Centre Universitaire Abdelhafide Boussouf Mila
Institut de science et technologie
Filière Master Biochimie appliquée et protection des écosystèmes
semestre 1
Module : Biostatistique

TD 02 : Vocabulaires des probabilités et probabilités conditionnelles

Exercice 01

Dans chacune de situations décrites ci-dessous, énoncer l'événement contraire de l'événement donné.

1) Dans une classe, on choisit deux élèves au hasard. A : « Les deux élèves sont des filles ».
2) Dans un groupe de suisses et de belges, on discute avec une personne. B : « La personne est un homme belge ».
3) Au restaurant, Luc prend un plat et un dessert. C : « Luc prend une viande et une glace ».
4) A une loterie, Elise achète 3 billets.

D : « L'un des billets au moins est gagnant » , E : « Deux billets au maximum sont gagnants.

Exercice 02

Lors d'un jet de deux dés cubiques, on s'intéresse aux événements suivants :

A : « La somme obtenue est au moins égale à 5 ».
B : « La somme obtenue est au plus égale à 5 ».
C : « La somme obtenue est strictement inférieure à 3 ».

1) A et B sont-ils contraires ?
2) $\overline{B}$ et C sont-ils incompatibles ?
3) Traduire par une phrase $\overline{C}$.
4) A et $\overline{C}$ sont-ils incompatibles ?

Exercice 03

On jette une pièce de monnaie 3 fois de suite.

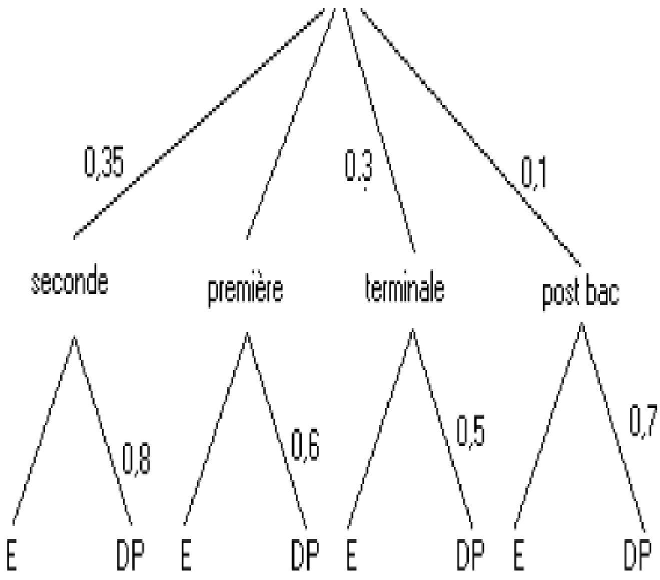
1) Donner la liste de tous les résultats possibles en notant P pour Pile et F pour Face (exemple : PPF).
2) Donner la probabilité des événements suivants :

A « le tirage ne comporte que des Piles ».
B « le tirage comporte au moins une fois Face ».

Exercice 04

Dans un lycée, quel que soit le niveau, un élève peut être externe ou demi-pensionnaire.
L'arbre ci-contre indique la répartition selon le niveau et la qualité de l'élève (E: externe ; DP: demi-pensionnaire)

1) Recopier et compléter cet arbre.

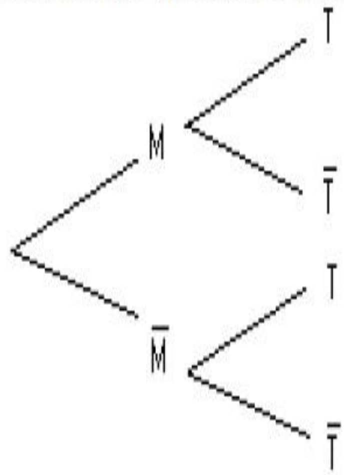


2) a) Déterminer le pourcentage d'élèves externes dans ce lycée.
b) Déterminer la part des Terminales parmi les externes.

Exercice 05

Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un téléviseur et d'un magnétoscope. La probabilité pour qu'il achète un téléviseur est de 0,6.
La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il a acheté un téléviseur est de 0,4.
La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il n'a pas acheté de téléviseur est de 0,2.

1) Quelle est la probabilité pour qu'il achète un téléviseur et un magnétoscope ?
2) Quelle est la probabilité pour qu'il achète un magnétoscope ?
3) Le client achète un magnétoscope. Quelle est la probabilité qu'il achète un téléviseur ?
4) Compléter l'arbre de probabilité suivant :



Solution exercice 01

1) L'événement $\overline{\text{A}}$ est « au moins un des deux élèves est un garçon ».

2) L'événement $\overline{\text{B}}$ est « La personne est soit une femme, soit un suisse ».

3) L'événement $\overline{\text{C}}$ est « Luc ne prend pas de viande ou ne prend pas de glace ».

4) L'événement $\overline{\text{D}}$ est « aucun billet n'est gagnant ».

5) L'événement $\overline{\text{E}}$ est « les trois billets sont gagnants ».

Solution exercice 02

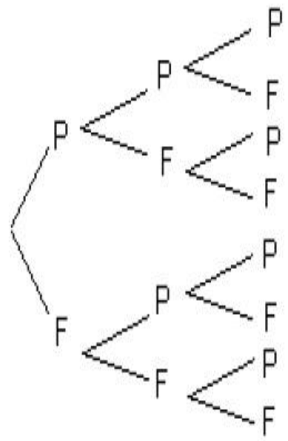
1) A et B ne sont pas contraires car une somme égale à 5 les réalise simultanément.

