

المحاضرة السادسة: نظرية المباريات 2

المطلب الثالث: نماذج نظرية المباريات

تنقسم هذه المباريات طبقاً للاستراتيجيات التي يستخدمها كل طرف لتحقيق هدفه سواء كان أقصى مكسب أو أقل خسارة إلى نوعين أساسيين وهما: المباريات ذات الإستراتيجية النقية أو الخالصة والمباريات ذات الإستراتيجية المختلطة.

أولاً: المباريات ذات الإستراتيجية النقية أو الخالصة أو المطلقة

يتم التعبير عن مصفوفة الدفع (Pay of matrix) في صورة رقمية تمثل العائد لكل طرف، ويلاحظ على هذه المصفوفة أن الصفوف تمثل استراتيجيات الطرف الأول، بينما تمثل الأعمدة استراتيجيات الطرف الثاني، وبالتالي يكون لكل طرف أكثر من إستراتيجية، كما تمثل الأرقام الموجبة في مصفوفة الدفع مكاسب أو عوائد الطرف الأول وتعتبر في نفس الوقت خسائر للطرف الثاني، هذا بينما تمثل الأرقام السالبة خسائر للطرف الأول وتعتبر في نفس الوقت مكاسب للطرف الثاني.

فإذا ظهرت مصفوفة الدفع في شكل قيم موجبة فإنها تكون في صالح الطرف الأول، ومتحيزة ضد الطرف الثاني، بينما إذا ظهرت هذه المصفوفة في شكل قيم سالبة فإنها تكون في صالح الطرف الثاني ومتحيزة ضد الطرف الأول.

ومن خلال تحليل أرقام مصفوفة الدفع فإنه يمكن تحديد نقطة السرج، وهي النقطة التي تنتج عن تبني كل طرف من أطراف المباراة للإستراتيجية المثلى التي يستخدمها خلال زمن المباراة، وتحدد هذه النقطة عند الرقم الذي تتقاطع عنده الإستراتيجية المثلى التي يتبناها الطرف الأول مع الإستراتيجية المثلى التي يتبناها الطرف الثاني.

وبالتالي فإن نقطة التعادل هي النقطة التي يرتاح عندها كل طرف من طرفي المباراة، ويرضيان بنتيجتها، كما أن قيمة نقطة التعادل هي التي تحدد قيمة المباراة.

ويتم استخدام معيار تقليل الأعظم وتعظيم الأقل لتمكين كل طرف من طرفي المباراة من اختيار الإستراتيجية المثلى له سواء كانت خالصة أو مركبة بحيث يحقق الهدف الذي يسعى إليه من تعظيم المكاسب أو تدنية الخسارة.

وتكون المباراة مستقرة عند نقطة التعادل وذلك عند تساوي Maxi-Min مع Mini-Max، وتحدد قيمة المباراة النهائية بالقيمة المشتركة لهما، أما في حالة عدم تساوي القيمتين فإن المباراة تكون غير مستقرة، وتحدد قيمتها النهائية من خلال العلاقة التالية:

$$\text{Maxi-Min} \leq V \leq \text{Mini-Max}$$

توجد طريقتان أساسيتان يمكن استخدامهما في تحديد الإستراتيجيات المثلى في المباريات ذات الإستراتيجية النقية أو الخالصة وهما: الطريقة المختصرة وطريقة الحذف (قاعدة السيطرة).

1- الطريقة المختصرة: يتم تطبيق هذه الطريقة بإتباع الخطوات التالية:

- يتم تحديد أصغر قيمة في كل صف ثم نضعها بجوار المصفوفة؛
- يتم تحديد أكبر رقم من الأرقام الصغرى التي جاءت نتيجة الخطوة السابقة؛
- يتم تحديد أكبر قيمة في كل عمود ثم نضعها في أسفل المصفوفة تحت العمود الخاص بكل منها؛
- يتم تحديد أصغر قيمة من الأرقام الكبرى الناتجة عن الخطوة السابقة؛
- إذا تساوت القيمتين داخل الدائرتين فإنها تعني نقطة التعادل، وهي في نفس الوقت تمثل قيمة المباراة.

ثانيا: طريقة الحذف أو قاعدة السيطرة

من خلال هذه الطريقة يتم حذف بعض الإستراتيجيات (صفوف أو أعمدة) والتي لا تؤثر في قيمة المباراة، حيث لا يوجد أي مبرر للإبقاء عليها أو استخدامها.

ويتم تطبيق طريقة الحذف أو قاعدة السيطرة من خلال إتباع الخطوات التالية:

- إذا كانت أرقام أحد الصفوف أقل من أو تساوي نظائرها في صف آخر، فعندئذ يمكن اعتبار أرقام هذا الصف الأقل إستراتيجية، وبالتالي يمكن حذفها من المباراة؛
- إذا كانت أرقام أحد الأعمدة أكبر من أو تساوي نظائرها في عمود آخر، فعندئذ يمكن اعتبار أرقام هذا العمود الأكبر إستراتيجية، وبالتالي يمكن حذفها من المباراة.

ثالثا: المباريات ذات الإستراتيجيات المختلطة

طبقا لهذا النوع من المباريات يتبنى كل طرف من طرفي المباراة مزيجا من الإستراتيجيات المختلفة، بحيث يستخدم كل واحد منها خلال نسبة معينة من وقت المباراة وذلك سعيا وراء تحقيق هدفه إما بتعظيم مكاسبه إلى أكبر قدر ممكن أو تخفيض خسائره إلى أدنى حد ممكن ومنها الطريقة الحسابية.

- الطريقة الحسابية: تعتمد هذه الطريقة على عمليات الحل الجبرية والمستندة إلى نسب الاحتمالات في تحقيق إستراتيجية كل واحد من اللاعبين.