تاريخ الرياضيات

تقديم الأستاذ : منيغر حمود
Menigher.hammoud@gmail.com

مقدمة :

عرفت الرياضيات قديما بأنها "علم المقدار المتصل والمنفصل" أو هي "علم الكم"، إذ كان يُنظر إلى الحساب والجبر على أنهما يتناولان دراسة الأعداد والعمليات عليها، وإلى الهندسة على أنها مختصة بدارسة النقط والخطوط والأسطح والأحجام والعلاقات بينها، ولذلك كانت تدعى أيضا باسم "علم الحساب". غير أن الرياضيات تطورت على مر العصور لتشمل فروعا جديدة كنظرية المجموعات وحساب التفاضل والتكامل والهندسة التحليلية وغيرها.

غالبا ما يعود أصل البنى الرياضية التي يدرسها الرياضيون إلى العلوم الطبيعية، وخاصة الفيزياء والفلك، ولكن الرياضيين يقومون بتعريف ودراسة بنى أخرى لأغراض رياضية بحتة، لأن هذه البنى قد توفر تعميما لحقول أخرى من الرياضيات مثلا، أو أن تكون عاملا مساعدا في حسابات معينة، كما أن الرياضيين قد يدرسون حقولا معينة من الرياضيات لتحمسهم لها، معتبرين أن الرياضيات هي فن وليس علما تطبيقيا.

1) الرياضيات عند البابليين :

يُعد اكتشاف الكتابة أهم الإنجازات البشرية على الإطلاق، فهي التي سمحت بتراكم المعرفة والمعلومات عبر الأجيال مما مهد للبشرية الخروج من بدائيتها الأولى إلى الثورة العلمية والحضارية التي نعيشها الآن. ويذكر لنا التاريخ أن الكتابة ظهرت أول ما ظهرت على أرض العراق في الألفية الرابعة قبل الميلاد، حيث استخدم السومريون ما يعرف بالخط المسماري لتدوين كتاباتهم على ألواح من الطين المجفف.

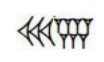
وقد أتت معرفتنا بالرياضيات البابلية من ألواح طينية اكتشف منها حتى الآن 400 لوح منذ عام 1850م، وقد كُتبت بالخط المسماري. يرجع تاريخ معظمها إلى الفترة بين 1800ق.م و 1600ق.م، وغطت مواضيع تتناول الكسور والجبر والمعادلات التربيعية والتكعيبية ونظرية فيثاغورس.

الأرقام ونظام العد :

طور البابليون نظام للأعداد خاص بهم وهو النظام الستيني حيث لا يزال هذا النظام مستخدما حتى يومنا هذا في حساب الوقت والزوايا. وقد استخدم البابليين رمزين فقط للتعبير عن هذا النظام : رمز يشبه الوتد 𒁹 ويمثل العدد 1 ورمز على شكل الزاوية القائمة 𒌋 يمثل العدد 10. ورمز الواحد من الممكن أن يعبر عن أكثر من قيمة في نفس الوقت ، فهو يمثل 1 أو 60 أو 3600 أو 60/1 أو أي أس صحيح موجب أو سالب للأساس 60.

الأرقام البابلية من 1 إلى 59

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	𒁹	𒈫	𒐈	𒐉	𒐊	𒐋	𒑂	𒑄	𒑆	𒌋
10	𒌋𒁹	𒌋𒈫	𒌋𒐈	𒌋𒐉	𒌋𒐊	𒌋𒐋	𒌋𒑂	𒌋𒑄	𒌋𒑆	𒎙
20	𒎙𒁹	𒎙𒈫	𒎙𒐈	𒎙𒐉	𒎙𒐊	𒎙𒐋	𒎙𒑂	𒎙𒑄	𒎙𒑆	𒌍

										30
										40
										50

ابتكر البابليون فكرة القيمة المكانية في كتابة الأرقام، والقيمة المكانية تعني أن الرمز يأخذ قيمة تعتمد على مكان كتابته، وليس فقط على شكله، واستخدموا القيمة المكانية في التعبير عن الأعداد التي تزيد عن 59 ، فكل رقم يكتب على يسار المكان المبدئي يأخذ قيمته مضروبة في 60 بعدد مرات الانتقال إلى يسار المكان المبدئي.

