$ .

Au démarrage  $n=0$  donc :  $g=1$ , le couple de démarrage ou de décollage peut être calculé :

Par :

$$C_e = \frac{3pR'_r}{\omega_s} \cdot \frac{v_s^2}{X_2^2 + R_r'^2} = ct = Cd$$

On peut calculer le couple maximal par :  $dC_e/dg=0$  ce qui donne :  $g_{max} = R'_r/X_2$

Le couple maximal sera alors :

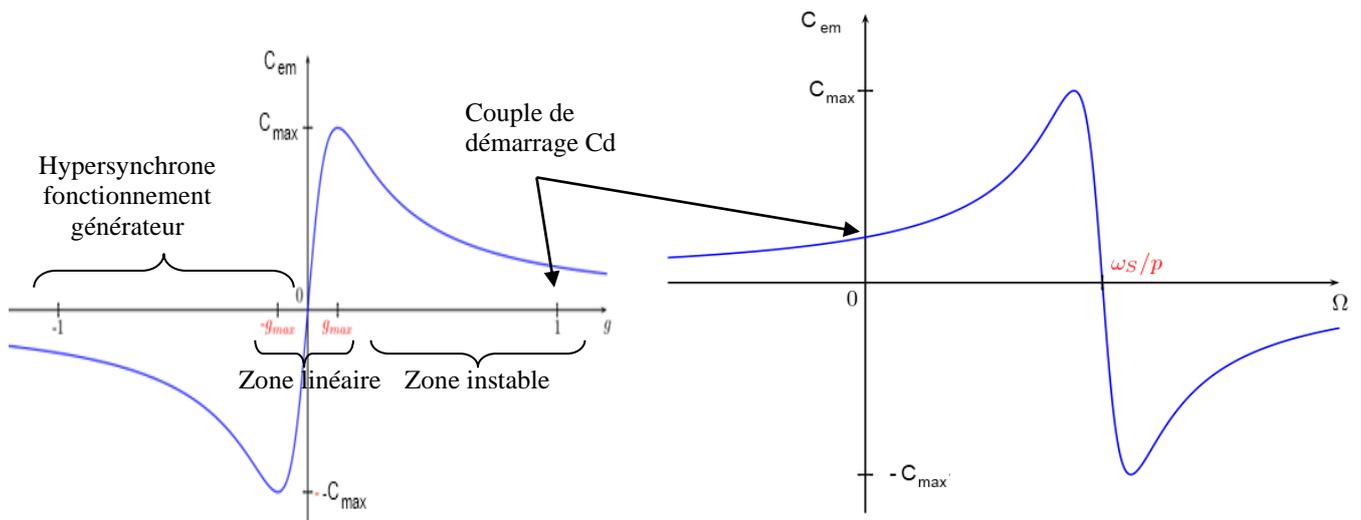
$$C_{max} = \frac{3p}{2\omega_s} \frac{v_s^2}{X_2} = \frac{3p}{2\omega_s} \frac{v_s^2}{\omega_s L_s} = k \left(\frac{v_s}{f}\right)^2$$

### **Formule de Kloss :**

L'expression du couple en fonction du glissement  $g$  et  $C_{max}$  est la formule de Kloss qui est :

$$C_e = \frac{2C_{max}}{\frac{g}{g_{max}} + \frac{g_{max}}{g}}$$

On peut alors tracer l'évolution du couple en fonction du glissement ou de la vitesse rotor :



On constate sur ces courbes qu'il y a une zone (lorsque le glissement est faible, près de la vitesse de synchronisme) où le couple est linéaire par rapport à la vitesse. Cette zone correspond au point de fonctionnement nominal du moteur.

Le couple de démarrage s'obtient en prenant  $g=1$ . La zone  $g > g_{max}$  est instable, ces points ne sont parcourus qu'en régime transitoire.

Lorsque  $g < 0$ , le rotor tourne à une vitesse supérieure à la vitesse de synchronisme. On est alors en fonctionnement hypersynchrone. La machine asynchrone fonctionne en générateur (mode de fonctionnement des éoliennes).

## 7. Réglage de la vitesse des moteurs asynchrones

Nous étudions ici les méthodes simples permettant de régler la vitesse de la machine pour une charge donnée, en agissant sur le réseau et sur les paramètres de la machine. Ces méthodes peuvent être étudiées à partir du modèle à impédances groupées et de la formule simplifiée du couple :

$$C_e = \frac{2C_{max}}{\frac{g}{g_{max}} + \frac{g_{max}}{g}}, \quad \text{avec } C_{max} = k\left(\frac{v_s}{f}\right)^2 \quad \text{et } g_{max} = R'_r/X_2$$

Les paramètres de réglage sont donc :

- ✓ la tension efficace stator  $v_s$
- ✓ la fréquence d'alimentation  $f$
- ✓ la résistance du rotor  $R'_r$  qui peut être modifiée seulement pour les machines à rotor bobiné.

Pour le réglage de la vitesse et la commande scalaire voir chapitre 3 M1/S2