CHAPITRE V: ÉCOULEMENT A SURFACE LIBRE EN REGIME PERMANANT VARIE

V.1 Définition:

Lorsque les trajectoires des différents filets liquides s'écoulent dans un canal ne sont pas parallèles entre elle, on a en régime varié (la surface libre et le fond du canal ne sont pas parallèles). Ce type de mouvement se produit dans un canal dans la section transversale variée (comme les cours d'eau naturel).

On peut classer les écoulements variés en deux grandes catégories:

a/ Les écoulements graduellement variés dans lesquels les paramètres hydrauliques variés très progressivement d'une section à l'autre.

b/ Les écoulements brusquement variés, caractérisés par une variation plus rapide et parfois discontinue des phénomènes,(Chute, ressaut hydraulique…).

V.2 Notions principales des théorèmes des écoulements non uniformes.

A/ Théorème de Bernoulli:

On applique l'équation de Bernoulli entre les sections 1.1 et 2.2 (Fig. V.1)

$$Z_1 + h_1 + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + h_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H$$

On introduit α pour tenir compte de l'inégale répartition des vitesses dans les sections transversales).

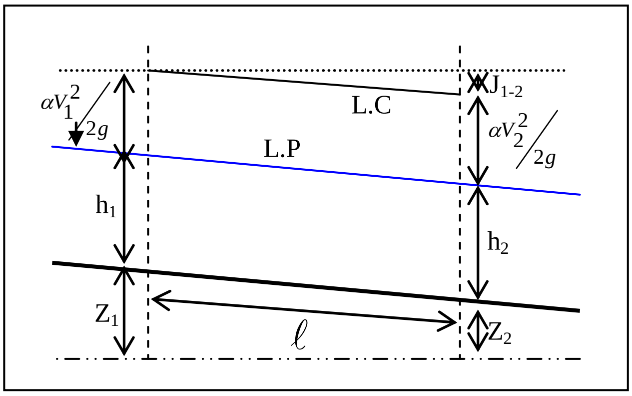

Fig. V.1

$$H_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = H_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \Delta H \quad \Rightarrow \quad dH + d(\alpha\frac{V^2}{2g}) + d\Delta H = 0........V.1$$

On divise par dℓ, on obtient : $\frac{dH}{d\ell} + \frac{d}{d\ell}(\alpha\frac{V^2}{2g}) + \frac{d\Delta H}{d\ell} = 0.....V.2$

$ip = \frac{dH}{d\ell}$: Pente de la surface libre (pente piézométrique)

$ip = \frac{d\Delta H}{d\ell}$: Pente hydraulique qui peut déterminer avec la formule de Chezy: $I = \frac{V^2}{C^2 k}$

$\frac{dH}{d\ell}$ >0: Signifie que la profondeur croit le long du canal, l'écoulement est divergent retardé, (on observe des remous)

$\frac{dH}{d\ell}=0$: Écoulement normal, ainsi uniforme i=I

$\frac{dH}{d\ell}$ <0: Représente une dépression, l'écoulement est accéléré convergent.

V.3 Energie spécifique E_s:

Examinons une certaine section d'un canal, cette section est parcourue par un débit Q, à la profondeur de remplissage h, l'énergie spécifique est: $E_S = h + \frac{V^2}{2g}$

$$E_S = h + \frac{Q^2}{2gS^2} \quad \text{.........V.3}$$

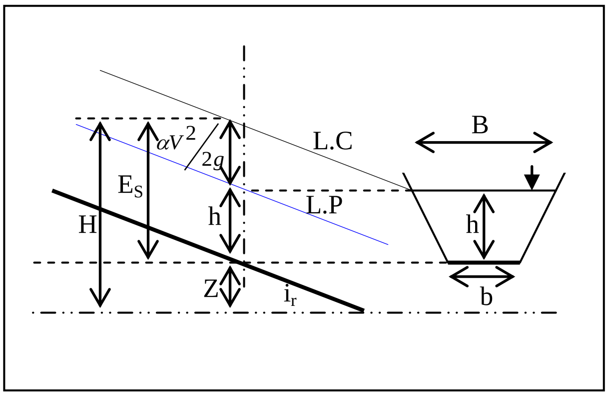

Fig. (V.2)

V.4 Profondeur critique:

Supposons que dans l'équation (V.11), le débit Q est constant et h variable, on peut écrire:

$$E_S = f(h) = E_P + E_C$$

Avec : E_p: énergie potentielle. Ep=h

E_c: énergie cinétique. $E_C = \frac{Q^2}{2gS^2}$

Construirons la courbe de variation de E_p, E_c, et E_s en fonction de h (Fig. V.4)

1/ si $h \to 0, S \to 0 \to E_C \to \infty$

2/ si $h \to \infty, S \to \infty \to E_C \to 0$

La valeur de la profondeur h à laquelle l'énergie spécifique devient min s'appelle h_{cr} (profondeur critique).

