Exercice N° 01 :

A partir des équations :

$$\begin{cases} \bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \dfrac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega_{OBS}\bar{\varphi}_s \\ \bar{v}_r = R_r \bar{i}_r + \dfrac{d\bar{\varphi}_r}{dt} + j(\omega_{OBS} - \omega)\bar{\varphi}_r \end{cases} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + M \bar{i}_r \\ \bar{\varphi}_r = L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_r \end{cases} \qquad (2)$$

$$C_{em} = k.p\Im m(\bar{\imath}_s.\bar{\varphi}_s^*) \qquad (3)$$

$$J\frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_v\Omega \qquad (4)$$

et dans le référentiel (α,β) du stator, développer un modèle d'état touts courants $(\bar{\imath}_s, \bar{\imath}_r)$ sous forme :

$[L][\dot{x}] = A.[x] + B.[u]$ ou [L] : matrice des inductances

1. Donner A (4x4).
2. Mettre A sous forme : $[A] = [A_1] + \omega[A_2]$
3. Donner la formule du couple $C_{em} = f(\bar{\imath}_s, \bar{\imath}_r)$.
4. Donner la formule de la vitesse mécanique $\frac{d\Omega}{dt} = f(J, C_r, C_{em}, f)$.
5. Donner le schéma bloc décrivant la solution général de ce système sur SIMULINK.

Solution :

Dans le référentiel (α,β) lié au stator, on a : $\omega_{obs}=0$. En remplaçant dans nos équations on aura :

$$\begin{cases} \bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \dfrac{d\bar{\varphi}_s}{dt} \\ \bar{v}_r = R_r \bar{i}_r + \dfrac{d\bar{\varphi}_r}{dt} - j\omega\bar{\varphi}_r \end{cases}$$

par projection sur (α,β) ⇒

$$\begin{cases} v_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d\varphi_{s\alpha}}{dt} \\ v_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d\varphi_{s\beta}}{dt} \\ 0 = R_r i_{r\alpha} + \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} + \omega\varphi_{r\beta} \\ 0 = R_r i_{r\beta} + \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} - \omega\varphi_{r\alpha} \end{cases} \qquad (*)$$

$$\begin{cases} \overline{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + M \bar{i}_r \\ \overline{\varphi}_r = L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_r \end{cases}$$ par projection sur (α,β) ⇒

$$\begin{aligned} {}_{\alpha s} &= L_s i_{ds} + M i_{\alpha r} \\ {}_{\beta s} &= L_s i_{\beta s} + M i_{r\beta} \\ {}_{\alpha r} &= L_r i_{\alpha r} + M i_{\alpha s} \\ {}_{\beta r} &= L_r i_{\beta r} + M i_{\beta s} \end{aligned}$$ en remplaçant dans (*)⇒

$$\begin{cases} v_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + L_s \frac{di_{s\alpha}}{dt} + M \frac{di_{r\alpha}}{dt} \\ v_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + L_s \frac{di_{s\beta}}{dt} + M \frac{di_{r\beta}}{dt} \\ 0 = R_r i_{r\alpha} + M \frac{di_{s\alpha}}{dt} + L_r \frac{di_{r\alpha}}{dt} + \omega M i_{s\beta} + \omega L_r i_{r\beta} \\ 0 = R_r i_{r\beta} + M \frac{di_{s\beta}}{dt} + L_r \frac{di_{r\beta}}{dt} - \omega M i_{s\alpha} - \omega L_r i_{r\alpha} \end{cases}$$ peut être écrite :

$$\begin{cases} L_s \frac{di_{s\alpha}}{dt} + M \frac{di_{r\alpha}}{dt} = v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha} \\ L_s \frac{di_{s\beta}}{dt} + M \frac{di_{r\beta}}{dt} = v_{s\beta} - R_s i_{s\beta} \\ M \frac{di_{s\alpha}}{dt} + L_r \frac{di_{r\alpha}}{dt} = 0 - \omega M i_{s\beta} - R_r i_{r\alpha} - \omega L_r i_{r\beta} \\ M \frac{di_{s\alpha}}{dt} + L_r \frac{di_{r\alpha}}{dt} = 0 + \omega M i_{s\alpha} + \omega L_r i_{r\alpha} - R_r i_{r\beta} \end{cases}$$ peut être écrite :

$$\begin{bmatrix} L_s & 0 & M & 0 \\ 0 & L_s & & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{i}_{r\alpha} \\ \dot{i}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & & 0 \\ 0 & -\omega M & -R_r & -\omega L_r \\ \omega M & 0 & \omega L_r & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[L][\dot{i}] = [A][i] + [B][v] \quad \Rightarrow [L]^{-1}[L][\dot{i}] = [L]^{-1}([A][i] + [B][v]) \Rightarrow$$

$$[\dot{i}] = [L]^{-1}([A][i] + [B][v]) \Rightarrow [\dot{i}] = [L]^{-1}([A_1 + \omega A_2][i] + [B][v])$$

$$C_{em} = k.p\Im m(\bar{\imath}_s.\bar{\varphi}_s^*) = 1.5.pM(i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}) \qquad \text{(II.3)}$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f.\Omega \qquad \text{(II-4)}$$

2. La matrice d'évolution [A] peut être décomposée comme suit :

```
A1=[Rs 0 0 0;0 Rs 0 0; 0 0 Rr 0;  0 0 0 Rr];

A2=[0 0 0 0;0 0 0 0; 0 M 0 Lr; -M 0 -Lr 0];

L=[Ls 0 M 0; 0 Ls 0 M; M 0 Lr 0; 0 M 0 Lr];
BB=inv(L)
```

