

CHAPITRE I: RAPPELS

I.1. Hydrostatique

On appelle hydrostatique une branche de l'hydraulique qui étudie les fluides en état d'équilibre (en repos) c à d, $\vec{V}=0$, et son interaction avec les corps solides, dans le souci d'établir les équations permettant de déterminer la valeur de la pression en n'importe quel point du liquide sous l'action des forces extérieures (pesanteur).

I.1.2 Equation fondamentale de la statique des fluides:

La formule (I.1) c'est l'équation fondamentale de la statique des fluides.

$$\frac{1}{\rho} dP = X dx + Y dy + Z dz \dots\dots\dots I.1$$

➤ *Application de l'équation générale au cas d'un fluide soumis à la seule action de la pesanteur:*

D'après la formule (II.2), et on a $X=0$, $Y=0$ et $Z=-g$

$$z_1 + \frac{P_1}{\varpi} = z_2 + \frac{P_2}{\varpi} = z + \frac{P}{\varpi} = H = \text{Cte (m)} \dots\dots\dots I.2$$

avec :

$\frac{P}{\varpi}$: Hauteur représentatif de la pression considéré, on l'appelle **hauteur piézométrique** (m).

Z: hauteur de position par rapport au plan de référence (m)

H: la charge piézométrique (m).

➤ *Pression absolue et manométrique vide (dépression):*

La pression hydrostatique absolue dans un point du liquide en repos à la forme suivante:

$$P = P_0 + \varpi h \dots\dots I.3$$

On pratique la pression extérieure est suivant égale à **la pression atmosphérique** (P_{atm})

La pression manométrique : est définie comme la différence entre P_{abs} et P_{atm}

$$P_m = P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}} \dots\dots\dots I.4$$

$$P_m = (P_0 + \varpi h) - P_{atm} \dots I.5$$

Si $P_0 = P_{atm} \Rightarrow P_m = \varpi h \dots I.6$

Autrement dit, la profondeur d'immersion h de tous les points détermine la pression manométrique en elle-même.

Le vide : "dépression" : $P_v = P_{atm} - P_{abs} \dots I.7$

I.1.3. Représentation graphique de la pression:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \dots I.8$$

$$P_x = \rho g h_{cg} S_x \dots I.9$$

$$P_y = \rho g W \dots I.10$$

P_x : Force de pression selon l'axe X

P_y : Force de pression selon l'axe Y

h_{cg} : profondeur a laquelle se trouve le centre de gravite de la section selon l'axe X (S_x).

W : Corps de pression.

