Chapitre II

Cycles Idéaux des Moteurs à combustion interne

II.1 Hypothèses standard de l'air

Les cycles de puissance à gaz sont assez complexes. Pour réduire l'analyse à un niveau gérable, nous utilisons les approximations suivantes, généralement connues sous le nom d'hypothèses standard de l'air.

- Le fluide de travail est l'air, qui circule en continu en boucle fermée et se comporte toujours comme un gaz idéal.
- Tous les processus du cycle sont réversibles intérieurement
- Le processus de combustion est remplacé par un processus d'ajout de chaleur à partir d'une source externe.
- Le processus d'échappement est remplacé par un processus de rejet de chaleur qui restaure le fluide de travail à son état initial.
- Les chaleurs massiques de l'air estimées à 25°C demeurent constantes.

Les hypothèses standard de l'air fournissent une simplification considérable dans l'analyse sans s'écarter significativement des cycles réels.. Ce modèle simplifié permet d'étudier qualitativement l'influence des paramètres majeurs sur les performances des moteurs réels.

II.2 Types de cycles MCI

II.2.1 Cycle de Carnot

Le moteur thermique possédant le meilleur rendement pour un travail donné à partir de deux sources de chaleur a été inventé par l'ingénieur français Sadi Carnot en 1824. Pourtant, le cycle n'est que théorique, il sert de référence dans les bureaux d'études des motoristes. La machine de Carnot peut fonctionner dans les deux sens (motrice ou réceptrice) avec un système fermé ou système ouvert. Son cycle comprend quatre évolutions réversibles : deux isothermiques et deux isentropiques, (voir figure III.1):

1-2: Apport de chaleur isotherme

2-3: Détente isentropique

3-4: Rejet de chaleur isotherme

4-1: Compression isentropique

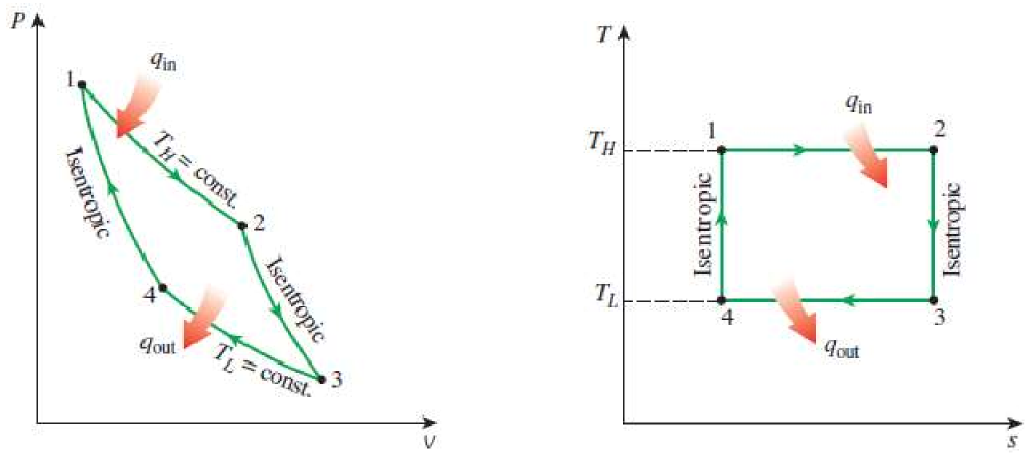


Figure (III.1): Diagramme P-v et T-S : Cycle de Carnot

Le rendement thermique du cycle est donné par la formule suivant :

$$\eta_{th} = \frac{\text{Energie sortante}}{\text{Energie entrante}} = \frac{W_{net}}{q_{in}} \qquad \text{(III.1)}$$

D'après le 1er principe de la thermodynamique:

$$- W_{net}+q_{in}- q_{out}=0 \Longrightarrow W_{net}=q_{in}- q_{out} \qquad \text{(III.2)}$$

En substituant la formule du travail net (2) dans la formule du rendement (1), on obtient:

$$\eta_{th} = \frac{q_{in}- q_{out}}{q_{in}}=1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} \qquad \text{(III.3)}$$

$$\Delta S_{cycle} = \frac{q_{in}}{T_C} - \frac{q_{out}}{T_F}=0 \Longrightarrow \frac{q_{out}}{T_C} = \frac{q_{out}}{T_F} \Longrightarrow \frac{q_{out}}{q_{in}} = \frac{T_F}{T_C} \qquad \text{(III.4)}$$