Tous les éléments, qui sont en fonction de h_{cr} jouissant, (S_{cr}, P_{cr} …)

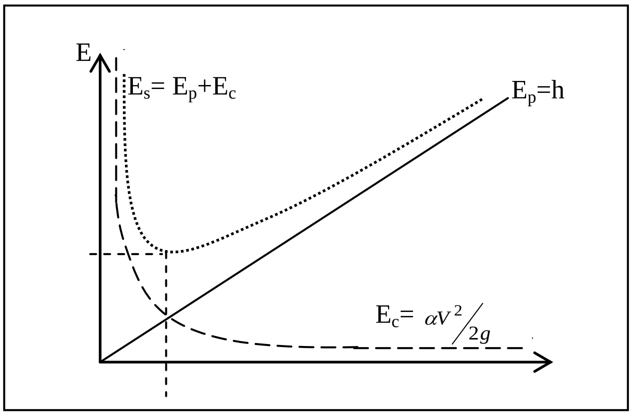

Fig. (8.10)

$$E_S = h + \frac{Q^2}{2gS^2}$$

$$\frac{dE_S}{dh} = \frac{dh}{dh} + \frac{d}{dh}\left(\frac{Q^2}{2gS^2}\right) = 1 + \frac{Q^2}{2g} d(S^{-2}) \frac{dS}{dh} = 1 + \frac{Q^2}{2g}(-2)(S^{-3})\frac{dS}{dh} = 0$$

$$\frac{dE_S}{dh} = 1 - \frac{Q^2.B}{gS^3}$$

Puisque h_{cr} correspond à l'énergie spécifique min donc:

$$\frac{dE_s}{dh} = 0 \Rightarrow \frac{Q^2 B}{gS^3} = 1 ....V.4$$

Cette expression est nécessaire pour déterminer h_{cr} .L'équation (V.4): peut être écrire sous la forme suivante: $\frac{Q^2}{g} = \frac{S^3}{B}$

V.4.1 Détermination h_{cr}:

*** Section rectangulaire:**

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{S_{cr}^3}{B} \Rightarrow h_{cr} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} ....V.5$$

*** Section triangulaire:**

$$S_{cr} = \frac{1}{2} bh_{cr} \Rightarrow h_{cr} = \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{gm^2}} ....V.6$$

*** Section trapézoïdale:**

On utilise la formule d'Agroskine:

$$h_{cr} = \left(1 - \frac{Z_r}{3} + 0{,}105 Z_r^2\right) h_{cr1} \ldots\ldots V.7 \quad / \quad Z_r = \frac{m h_{cr1}}{B}$$

h_{cr1}, c'est la profondeur critique pour une section rectangulaire de largeur b.

En comparant la hauteur de l'écoulement non uniforme h avec la h_{cr} on déduit les types des écoulements suivants: Si $h > h_{cr} \Rightarrow$ Ecoulement fluvial

$h = h_{cr} \Rightarrow$ Ecoulement critique.

$h < h_{cr} \Rightarrow$ Ecoulement Torrentiel.

V.5 Paramètre cinétique: les régimes d'écoulement

Le terme $\frac{Q^2 B}{g S^3}$ s'appelle le paramètre cinétique, il est désigné par F_r et il s'appelle le nombre de Froude. A partir de ce nombre, en déduit les différents types d'écoulement:

Si $F_r < 1 \Rightarrow$ Ecoulement fluvial

$F_r = 1 \Rightarrow$ Ecoulement critique

$F_r > 1 \Rightarrow$ Ecoulement Torrentiel.

* Si $h < h_0 \Rightarrow i <$ I $\Rightarrow \frac{\partial E_S}{\partial \ell} = i - I < 0 \Rightarrow$ la ligne de charge s'abaisse par rapport au fond $\Rightarrow$ l'énergie spécifique s'abaisse avec le sens d'écoulement.