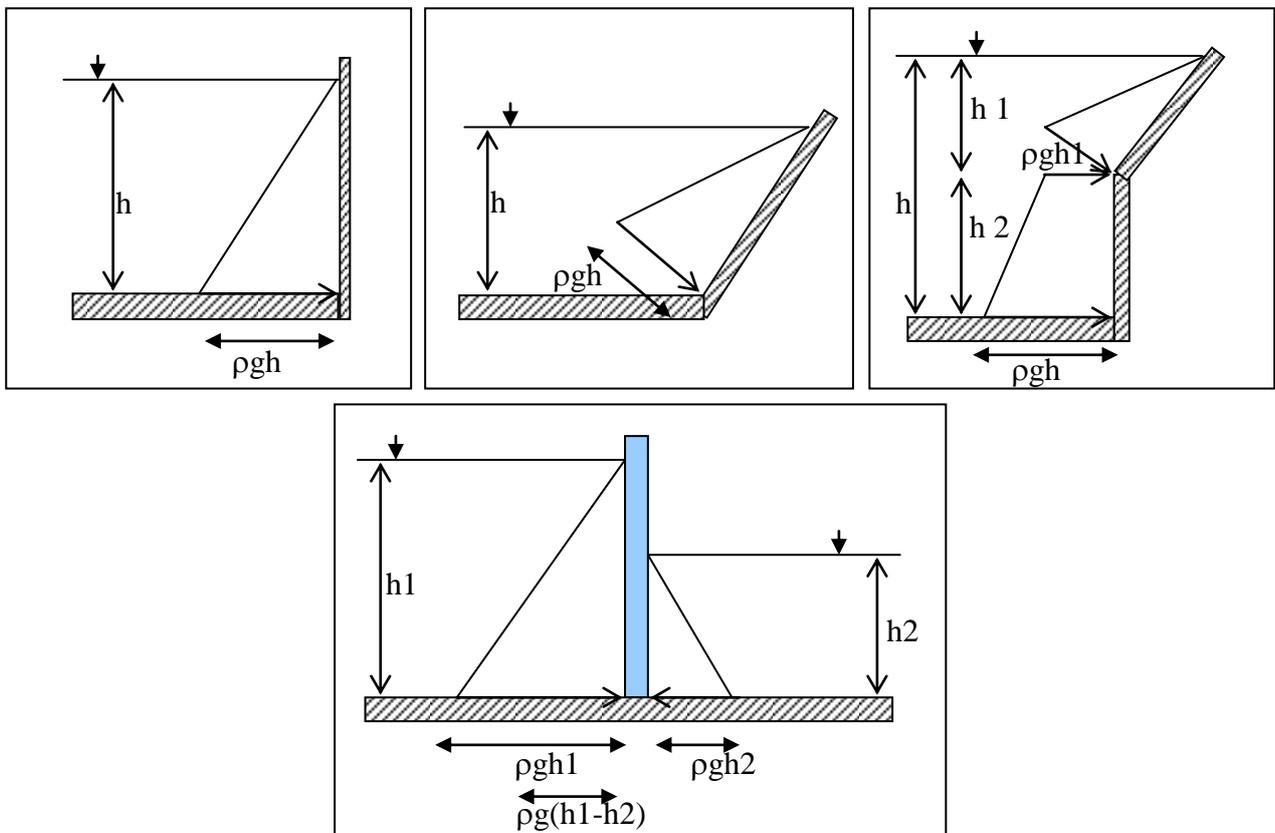


Fig. I.1. Epures de pression dans les surfaces vertical et incliné

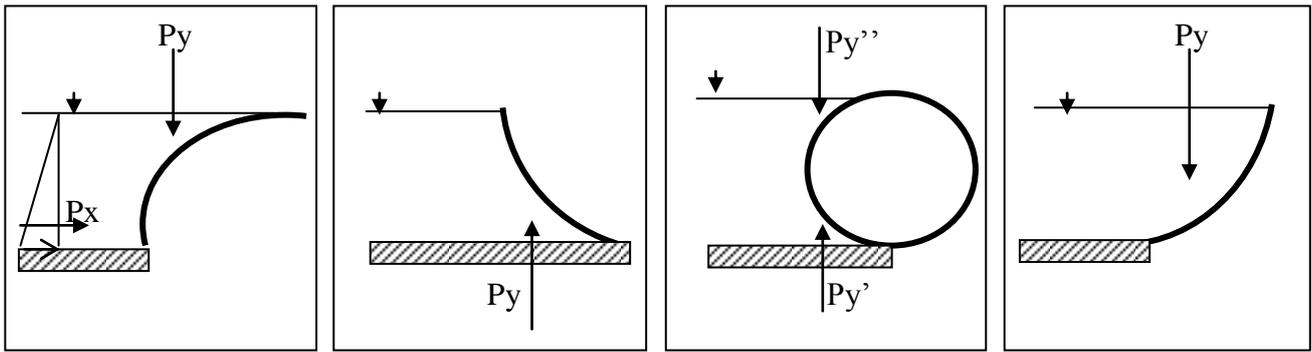


Fig.I.2. Epures de pression dans les surfaces courbée

- **Centre de pression:**

$$Y_{cp} = y_{cg} + \frac{Ix_0}{y_{cg}S} \dots\dots\dots I.11$$

Si on désigne $k = \frac{Ix_0}{y_{cg}S}$, ce rapport représente la distance entre le point cp et le point cg

qu'on l'appelle par fois L'EXENTRICITE

I.1.4 Equilibre des corps flottants

Le principe d'ARCHIMED:

Tout corps plongé dans un fluide subit de la partie de ce fluide une poussé verticale de bas en haut égale au poids de fluide déplacé, cette force connue sous le nom force d'ARCHIMED, ou bien poussé verticale et son point d'application est le centre de carène suivant la proportion existe entre le poids du corps et la force d'ARCHIMED (Py).