مثال :

$$2019 = 66 \times 33 + 39 =$$ 

الحساب :

كانت العمليات الحسابية الأربع عند البابليين تُجرى بنفس الطريقة المتبعة في النظام العشري الحديث، فيما عدا أن نقل الأعداد إلى منزلة أعلى يكون عندما يصل العدد إلى 60 وليس 10، كما استعملوا بشكل واسع جداول عد قبل–حسابية لمساعدتهم في الحساب، فقد وجد لوحان يرجع تاريخهما إلى 2000 ق.م، يوجد بهما قائمة مربعات الأعداد من 1 إلى 59 ومكعبات الأعداد من 1 إلى 32.

الكسور :

عرفوا الكسور التي بسطها واحد ومقامها عدد صحيح، فالعدد  يمثل الكسر $\frac{30}{60}$ أي $\frac{1}{2}$ ، كما أن العدد  يمثل الكسر $\frac{80}{60}$ أي $1\frac{1}{3}$، إلا أن هناك كسورا ليس لها تمثيلا معينا في النظام الستيني، مثل $\frac{1}{7}$ و $\frac{1}{11}$ و $\frac{1}{13}$ وغيرها، ولحسابها كانوا يستخدمون التقريب.

الجبر :

استخدم البابليون بعض المتطابقات الشهيرة والتي كانت تعطى بدون برهان، وهذه المتطابقات هي :

$$(a \mp b)^2 = a^2 \mp 2ab + b^\wedge 2 \qquad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2 \qquad (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

كما طوروا صيغ جبرية لحل المعادلات الرياضية وقد كانت هي الأخرى مبنية على الجداول قبل –الحسابية، فمثلا جدول قيم $x^3 + n^2$ استخدم لحل أنواع محددة من المعادلات التكعيبية. مثلا، حل المعادلة $ax^3 + bx^2 + c$. بضرب الطرفين في x^2 وقسمتها على b^3 نجد $\left(\frac{ax}{b}\right)^3 + \left(\frac{ax}{b}\right)^2 = \frac{ca^2}{b^3}$ ، وبوضع $y = \frac{ax}{b}$ و $d = \frac{ca^2}{b^3}$ تصبح $y^3 + y^2 = d$ ، وتحل بإيجاد قيم $n^3 + n^2$ في الجداول قبل الحسابية، حيث يكون الحل هو قيمة n الموافقة للقيمة الأقرب للطرف الأيمن.

هناك مسائل هندسية ولكنها جبرية بالمفهوم العصري، مثال ذلك : حقل مستطيل مساحته 20 ومجموع طوله وعرضه 10 ونبحث عن طوله وعرضه. وهي مسألة ذات مجهولين تكتب بالرموز العصرية كما يلي : $xy = 20$ و $x + y = 10$. وقد حلها البابليون بطريقة تسمى طريقة الزيادة والنقصان وذلك بوضع $x = 5 + a$ و $y = 5 - a$ ، وبعد التعويض في المعادلتين السابقتين نحصل على المعادلة $a^2 = 5$ ، وهي معادلة حلها بسيط.

الهندسة :

اكتشف البابليون مساحة المربع والمستطيل وشبه المنحرف والمثلث وحجم متوازي المستطيلات والأسطوانة القائمة والموشور، وقد حسبوا محيط الدائرة كثلاثة أضعاف القطر والحجم كواحد على اثني عشر من مربع المحيط، وهو يكون صحيحاً إذا قدرت قيمة العدد π بـ 3 ، وعلموا نظريات النسب للمثلثات متساوية الساقين لكن افتقروا لمفهوم قياس الزوايا، وهكذا، قاموا بدراسة أضلاع المثلث بدلا عن ذلك.

