Centre universitaire Abdalhafid Boussouf Mila
Institut des Sciences et Technologie
Module : Équations différentielles
$3^{\text{ème}}$ année Maths, 2021-2022

TD 1 : **Equations différentielles du premier ordre**

Exercice 1
Soit l'E.D suivante

$$y' + ay = C(t) \qquad (1)$$

et soit y_0 une solution de (1). Montrer que :
1. Si z est une solution de l'équation homogène associée à (1), alors $y_0 + z$ solution de l'équation (1).
2. Si y est une solution de l'équation (1), alors $y - y_0$ solution de l'équation homogène associée.

Exercice 2
Résoudre les équations différentielles suivantes :
1.
$$y' = \sqrt{y}, \quad y'(a^2 - t^2)^2 + 4aty^2 = 0, \quad y^2dt + tg(t)dy = 0 \ ^{(*)}.$$
2.
$$tyy' - 2y^2 + 4t^2 = 0, \qquad y' = \frac{t+y}{t-y} \ ^{(*)}.$$

Exercice 3
1. Résoudre les équations différentielles linéaires suivantes :

$$a) \ t(t^2 - 1)y' + 2y = t^2, \qquad b) \ y' = y + t \ ^{(*)}$$

2. Résoudre les équations suivantes :

$$a) \ y' - \frac{y}{2t} = 5t^2y^5, \quad b) \ y' - \frac{2}{1-t}y = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{1-t^2}} \ ^{(*)}, \quad c) \ 2t^2y' = (t-1)(y^2 - t^2) + 2ty \ \text{avec} \ y = t.$$

Exercice 4
Pour chacun des problèmes des Cauchy suivants, justifier l'existence d'une unique solution locale et calculer la solution

$$(a) \begin{cases} y' = 4 + y \\ y(0) = 1 \end{cases} , \quad (b) \begin{cases} y' = y^{\frac{8}{3}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Exercice 5 $^{(*)}$
Résoudre les problèmes de Cauchy suivants :

$$(a) \begin{cases} y' = -5y + 3 \\ y(0) = 0 \end{cases} , \quad (b) \begin{cases} y' = y + y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

R de la matière : S. Bourourou