

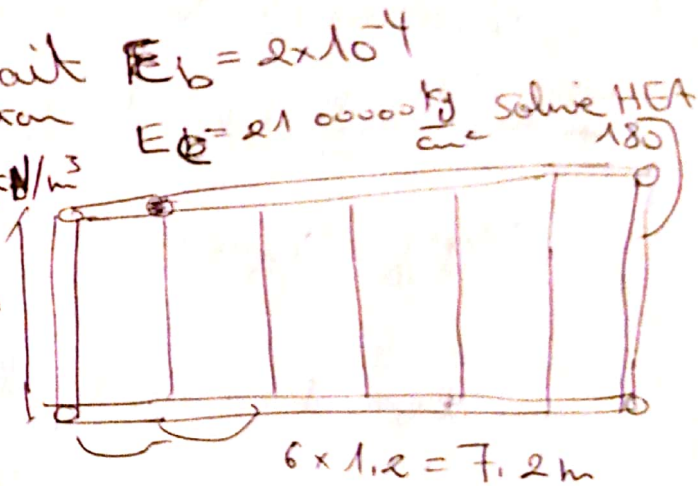
EX01

Soit le plan "étage courant" d'un plancher mixte appartenant à un bâtiment industrielle à usage de bureau contreventé par portiques, le plancher mixte présente les caractéristiques suivantes :

Trame (7.2 x 5m), surcharge de stockage 10 kN/m<sup>2</sup>  
 dalle en BA coulé sur bacs d'acier d'épaisseur e = 8mm  
 entre axe des solives 1.2m, Acier de classe S235  
 $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ . Coefficient d'équivalence acier/Béton

$n = 15$ , coefficient de retrait de béton  $\epsilon_b = 2 \times 10^{-4}$   
 $\rho_{solive} = 35.5 \text{ kg/m}$  de béton  $E_c = 210000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  solive HEA 180  
 $\alpha_u = 0.58$   $M_{traction} = 25 \text{ kN/m}^3$

On demande de dimensionner les solives en répondant aux questions suivantes



- 1) Calculer le moment d'inertie de la section mixte dalle/portique dans le cas d'un profilé HEA 180
- 2) Calculer les contraintes de flexions, tracer le diagramme correspondant
- 3) Calculer les contraintes additionnelles dues au retrait de béton
- 4) Calculer les contraintes finales et tracer le diagramme correspondant
- 5) Vérifier l'effort tranchant et la flèche

## Solution

1) Calcul du moment d'inertie de la section mixte

\* La surface mixte :  $S = A + \frac{B}{n}$

$$A = 45,3 \text{ cm}^2$$

$$B = b \times e = 120 \times 8$$

$$\Rightarrow S = 45,3 + \frac{120 \times 8}{15} \Rightarrow S = 109,3 \text{ cm}^2$$

\* position de l'axe neutre ( $\Delta$ ):  $h(\text{HEA } 180) = 171 \text{ mm}$

$$d = \frac{B}{n} \cdot \frac{(e+h)}{2S} = \frac{120 \times 8}{15} \cdot \frac{(8+171)}{2 \times 109,3} = 7,31 \text{ cm}$$

$$V_i = \frac{h}{2} + d = 8,5 + 7,31 = 15,81$$

$$V_s = \frac{h}{2} + e - d = \frac{17}{2} + 8 - 7,31 = 9,2 \text{ cm}$$

$$V_s = (h+e) - V_i = 25 - 15,8 = 9,2 \text{ cm}$$

\* moment d'inertie mixte

$$I_{\Delta} = I_A + A d^2 + \frac{b e^3}{12n} + \frac{b e}{n} \left( \frac{e+h}{2} - d \right)^2$$

$$I_A = 2510 \text{ cm}^4 \text{ (HEA } 180)$$

$$I_{\Delta} = 2510 + 45,3 \times (7,3)^2 + \frac{120 \times 8^3}{12 \times 15} + \frac{120 \times 8}{15} \left( \frac{8+17}{2} - 7,3 \right)^2$$

$$I_{\Delta} = 7029,11 \text{ cm}^4$$

2) Calcul des contraintes de flexion

\* Le moment isostatique de la solive

$$M = \left( \frac{q_u l^2}{8} \right) \quad \text{ou} \quad M = \left( \frac{P l^2}{2} \right) b$$

$$q_u = 1,35 G + 1,5 Q$$

(2)

$$q_u = 1.35(25 \times 0.08 \times 1.2 + 35.5 \times 10^{-2}) + 1.5 \times 10 \times 1.2$$

~~$$q_u = 1.35(2.4 + 0.355) + 18$$~~

$$q_u = 3.72 + 18 = 21.72 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

$$M = \frac{q_u l^2}{8} = \frac{21.72 \times (8)^2}{8} = 67.87 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$= 67.87 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

\* Les contraintes de flexion (poutre et dalle)

→ Contraintes de flexion dans la poutre d'acier

Fibre inférieure:

$$\sigma_{aci} = \frac{M}{I} v_i = \frac{10^6 \times 67.87 \times 15.81 \times 10}{7029.11 \times 10^4} = 152.65 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$= 152.65 \text{ MPa (traction)}$$

$$\sigma_{as} = \frac{M(v_s - e)}{I} = \frac{67.87 \times 10^6 \times (9.2 - 8) \times 10}{7029.11 \times 10^4}$$

$$= 11.586 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx 11.59 \text{ MPa}$$