2) الرياضيات عند قدماء المصريين :

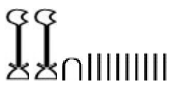
إن أهم المصادر لدراسة تاريخ الرياضيات عند المصريين هي مخطوطتين. الأولى هي مخطوطة أحمس (Ahmes) نسبة إلى الكاتب الذي كتبها في حوالي سنة 1650 ق.م ، وإن كان يغلب عليها اسم مخطوطة ريند نسبة إلى جامع الآثار الاسكتلندي هنري ريند (Henry Rhind) الذي اشتراها سنة 1858 م من إحدى القرى المصرية، وتحتوي على 85 مسألة رياضية متنوعة، من العد إلى قواعد العمليات الحسابية الأربعة، والكسور العادية، والمربع، والجذر التربيعي، وبعض المتتاليات والمسائل الهندسية. والثانية تدعى مخطوطة موسكو نسبة إلى متحف المدينة المحفوظة فيه، وربما تكون أقدم من المخطوطة الأولى بقرنين من الزمن، وتحتوي على 25 مسألة.

الأرقام ونظام العد :

اعتمد المصريون نظاما بسيطا في كتابة الأرقام باستعمال سبعة رموز، وهو نظام عشري غير موضعي أي موضع الرموز غير مهم، ويكرر كل رمز عددا من المرات لا يزيد على تسعة ثم الانتقال إلى الرمز التالي. وهذه الرموز هي :

الرمز	I	∩					
قيمة الرمز	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
معنى الرمز	عصا	حذوة الحصان	لفة حبال	زهرة اللوتس	أصبع	صغير الضفدع	الإله حيح

مثال :

2019 = 

العمليات الأربعة :

بالنسبة للجمع والطرح كلاهما يعتمد على العد، فالجمع هو ضم الأعداد إلى بعضها والطرح هو اختصار الأعداد. أما الضرب فهو عملية جمع بالتضعيف مرة بعد مرة ثم جمع المضاعفات المناسبة، ويعتمدون في ذلك الطريقة التالية:

مضاعفة أحد العددين باستمرار مع تنصيف العدد الآخر باستمرار، وإذا كان النصف يحتوي على كسر فيتم تقريب العدد بالنقصان إلى عدد صحيح، وهكذا حتى نصل إلى العدد واحد، ثم نقوم باستبعاد الأسطر التي تحوي على أنصاف زوجية ونبقى فقط الأسطر التي تحتوي على أنصاف فردية ثم نقوم بجمع الأرقام التي تمت مضاعفتها فنحصل في النهاية على النتيجة المطلوبة. بينما القسمة هي تضعيف القاسم حتى نحصل على المقسوم.

مثال : $2019 = 57 + 1962$

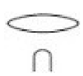
مثال : 11×45

طريقة المصريين	شرحها
$\begin{array}{lll} & 11 & 45 \\ \div 2 \cong & 5 & \times 2 = 90 \\ \div 2 \cong & \boxed{2} & \times 2 = \boxed{180} \\ \div 2 = & 1 & \times 2 = 360 \end{array}$ $\begin{array}{l} 45\times11 = 45+90+360 \\ = 495 \end{array}$	$\begin{array}{l} 11 = 1 + 1 \times 2 + 1 \times 2^3 \\ \Rightarrow 45 \times 11 = 45 + 45 \times 2 + 45 \times 8 \\ = 45 + 90 + 360 \\ = 495 \end{array}$

الكسور:

تعتمد الكسور عند المصريين على الأجزاء فقط، أي الجزء الواحد من العدد وهو الكسر الذي بسطه الواحد ومقامه عدد صحيح. وكانوا يعبرون عن ذلك باستخدام الرمز مع وضع المقام أسفله، كما استعملوا كسرين تكميليين هما $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ وعبروا عنهما بالرمزين و

مثال :

$\frac{1}{10} =$  $\frac{1}{43} =$ 

الجبر:

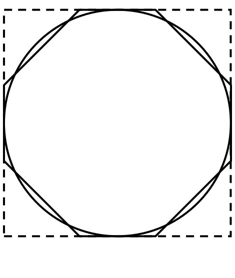
أقدم ما نعرف من علم الجبر عند المصريين نجده في مخطوطة أحمس وفيها نجد ما يدل على أن المصريين القدماء قد عرفوا المتتاليات العددية والمتتاليات الهندسية وأيضا معادلات من الدرجة الثانية مثل المعادلتين: س $^2 +$ ص $^2 = 100$ ، ص $= \frac{3}{4}$س.