- 3 cas sont possibles :

1/ $G < P_y \Rightarrow$ le corps coule (Fig.2.14.a) INSTABLE

2/ $G = P_y \Rightarrow$ le corps flotte. (Fig.2.14.b) NEUTRE

3/ $G > P_y \Rightarrow$ le corps émerge. (Fig.2.14c) STABLE

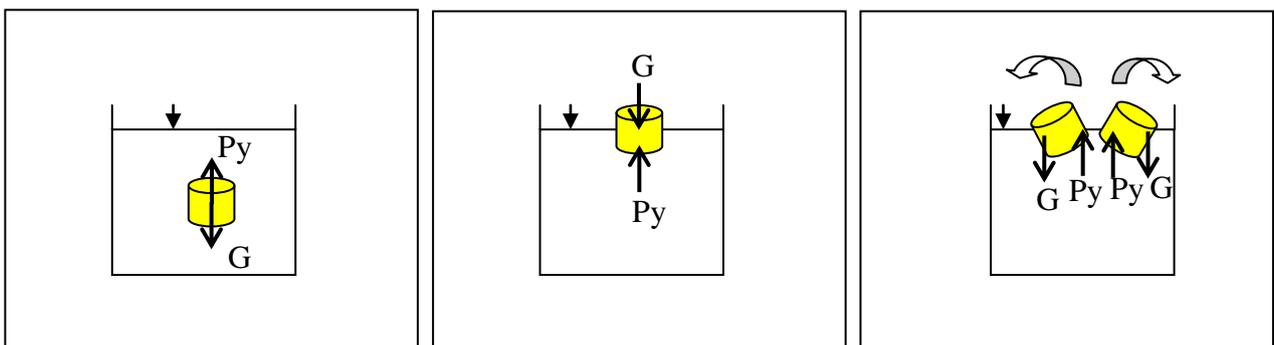


Fig I.3. Différents cas des corps flottants

I.2 Hydrodynamique des liquides parfaits :

L'hydrodynamique des liquides consiste à étudier le mouvement des particules liquides soumises à un système de forces. Dans l'hydrodynamique, les forces de compressibilité sont négligées. Si les forces dues à la viscosité ne manifestent pas (Force de frottement = 0), il n'y a pas donc de mouvement relatif entre les particules liquides, on parle alors de l'HYDRODYNAMIQUE DES LIQUIDES PARFAITS.

I.2.1 Équation de la dynamique des liquides parfaits (Équation d'EULER) :

Les équations générales du mouvement appelées équations d'EULER, donner par l'équation suivante :

$$\frac{1}{\rho} (dP - \frac{\partial P}{\partial t} dt) = Xdx + Ydy + Zdz - Vdv \dots\dots\dots I.12$$

Pour un régime permanent: $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$ donc l'équation prend la forme suivante:

$$\frac{1}{\rho} dP = Xdx + Ydy + Zdz - Vdv \dots\dots\dots I.13$$

- Équation de Bernoulli:

Soit l'écoulement permanent d'un liquide parfait et incompressible soumis au champ gravitationnel (champ de pesanteur); le long d'une ligne de courant confondue avec la trajectoire. (Écoulement unidimensionnel)

$$X = Y = 0, Z = -g$$

$$z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} = H = Cte \dots\dots\dots I.14. \quad \text{Équation de Bernoulli.}$$

→L'équation de Bernoulli est valable en tout point du fluide incompressible en mouvement permanent et irrotationnel.

→Selon Bernoulli la somme des termes reste constante le long d'une ligne de courant. Cette somme reste la même pour toutes les lignes de courant à conditions que l'écoulement soit permanent et irrotationnel.

→Représentation graphique:

$$Z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} = H = C$$

Z: côte du point (m).

$\frac{P}{\varpi}$: Hauteur due à la pression (m).

$\frac{V^2}{2g}$: Hauteur due à la vitesse (m).

H: charge totale (m).