2) $\overline{\text{B}}$ et C sont incompatibles car la somme ne peut être simultanément strictement supérieure à 5 (événement $\overline{\text{B}}$) et strictement inférieure à 3 (événement C).

3) L'événement $\overline{\text{C}}$ est « La somme est supérieure ou égale à 3 ».

4) A et $\overline{\text{C}}$ ne sont pas incompatibles car ils sont simultanément réalisés par une somme supérieure ou égale à 5.

Solution Exercice 03



1) A l'aide d'un arbre comme ci-contre,
On peut lister $\Omega = \{PPP;PPF;PFP;PFF;FPP;FPF;FFP;FFF\}$.
D'où $Card(\Omega) = 8$.

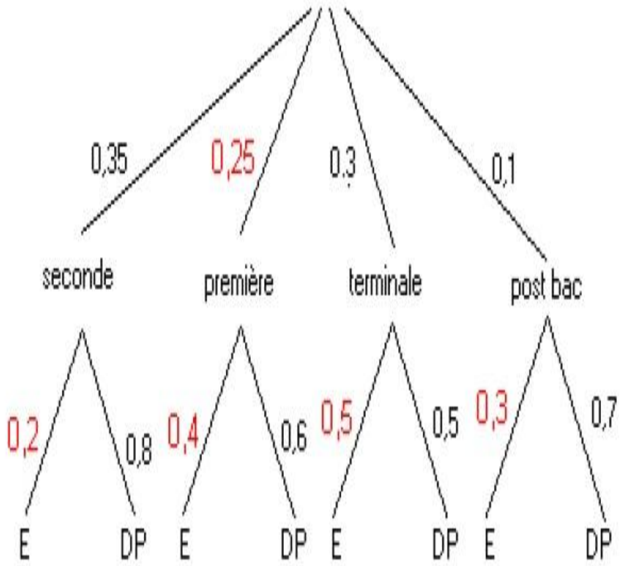
2) Les tirages étant équiprobables, on a $p(A) = \dfrac{Card(A)}{Card(\Omega)} = \dfrac{1}{8}$ (seul le tirage PPP convient).

Enfin, on remarque que $\text{B} = \overline{\text{A}}$ donc $p(\text{B}) = p(\overline{\text{A}}) = 1 - p(\text{A}) = 1 - \dfrac{1}{8} = \dfrac{7}{8}$

Solution Exercice 04

L'arbre nous renseigne sur le fait que « 35 % des élèves du lycée sont en seconde, et parmi ces élèves de seconde, 80 % sont demi-pensionnaires, etc… ».

1) La somme des poids figurant sur les arêtes au départ de chaque « nœud » doit être égale à 1 (coefficients multiplicateurs traduisant des pourcentages). On obtient ainsi l'arbre :



2) Les élèves de seconde externes représentent une fraction de l'effectif total égale à $0,35\times 0,2 = 0,07$, soit 7 %.

Les externes représentent donc une fraction égale à $0,35\times 0,2 + 0,25\times 0,4 + 0,3\times 0,5 + 0,1\times 0,3 = 0,35$, soit 35 %.

3) Sur 1000 élèves, 350 sont donc externes. Les élèves de terminale externes représentent $1000\times 0,3\times 0,5 = 150$ élèves, soit une part égale à $\frac{150}{350}\times 100 \approx 43\%$ à 1% près..

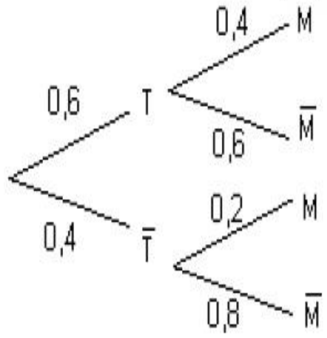
Solution Exercice 05

On note T l'événement « le client achète un téléviseur » et M l'événement « le client achète un magnétoscope ».

L'énoncé fournit $p(T)=0,6$ (donc $p(\overline{T})=1-0,6=0,4$), $p_T(M)=0,4$ (donc $p_T(\overline{M})=1-0,4=0,6$), et $p_{\overline{T}}(M)=0,2$

(donc $p_{\overline{T}}(\overline{M})=1-0,2=0,8$,

ce que l'on peut traduire par l'arbre de probabilités



1) En appliquant la formule de définition d'une probabilité conditionnelle, dans sa « version multiplicative »,

$$p_T(M)=\frac{p(T\cap M)}{p(T)} \Leftrightarrow p(T\cap M)=p(T)\times p_T(M)=0,6\times 0,4=0,24$$

2) En appliquant la formule des probabilités totales,

$$p(M)=p(T\cap M)+p(\overline{T}\cap M)$$

$$=p(T)\times p_T(M)+p(\overline{T})\times p_{\overline{T}}(M)$$

$$=0,6\times 0,4+0,4\times 0,2=0,32$$

3) On demande $p_M(T)=\dfrac{p(M\cap T)}{p(M)}=\dfrac{0,6\times 0,4}{0,32}=0,75$

4) Puisque $p(M)=0,32$, on a $p(\overline{M})=1-0,32=0,68$. Puisque $p_M(T)=0,75$, on a $p_M(\overline{T})=1-0,75=0,25$

On calcule de la même manière qu'à la question 3), $p_{\overline{M}}(T)=\dfrac{p(\overline{M}\cap T)}{p(\overline{M})}=\dfrac{0,6\times 0,6}{0,68}=\dfrac{0,36}{0,68}=\dfrac{9}{17}$, donc

$p_{\overline{M}}(\overline{T})=1-\dfrac{9}{17}=\dfrac{8}{17}$. On peut donc « inverser » l'arbre de probabilité :