ومن المسائل التي وردت في مخطوطة أحمس مسألة تقول : عدد إذا أضيف إليه ثلثاه ثم أخذ ثلث الناتج يتبقى عشرة، فما هو العدد؟

باستخدام التعبير الرمزي الحديث يمكن كتابة المسألة هكذا : س $+ \frac{2}{3}$س $- \frac{1}{3}\left(\text{س} + \frac{2}{3}\text{س}\right) = 10$.

الهندسة:

لقد اهتم المصريون القدامى بالهندسة وإنشاءاتها، ويتجلى ذلك في بناء الأهرامات التي لا تزال شاهدة على ذلك لحد الآن، وكانت المسائل الهندسية تتعامل على الأغلب مع المساحات والقياسات، فمساحة المثلث وجدت تساوي نصف حاصل ضرب القاعدة بالارتفاع، ومساحة الدائرة تساوي $\left(\frac{8}{9}\text{القطر}\right)^2$ وهذا يعطي للعدد π القيمة التقريبية 3.1605 ، وكذلك عرفوا مساحة المستطيل والمربع وشبه المنحرف وحجم المكعب ومتوازي المستطيلات والموشور والأسطوانة. وكان المهندسون المصريون يستخدمون النسبة 5:4:3 لتعيين الزاوية القائمة في البناء (التي عرفت فيما بعد بنظرية فيثاغورت).



وربما يرجع أصل القيمة التقريبية للعدد π إلى المسألة التالية :

نرسم في مربع طول ضلعه 9 وحدات قياس دائرة ومضلع ثماني كما في الشكل، ونقرب مساحة الدائرة بمساحة

المضلع التي تساوي 63 وحدة مربعة والتي بدورها تقربها إلى 8^2 وحدة مربعة.

3) الرياضيات عند الرومانيين :

أظهر الرومان اهتماما ضئيلا بالرياضيات البحتة، غير أنهم طوروا نظام عد خاص بهم وهو مزيج من النظام الخمسي والعشري استخدموا في كتابته 7 رموز، فالعدد واحد رمزوا له بالأصبع الواحد أي بخط رأسي (I) والعدد خمسة رمزوا له باليد الواحدة ذات الأصابع الخمسة، ولما كان الإبهام يتجه بعيدا عن باقي أصابع اليد فقد رسموا اليد هكذا (V)، وبالتالي فالعشرة كانت عبارة عن كلتا اليدين فكتبوا خمسة وتحتها خمسة مقلوبة للأسفل وكان يفصل بينهما فاصل بسيط، ثم مع مرور الزمن كتبوهما بدون فاصل بينهما فأصبحت كما معروفة اليوم بالحرف اللاتيني (X)، والعدد اثنين كرروا رمز الواحد مرتين وهكذا مع العدد ثلاثة، أما باقي الأعداد فكانت تكتب بطريقة الجمع والطرح حسب موقع الرموز من بعضها. الجدول التالي يوضح الرموز المستعملة والقيمة العددية لكل رمز :

M	D	C	L	X	V	I
1000	500	100	50	10	5	1

وتُكتب الأعداد الرومانية من اليسار إلى اليمين، فتُكتب الآلاف أولا تليها المئات ثم العشرات وأخيراً الآحاد، وكتابة عدد على يسار عدد أكبر منه تعني أن الرقم الأصغر مطروح من الرقم الأكبر. يُستخدم هذا المبدأ مع الأعداد 4، 9، 40، 90، 400، 900، فهي تكتب كما يلي :

IV	IX	XL	XC	CD	CM

مثال :

1954 = MCMLIV   1441 = MCDXLI   2009 = MMIX

4) الرياضيات عند الإغريق :

يُعدّ علماء الإغريق أول من اكتشف الرياضيات البحتة بمعزل عن المسائل العملية، فبعدما نقل الإغريق الرياضيات الفرعونية زادوا على ما أخذوا وأضافوا إضافات هامة. وقد اشتغلوا في الهندسة فرتبوا نظرياتها وعملياتها.

وتعود ثلاث مسائل هندسية، يُفترض حلها هندسيا باستخدام مسطرة وفرجار، إلى بدايات الهندسة الإغريقية، وتلك المسائل هي: تربيع دائرة (رسم مربع مساحته تساوي مساحة دائرة معطاة)، ومضاعفة مكعب (إنشاء مكعب حجمه يساوي ضعف حجم المكعب الأصلي)، وتقسيم أي زاوية إلى ثلاثة زوايا متساوية.