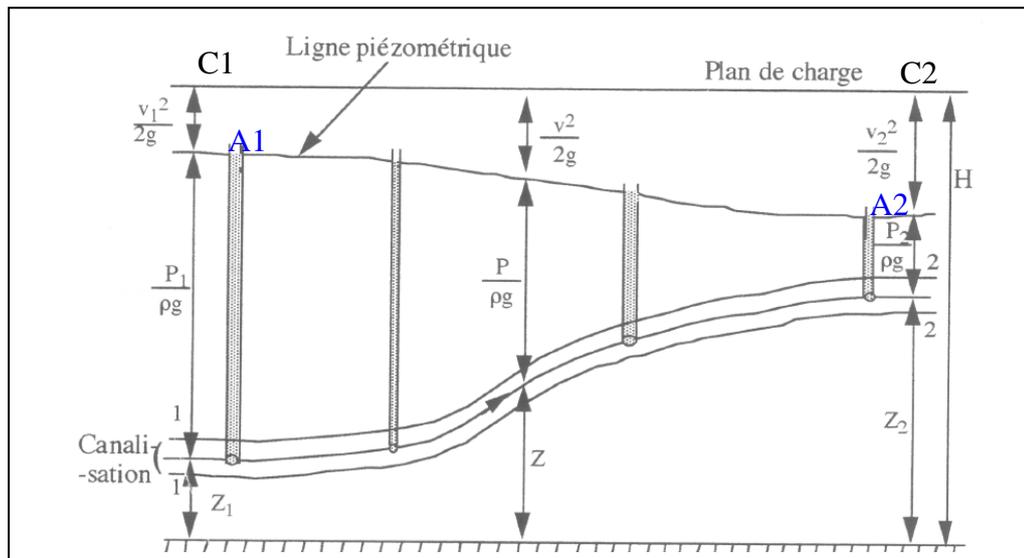


Fig. I.4 : Représentation graphique de l'équation de Bernoulli, cas d'un liquide parfait.

- La ligne reliant les points C_1 et C_2 est la ligne de charge qui à pour un liquide de fluidité parfaite est horizontale.
- La ligne reliant les points A_1 et A_2 est la ligne piézométrique.

- **Application du théorème de Bernoulli:**

- **Tube de Pito:**

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation, et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B, le liquide à la même vitesse V qui dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $P_B = P$

En A, point d'arrêt, $V = 0$ et $P = P_A$

(D'après le théorème de Bernoulli)

$$Z_A + \frac{P_A}{\varpi} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V_B^2}{2g}$$

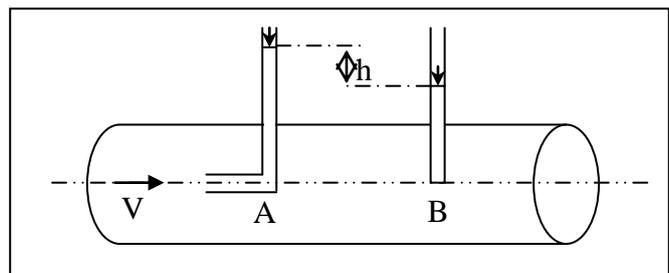


Fig. I.5 : Tube de Pito.

$$\Rightarrow \frac{P_A}{\varpi} = \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} \Rightarrow P_A = P + \frac{1}{2} \rho V^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \rho V^2 = P_A - P \Rightarrow \frac{1}{2} \rho V^2 = \rho gh$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{V^2}{g} \Rightarrow h = \frac{V^2}{2g}$$

Donc d'après la Fig. (I.5) la différence de niveau h c'est la hauteur due à la vitesse V .

Les vitesses totales sont déterminées à l'aide du tube de Pito suivant la formule suivante:

$$V = k \sqrt{2gh} \dots\dots\dots I.15$$

Où k c'est un coefficient de correction déterminé expérimentalement.

- Tube de Venturi " Phénomène de Venturi "

Une conduite de section principale S_A , subit un étranglement en B ou sa section S_B . La vitesse d'un fluide augmente dans l'étranglement donc sa pression se diminue $V_B > V_A \Rightarrow P_B < P_A$.

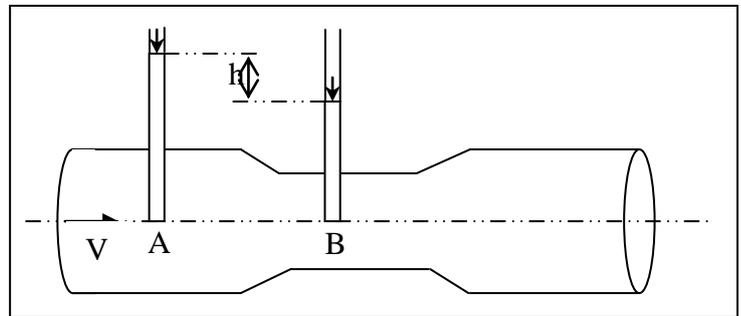


Fig. I.6: Tube de Venturi.

Le théorème de Bernoulli s'écrit ici:

$$Z_A + \frac{P_A}{\varpi} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$\text{Et on a } Q = V_A S_A = V_B S_B$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{1}{S_A^2} - \frac{1}{S_B^2} \right) Q^2 \Rightarrow P_A - P_B = k Q^2 \dots\dots\dots I.16$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit (Q).

I.3. Hydrodynamique des liquides réels :

L'écoulement d'un liquide réel engendre des forces de frottement dues à la viscosité et à la turbulence, sous ce titre on étudiera les conditions d'équilibre des fluides réels et incompressibles c à d ou les forces de frottement jouent un rôle important.

