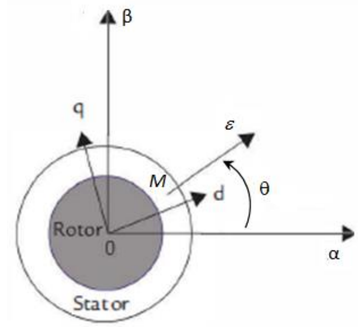
Centre Universitaire AbdelhafidBoussouf / Mila
Module : Modélisation et Simulation des Systèmes Electromécaniques
Master 2 // S3// EM Année Universitaire 2020/2021



Série TD N° 02

Exercice N° 01 :

la fmm $\varepsilon(\theta,t)$ est créée au point M(θ) par un système
de courant triphasé équilibré parcourant un bobinage fixe décalé de 120°.
le courant de la phase (a) : $i_a(t) = I_m\cos(\omega t)$ crée $\varepsilon(\theta,t) = ki_a(\mathrm{t})\cos(\theta)$
le courant de la phase (b) : $i_a(t) = I_m\cos(\omega t - 2\pi/3)$ crée $\varepsilon(\theta,t) = ki_a(\mathrm{t})\cos(\theta - 2\pi/3)$
le courant de la phase (c) : $i_a(t) = I_m\cos(\omega t - 4\pi/3)$ crée $\varepsilon(\theta,t) = ki_a(\mathrm{t})\cos(\theta - 4\pi/3)$
montrer que la résultante au point M est donnée par : $\varepsilon(\theta,t) = \frac{3}{2}kI_m\cos(\omega t - \theta)$

Exercice N° 02 :

* Vérifier que det $([\rho(\theta)]) = 1$, et $[P]^t.[P] = I$; $[P]$*matrice de Park*.

$$[P] = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -sin\theta & -sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}; \rho(\theta) = \begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\theta \end{bmatrix}$$

Exercice N° 03 :

Soit un système triphasé équilibré représenté par les trois axes (a,b,c) décalé de 120°.

Avec :$v_a(t) = v_m.cos(\theta)$, $v_b(t) = v_m.cos(\theta - 2\pi/3)$, $v_c(t) = v_m.cos(\theta + 2\pi/3)$,

Et :$i_a(t) = i_m.cos(\theta - \varphi)$, $i_b(t) = i_m.cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$, $i_c(t) = i_m.cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$.

v_m *et* i_m : Valeurs maximales et $v_{ef} = v_m/\sqrt{2}$ *et* $i_{ef} = i_m/\sqrt{2}$ valeurs efficaces.

** Dans le repère de Park , où $[x_{dq0}] = [P][x_{abc}]$, à savoir que la puissance est conservée telle que :

$P(t)= v_ai_a+v_bi_b+v_ci_c= v_di_d+v_qi_q +v_0i_0$

1. Montrer que : les composantes homopolaires v_0=0 et i_0=0.
2. Monter que : $v_d = \sqrt{\frac{3}{2}}v_m$ et que $v_q = 0$
3. Monter que : $i_d = \sqrt{\frac{3}{2}}i_m\cos(\varphi)$ et que $i_q = -\sqrt{\frac{3}{2}}i_m\sin(\varphi)$
4. Montrer que la puissance instantanée en régime équilibré est donnée par : $P = 3v_{ef}.i_{ef}.cos(\varphi)$.
en déduire Q.
5. Monter que par application de la transformée de Park au système d'équation d'une machine :

$$[v]_{3\emptyset} = [R][i]_{3\emptyset} + \frac{d[\Phi]_{3\phi}}{dt}$$

on obtient, le système biphasé :

$$v_d = Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q$$

$$v_q = Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d$$

6. Donner l'expression du couple électromagnétique, à partir de ces deux équations, sachant que : $\omega = p\Omega$, et $C_e = \frac{P_e}{\Omega}$et la quantité $\frac{d\Phi_d}{dt} i_d + \frac{d\Phi_q}{dt} i_q$ une puissance réactive n'entrant pas dans le calcul du couple C_e.