ولا نكون مبالغين إذا قلنا إن العالم مدين لعلماء الإغريق بالهندسة المستوية التي نعرفها الآن. ومن بين علماء الإغريق نذكر :

فيثاغورس Pythagore (570 ق.م. – 495 ق.م.) : فيلسوف وعالم رياضيات يوناني يُعرف بمعادلته الشهيرة « نظرية فيثاغورس» والتي تنص على أن مربع الوتر في مثلث قائم يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين. طبعا ليس فيثاغورس من وضع هذه النظرية، فقبله بقرون كان المهندسون المصريون يستخدمون النسبة 5:4:3 لتعيين الزاوية القائمة في البناء.

ميز فيثاغورس بين الأعداد الزوجية والأعداد الفردية عن طريق تجارب مرتبطة بالحصى، فإذا أمكن قسمة الحصى إلى جزأين متساويين كان عددها زوجيا، وإذا لم يمكن فعددها فرديا. كما عرف الفيثاغورسيون (فيثاغور س وأصحابه) الأعداد الزائدة وهي التي مجموع قواسمها (التي تختلف عنها) أكبر منها، مثل العدد 12، مجموع قواسمه هو $1+2+3+4+6=16$ أكبر من العدد نفسه. وعرفوا الأعداد الناقصة وهي التي مجموع قواسمها أصغر منها، مثل العدد 8، مجموع قواسمه هو $1+2+4=7$ أصغر من 8.

والأعداد المتحابة، فالعددان متحابان إذا كان مجموع قواسم كل واحد منهما يساوي العدد الآخر، مثل 284 و 220، لأن مجموع قواسم 284 هو $1+2+4+71+142=220$، ومجموع قواسم 220 هو $1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$.

وذهبوا إلى أبعد من ذلك فكانوا ينظرون إلى الأعداد نظرة تقديس ويرون أن لها خواص وأن لكل منها معنى. وأحبوا العدد 10لأنه مجموع الأعداد الطبيعية 1، 2، 3، 4، والعدد 7 لأن عدد الكواكب 7، وأحبوا العدد 5 لأن الخماسي المنتظم إذا مدت أضلاعه تشكل خماسي جديد، وإذا مدت أضلاع الخماسي الجديد تشكل خماسي ثالث، وهكذا، إلى أن تنبهوا أن قطر المربع (الذي طول ضلعه 1) لم يكن عددا صحيحا ولا حتى النسبة بين عددين صحيحين، وبالتالي المنظومة العددية التي ظنوا أنها كاملة لم تكن كذلك، وشكل هذا صدمة كبيرة لفيثاغورس وأصحابه.

طاليس الملطي Thalès de Milet (624 ق.م. – 546 ق.م.) : رياضي وعالم فلك وفيلسوف يوناني، أسَّس ما يُعرف باسم نظرية طاليس وهي تنص على أن أي مثلث مرسوم داخل دائرة بحيث يكون الضلع الأطول هو قطر الدائرة فإن الزاوية المقابلة له هي زاوية قائمة، بالإضافة إلى بعض الخصائص الأخرى المشتقة من هذه القاعدة. كذلك تُنسب لطاليس نظرية أخرى تختص بالنسب بين أطوال أقسام الخطين المتقاطعين في نقطة عندما يقطعها خطين متوازيين، ويمكن تمديد النظرية لتشمل المثلثات المتشابهة.

إقليدس Euclide (325 ق.م – 265 ق.م.) : رياضي يوناني يعتبر أبو الهندسة، بنى أول منهج منطقي في الرياضيات حيث انطلق من ثلاث مفاهيم أولية هي : النقطة والخط والسطح، فتصور النقطة شيئا له وضع فقط وليس له طول ولا عرض ولا عمق، والخط طول بدون عرض أو عمق، وأما السطح فهو ما كان له طول وعرض بدون عمق، وبدلالة هذه المفاهيم عرف الأشكال الهندسية المختلفة كالزاوية والمثلث والمربع والدائرة ...

جمع المعلومات الهندسية الموجودة في زمانه في كتاب أسماه « العناصر »، وحرص على أن يضم كتابه الحقائق المثبتة من دون غيرها التي أثبت خطأها أو عجز عن إثبات صحتها، وقد قسم كتابه إلى ستة أبواب وهي كما يلي:

1- تطابق المثلثات، المتوازيات، الزوايا.

