

2<sup>ème</sup> partie séries

Exercice 05

Donner une condition pour que le système suivant :

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} a_{11} & 1 \\ a_{21} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} u(t).$$

Soit contrôlable.

Exercice 06 : Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_2 + x_3 + u_1 + u_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = -2x_1 + x_2 - 2x_3 - u_1 \end{cases}$$

Defini pour tout  $t \in [0, T], T > 0$ . Ici l'état  $x(t) \in \mathbb{R}^3$ , et le contrôle  $u(t) \in \mathbb{R}^2$ .

1) Étudier la contrôlabilité du système précédent dans le cas où  $u_1 = 0$ , puis dans le cas où  $u_2 = 0$ . Quel est le contrôle qu'on puisse supprimer en cas de problème ?

2) On suppose que le mauvais choix est fait et on pose de nouvelles coordonnées  $y \in \mathbb{R}^3$ , avec  $y_1 = x_1, y_2 = x_2$  et  $y_3 = x_1 + x_3$ . Ecrire le système précédent dans les nouvelles coordonnées et vérifier que le sous-système associé aux variables  $(y_1, y_2)$  est contrôlable.