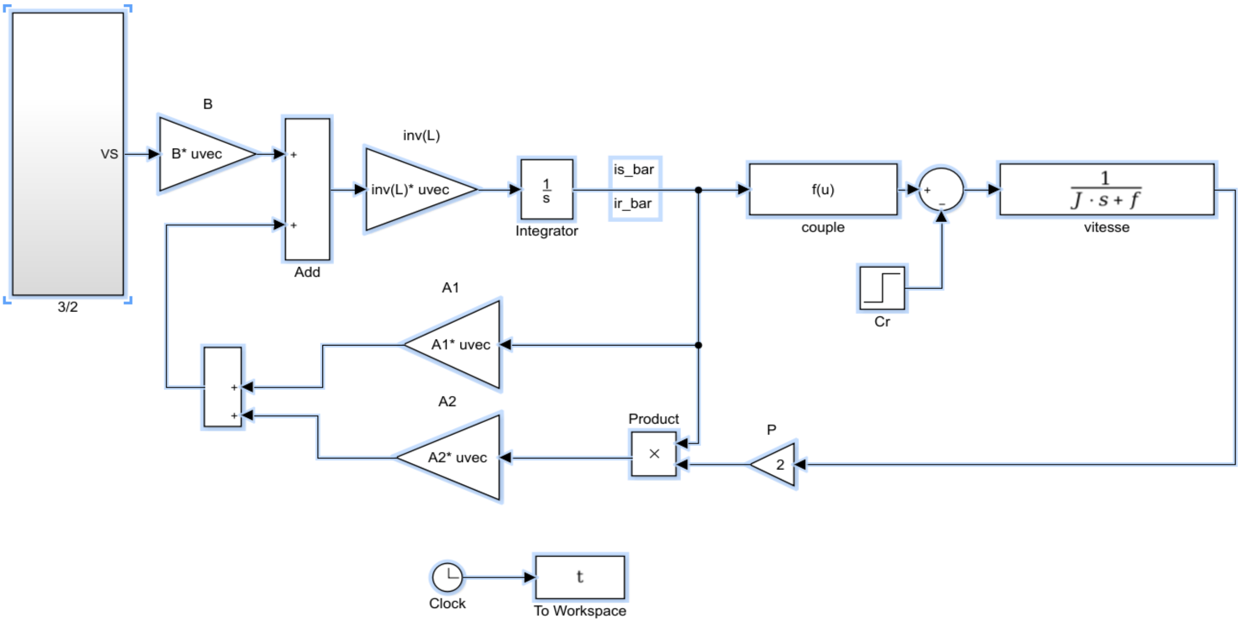

Figure (1): Schéma de simulation de la MAS, réf (α,β).

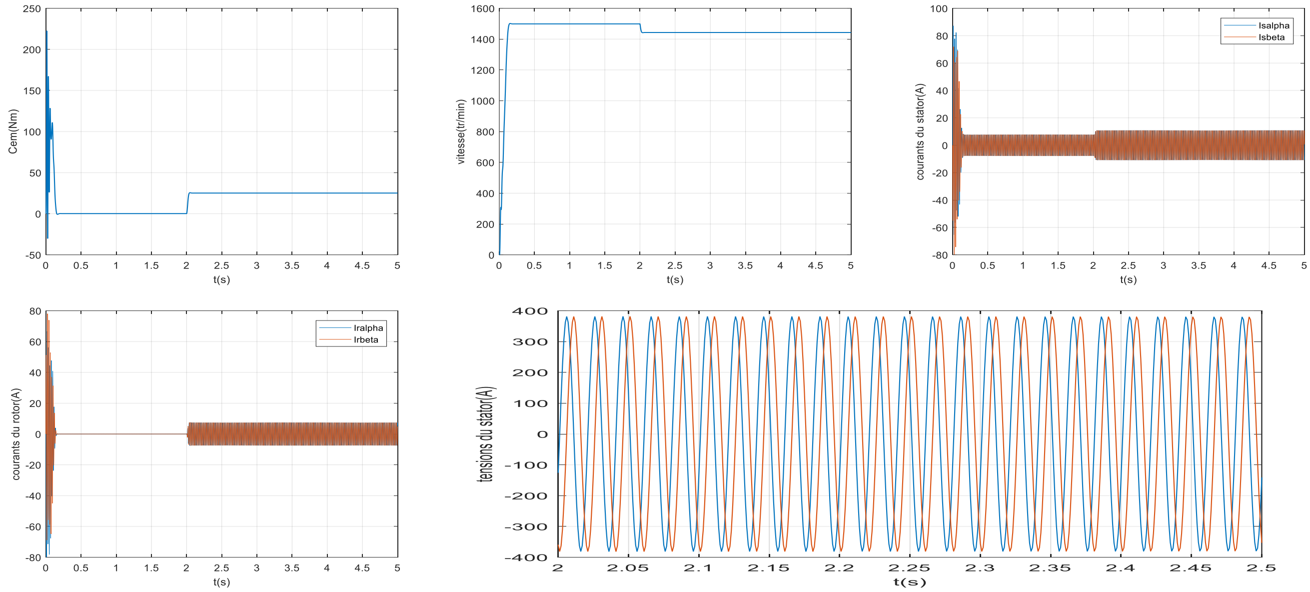

Figure (2) Résultat de simulation de la MAS, démarrage à vide suivi de l'introduction du couple de charge.