2- بعض المتطابقات والبرهنة عليها هندسيا.

3- الدوائر.

4- الأشكال المرسومة داخل الدائرة أو خارجها.

5- التناسب هندسيا.

6- تشابه المضلعات.

يقدم في بداية كل باب مجموعة من التعاريف والبديهيات والمسلمات التي بنى عليها هندسته. ومن التعاريف التي قدمها إقليدس نذكر :

– الزاوية المستقيمة هي انفراج خطين مستقيمين التقيا بنقطة وليسا على استقامة واحدة.

– الدائرة شكل مستو يحيط به خط واحد ويسمى المحيط، وفي وسطه نقطة جميع الخطوط المستقيمة الخارجة منها إلى المحيط متساوية.

– النقطة المشار إليها تسمى مركز الدائرة.

– الأشكال المستقيمة الأضلاع هي المحدودة بخطوط مستقيمة.

– المثلث شكل يحيط به ثلاث خطوط.

– المثلث المستوي هو ما أحاط به ثلاثة خطوط مستقيمة، والكروي ما أحاط به ثلاثة خطوط منحنية.

ومن البديهيات نذكر مثلا :

– الأشياء المساوية لشيء واحد هي متساوية بعضها لبعض.

– إذا أضيفت أشياء متساوية إلى أشياء متساوية تكون المجموعات متساوية.

– إذا أضيفت أشياء متساوية إلى أشياء غير متساوية تكون المجموعات غير متساوية.

– المقادير المتطابقة أي التي تملأ مساحة واحدة هي متساوية.

– إذا تقاطع خطان مستقيمان لا يكونان موازيين لخط آخر مستقيم.

ومن المسلمات نذكر :

– يمكن أن نصل بين كل نقطتين بخط مستقيم وحيد.

– يمكننا مد كل خط مستقيم من كلا طرفيه إلى مالا نهاية.

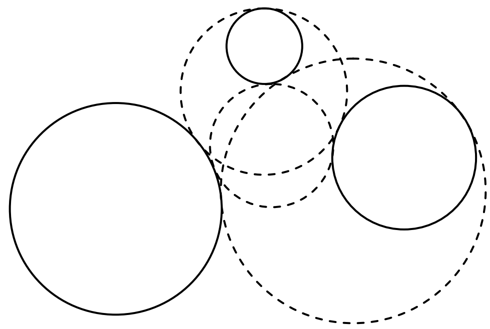
– يمكننا رسم أي دائرة إذا علمنا مركزها ونصف قطرها.

– جميع الزوايا القائمة متساوية.

– إذا قطع مستقيمان مستقيم ثالث وبحيث يكون مجموع الزاويتين الداخليتين على جهة واحدة من التقاطع أقل من قائمتين فإن المستقيمان سوف يلتقيان إذا مددناهما على نفس هذه الجهة.

أبولونيوس بيرغا Apollonios de Perga (262 ق.م. – 190 ق.م.) : فلكي ومهندس وعالم رياضيات يوناني اشتهر بأعماله في مجال القطوع المخروطية، وهو الذي أعطى القطوع المخروطية الأسماء : القطع الناقص، القطع المكافئ، والقطع الزائد التي نعرفها الآن. وهو من حل المسألة المسماة باسمه (مسألة أبولونيوس) وهي: كيف ترسم دائرة تمس ثلاث دوائر معلومة.

حل مسألة أبولونيوس : إذا افترضنا وجود ثلاث دوائر مختلفة فإنه توجد ثمانية دوائر تمسها من الداخل أو من الخارج، هذه الدوائر الثمانية هي حل مسألة أبولونيوس. في الرسم الدوائر بخط متقطع هي ثلاثة حلول من بين الحلول الثمانية.



الدوائر الأبولونية : هي مجموعتين من الدوائر بحيث تتقاطع كل دائرة من المجموعة الأولى (بخط متقطع) مع كل دائرة في المجموعة الثانية (بخط مستمر) بشكل متعامد (زاوية قائمة). تم اكتشاف هذه الدوائر من قبل أبولونيوس بيرغا.