I.3.1 Équation de l'hydrodynamique des liquides réels " Équation de Navier Stokes " :

Les équations générales de la dynamique des liquides réels ou équation de NAVIER STOKES sont donné par la formule suivante:

$$\frac{1}{\rho} \text{grad}P = \vec{F} - \vec{a} + \nu \nabla^2 \vec{V} \dots\dots I.17$$

$\frac{1}{\rho} \text{grad}P$: Force de pression ;

\vec{F} : Force extérieure (de volume) ou massique ;

\vec{a} : Force d'inertie résultante du mouvement ;

$\nu \nabla^2 \vec{V}$: Force de viscosité.

I.3.1.1 Cas particulier des régimes permanent (extension du théorème de Bernoulli) pour un cas de liquide réel:

L'équation de Bernoulli s'écrit sous la manière suivante:

$$Z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} + j = Cte = H \dots\dots\dots I.18$$

- **Représentation graphique du théorème de Bernoulli pour un liquide réel:**

$$Z_1 + \frac{P_1}{\varpi} + \frac{V_1^2}{2g} + j_1 = Z_2 + \frac{P_2}{\varpi} + \frac{V_2^2}{2g} + j_2$$

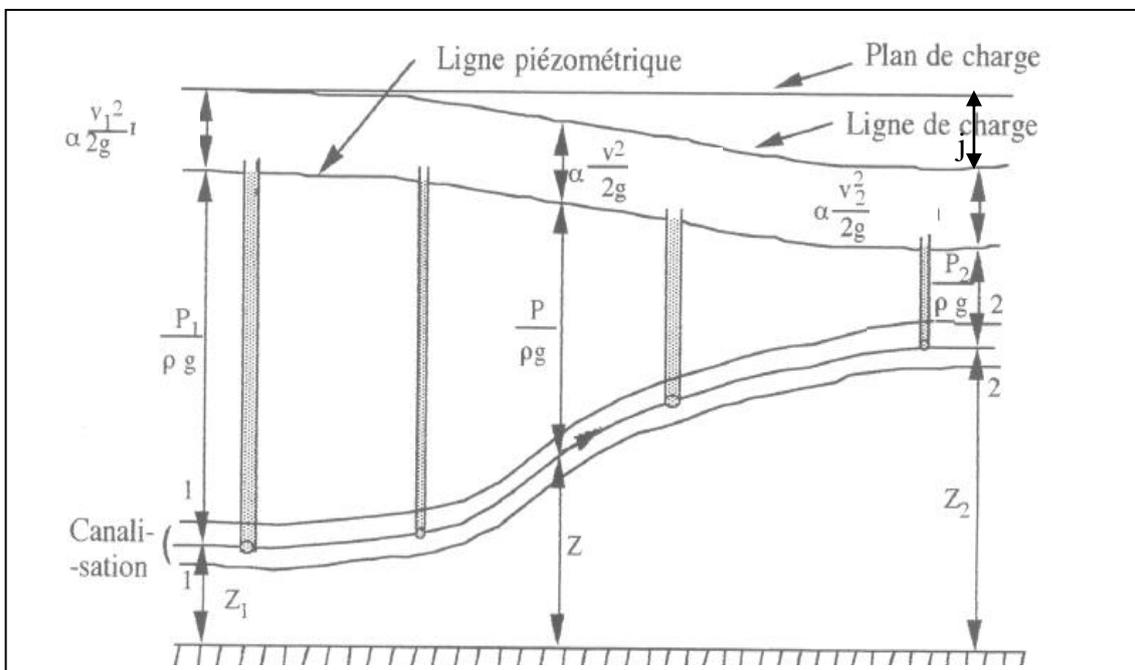


Fig. (I.5) : Représentation graphique de l'équation de Bernoulli, cas d'un liquide réel.

I.4. Les régimes d'écoulements :

Un écoulement est caractérisé par son nombre de Reynolds, qui permet de se faire une idée de sa stabilité : quand ce nombre est petit, l'écoulement est laminaire, quand il est grand, l'écoulement est en général instable et turbulent. Le nombre de Reynolds est donné sous la forme suivante:

$$R_e = \frac{U.D}{\nu} \dots\dots\dots I.19$$

Avec :

U : la vitesse de l'écoulement en m/s.

D : diamètre de la conduite en m.

ν : viscosité cinématique en m^2/s .

Le nombre de Reynolds peut servir à caractériser les régimes d'écoulement.