Exercice N° 04:

1. Comment peut-on trouver le coefficient de normalisation 2/3 de Clark (conservation d'amplitude).
2. Comment peut-on trouver le coefficient de normalisation **sqrt(2/3)** de Concordia (conservation de puissance).

Solution EX03 :

5. $[v]_{3\emptyset} = [R][i]_{3\emptyset} + \frac{d[\Phi]_{3\phi}}{dt}$; on a $[x]_{3\emptyset} = [P]^{-1}[x]_{2\emptyset}$ et $[x]_{2\emptyset} = [P][x]_{3\emptyset}$
x : tensions, courant ou flux.
en remplaçant triphasé par biphasé :

$$[P]^{-1}[v]_{2\emptyset} = [R][P]^{-1}[i]_{2\emptyset} + \frac{d[P]^{-1}[\Phi]_{2\phi}}{dt} = [R][P]^{-1}[i]_{2\emptyset} + \frac{d[P]^{-1}}{dt}.[\Phi]_{2\phi} + [P]^{-1}.\frac{d[\Phi]_{2\phi}}{dt}$$

introduisant $[P]$ sur les deux cotés , on aura ;

$$[v]_{2\emptyset} = [R][i]_{2\emptyset} + [P]\frac{d[P]^{-1}}{dt}.[\Phi]_{2\phi} + \frac{d[\Phi]_{2\phi}}{dt}$$

*** On a :**

$$[P] = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -sin\theta & -sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \; ; \; [P]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{d[P]^{-1}}{dt} = \omega\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} -sin\theta & -cos\theta & 0 \\ -sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 0 \end{bmatrix}$$

***** on vérifie bien que **:** $[\boldsymbol{P}].\frac{\boldsymbol{d[P]^{-1}}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{\omega}\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ $la\ matrice\ se\ réduit$ à $\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$**,** puisque la composante homopolaire est nulle, et on obtient finalement le système biphasé :

$$v_d = Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q$$

$$v_q = Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d$$

6. Calculons la puissance électromagnétique en raisonnant comme pour le calcul d'une puissance instantanée. On ne considère que ce qui dépend des flux direct et inverse et on retire les chutes de tension dues aux résistances.

$$v_d.i_d = (Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q).i_d$$

$$v_q.i_q = \left(Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d\right).i_q$$

$$P_a = v_d.i_d + v_q.i_q = \left(Ri_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q\right).i_d + \left(Ri_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d\right).i_q$$

$$P_e = P_a - P_{pertes} = P_a - Ri_d^2 - Ri_q^2 = \left(\frac{d\Phi_d}{dt} - \omega\Phi_q\right).i_d + \left(\frac{d\Phi_q}{dt} + \omega\Phi_d\right).i_q$$

$$\mathrm{P_e} = \frac{\mathrm{d\Phi_d}}{\mathrm{dt}}.\mathrm{i_d} - \omega\Phi_\mathrm{q}.\mathrm{i_d} + \frac{\mathrm{d\Phi_q}}{\mathrm{dt}}.\mathrm{i_q} - \omega\Phi_\mathrm{d}.\mathrm{i_q}$$

$$P_e = \left(\frac{d\Phi_\mathrm{d}}{dt}.i_d + \frac{d\Phi_\mathrm{q}}{dt}.i_q\right) - \left(\omega\Phi_\mathrm{q}.i_d - \omega\Phi_\mathrm{d}.i_q\right)$$

L'expression : $\left(\frac{d\Phi_\mathrm{d}}{dt}.i_d + \frac{d\Phi_\mathrm{q}}{dt}.i_q\right)$ correspond à la puissance réactive.

Il reste donc :

$P_e = C_e\Omega = -\left(\omega\Phi_\mathrm{q}.i_d - \omega\Phi_\mathrm{d}.i_q\right)$, avec $\Omega = \frac{\omega}{\mathrm{p}}$ vitesse angulaire mécanique.

ce qui donne, finalement, la formule du couple :

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega} = \frac{\omega\left(\Phi_\mathrm{d}.i_q - \Phi_\mathrm{q}.i_d\right)}{\omega/p} = p\left(\Phi_\mathrm{d}.i_q - \Phi_\mathrm{q}.i_d\right)$$