

Feuille d'exercices N 03

Exercice 1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 des fonctions suivantes:

1. $f(x, y) = e^x \cos y,$

4. $f(x, y) = x^2(x + y),$

2. $f(x, y) = (x^2 + y^2) \cos(xy),$

5. $f(x, y) = e^x y,$

3. $f(x, y) = \sqrt{1 + x^2 y^2},$

6. $f(x, y) = h(3x + 4, -7\sqrt{x} + 5),$ avec $h(u, v) = u^4 + v^2$

Exercice 2. Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes:

1. $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2},$

4. $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) - x^2 - x,$

2. $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x + y},$

5. $f(x, y) = x e^{xy},$

3. $f(x, y) = -x^2 y + \frac{1}{2} y^2 + y,$

6. $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$

Exercice 3. On considère la fonction réelle de deux variables f définie par:

$$f(x, y) = \frac{x^2}{y - 2x^2}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer le gradient de f au point $(1, 1)$.

Exercice 4. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 des fonctions suivantes:

$$f(x, y) = x^2(x + y)$$

$$g(x, y) = e^{xy}$$

Exercice 5. Calculer les intégrales suivantes:

$$I_1 = \int_1^2 \int_{-1}^1 \frac{x^2}{y} dx dy,$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x+y) dx dy,$$

$$I_3 = \int_D \int (x^2 + y^2) dx dy, \text{ avec } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \geq 0, x + y \leq 1\}$$

$$I_4 = \int_D \int \cos(xy) dx dy, \text{ avec } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, 0 \leq xy \leq 1\}$$

$$I_5 = \int_D \int (x+y) dx dy, \text{ avec } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y, x^2 + y^2 \leq 1\}$$