- Si $R_e < 2320 \Rightarrow$ le régime est tranquille ou laminaire.
 - Si $R_e > 2320 \Rightarrow$ le régime est turbulent.
1. le changement du régime d'écoulement de laminaire à turbulent est un problème de stabilité de l'écoulement. La valeur du nombre de Reynolds est devient R critique (R_{ecr}).

$R_{ecr} = 2320 \Rightarrow$ régime de transition (transitoire)

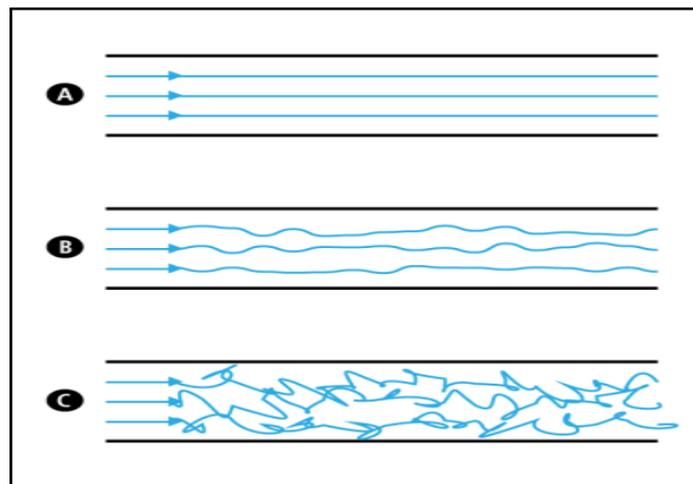


Fig. (I.6) : Différents type de régimes : A : laminaire, B : transition, C :turbulent.

I.4.1. Régime laminaire :

Un écoulement est dit laminaire lorsqu'il est régulier (qu'il ne présente pas trop de variations spatiales ou temporelles), bien souvent stationnaire. Ce régime est très rare en hydraulique, on le rencontre souvent dans le domaine industriel comme celui des lubrifiants.

Il est caractérisé par des lignes de courant régulières, sensiblement parallèles entre elles,

I.4.2. Régime turbulent :

Une fois que le régime laminaire devient instable (régime transitoire) les particules liquides ne suivent plus des lignes droites et parallèles, les tourbillons commencent à se former d'une manière aléatoire en taille et en direction ; c'est la naissance de la turbulence, des fluctuations de vitesse " apparaissent autour de la vitesse moyenne (En prenant en considération un seul tourbillon, on peut visualiser la fluctuation en fonction du temps comme suit :

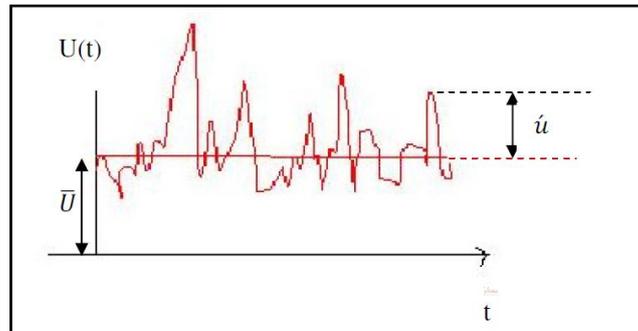


Fig. (I.7) : Variation de la vitesse en fonction du temps , cas du régime turbulent.

Ces fluctuations sont dues à l'existence de tourbillons aspect principale de la turbulence. La vitesse dans la turbulence ne varie pas dans le temps seulement mais dans l'espace aussi comme le montre la figure suivante :

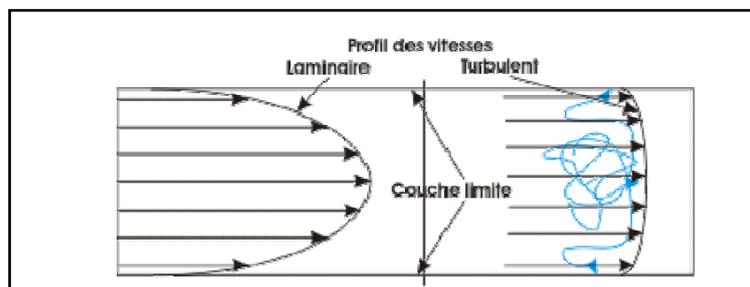


Fig. (I.8) : Répartition des vitesses dans une conduite.

I.4.3. Régime transitoire :

La limite entre les deux types d'écoulements est évidemment difficile à appréhender. Ce type d'écoulement est plus ou moins rectiligne, avec un peu de mélange (petit tourbillons).