\* Contraintes de flexion dans la dalle:

$$\sigma_{bc} = \frac{M}{I_n} (v_s - e) = \frac{67.87 \times (9.2 - 8) \times 10^3}{7029.11 \times 15} = 0.77 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bs} = \frac{M \cdot v_s}{I_n} = \frac{67.87 \times 9.2 \times 10^3}{7029.11 \times 15} = 5.95 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$= 5.95 \text{ MPa}$$

(8)

Calcul des contraintes additionnelles dues au retrait de beton :

$$E_a = 210000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 2,1 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 2,1 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$

$$\beta = \frac{h+e}{2} = \frac{17,1+8}{2} = 12,55 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{I_A}{A \times \beta} = \frac{2510}{45,3 \times 12,55} = \frac{2510}{568,51} = 4,41 \text{ cm}$$

$$k = \frac{B \cdot E_a \cdot \epsilon \cdot B \cdot A}{n I_A \cdot A + B \frac{I}{A} + B A \cdot \beta^2}$$

$$k = \frac{(120 \times 8) \cdot 2,1 \times 10^4 \cdot 2 \times 10^{-4} \times 12,55 \times 45,3 \times (10)}{(15 \times 2510 \cdot 45,3) + (120 \times 8 \cdot 2510) + (120 \times 8 \times 45,3 \times (12,55)^2)}$$

$$k = 209,06 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 0,21 \text{ MPa}$$

$$y_1 = \frac{h}{2} + \alpha = \frac{17,1}{2} + 4,41 = 12,96 \text{ cm}$$

$$y_2 = y_1 + e = 12,96 + 8 = 20,96 \text{ cm}$$

\* Contrainte

Dans la poutre en acier

$$\sigma'_{as} = k y_1 = 209,06 \times 12,96 = 2709,41 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 27,21 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{ai} = k (h - y_1)$$

$$\sigma'_{ai} = 209,06 (17,1 - 12,96)$$

$$\sigma'_{ai} = 865,51 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = -8,65 \text{ MPa}$$

(4)

• Dans la dalle (Béton)

$$\sigma'_{bx1} = \frac{1}{h} (E_a \cdot \varepsilon - K y_1) \Rightarrow \sigma'_{bx1} = \frac{1}{15} (27,1 \times 10^7 \times 2 \times 10^{-4} - 209,06 \times 12,96)$$

$$\sigma'_{bx1} = \cancel{1490,58} - 99,37 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = -0,99 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{bx2} = \frac{1}{h} (E_a \cdot \varepsilon - K y_2) = \frac{1}{15} (27,1 \times 10^7 \times 10 \times 2 \times 10^{-4} - 209,06 \times 20,96)$$

$$\sigma'_{bx2} = -12,13 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = -0,121 \text{ MPa}$$

Contraintes finales du plancher mixtes

Acier:  $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{af_s} = \sigma_{as} + \sigma'_{as} \leq \bar{\sigma}_s = f_y \\ \sigma_{af_i} = \sigma_{ai} + \sigma'_{ai} \leq \bar{\sigma}_s = f_y \end{array} \right.$

Acier  $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{af_s} = 11,59 + 27,21 = 38,8 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa} \\ \sigma_{af_i} = -152,6 - 8,65 = -161,25 \text{ MPa (CV)} \end{array} \right.$

Béton  $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{bf_s} = \sigma_{bs} + \sigma'_{bx2} \leq \bar{\sigma}_b \\ \sigma_{bf_i} = \sigma_{bi} + \sigma'_{bx1} \leq \bar{\sigma}_b \end{array} \right.$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{bf_s} = 5,95 + 0,121 = 5,83 \text{ MPa} \\ \sigma_{bf_i} = 0,77 + 0,99 = -0,22 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$\sigma_{bc} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 25 = 15 \text{ MPa} < \text{CV}$$

⑤

3) Vérification des efforts tranchants

$$\bar{\sigma} \leq \bar{\sigma} = 0.58 f_y = 134.3 \text{ MPa}$$

$$V = q_{ul} \frac{l}{2} = \frac{21.72 \times 5}{2} = 54.3 \text{ kN/m}$$

$$\bar{\tau} = \frac{V}{bh} = \frac{54.3 \times 10^3}{180 \times 171} = 1.76 \text{ MPa}$$

$$1.76 \text{ MPa} < 0.58 \times 235 \Rightarrow \text{CV}$$

La flèche de la solive  $f \leq \bar{f}$

$$\bar{f} = \frac{L}{400} = \frac{5 \times 10^2}{400} = 1.25 \text{ m} = 12.5 \text{ cm}$$

$$f = \frac{5 q_{ser} L^4}{384 EI} \leq \bar{f}$$

$$q_{ser} = (1.2 \times 0.108 \times 25 + 35.5 \times 10^{-2}) + 1.2 \times 10$$

$$= 14.76 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$f = \frac{5 \times 14.75 \times (5000)^4}{384 \times 2.1 \times 10^5 \times 7029.11 \times 10^4} = 8.13 \text{ cm} < 12.5 \text{ cm}$$

$$f = \frac{5 \times 14.75 \times 10^3 \times 10^3 \times 5000^4}{384 \times 2.1 \times \frac{10^7}{10^2} \times 7029.11 \times 10^4} = 8.13 \text{ cm}$$