En substituant la formule (III.4) dans la formule du rendement (III.3), on obtient la formule générale de Carnot:

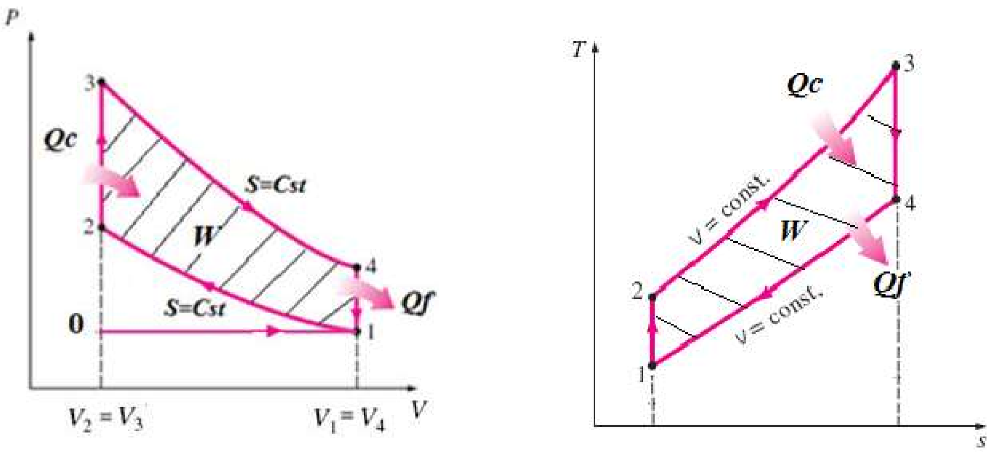
$$\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} \qquad \text{(III.5)}$$

Exemple : On considère une machine thermique diatherme qui opère entre deux températures 350°C et 91.76°C. Calculer le rendement de Carnot.

$$\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{(91.76 + 273)}{(350 + 273)} = 41.5\%$$

II.2.2 Cycle Otto ou de Beau de rochas

C'est le cycle thermique selon lequel fonctionne un moteur à allumage commandé (ou à essence) à 4 temps, (voir figure III.2):



Figure(III.2): Diagramme *P-V* et *T-S* : Cycle Otto

1-2: Compression isentropique

2-3: Apport de chaleur isochore (*V*=cte)

3-4: Détente isentropique

4-1: Rejet de chaleur isochore (*V*=cte)

On a : $\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}}$

Avec : $q_{in}= C_v\ (T_3\text{-}T_2)$ et $q_{out}= C_v\ (T_4\text{-}T_1)$. En substituant q_{in} et q_{out} dans la formule du rendement, on trouve: $\eta_{th} = 1 - \frac{Cv\ (T4-T1)}{Cv\ (T3-T2)} = 1 - \frac{T4-T1}{T3-T2} = 1 - \frac{T1\left(\frac{T4}{T1}-1\right)}{T_2\left(\frac{T3}{T2}-1\right)}$

Les évolutions 1-2 et 3-4 sont isentropiques et $V_2=V_3$, $V_4=V_1$, alors on a:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_3}{T_4} \Longrightarrow \frac{T_3}{T_2} - 1 = \frac{T_4}{T_1} - 1 \Longrightarrow \frac{T_3}{T_2} - 1 = \frac{T_4}{T_1} - 1$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} = 1 - 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

A la fin, on obtient la formule du rendement thermique du cycle Otto:

$$\eta_{th} = 1 - r^{1-\gamma} \qquad \text{(III.6)}$$

Avec :

$r = \frac{V_1}{V_2} > 1$ (8-12) : Rapport de compression volumétrique.

C_p : Capacité calorifique à pression constante

C_V : Capacité calorifique à volume constant.

$\gamma = \frac{Cp}{Cv}$: Constante adiabatique du fluide moteur

II.2.3 Cycle Diesel

C'est le cycle selon lequel fonctionne un moteur à allumage par compression à 4 temps, (voir figure III.3):

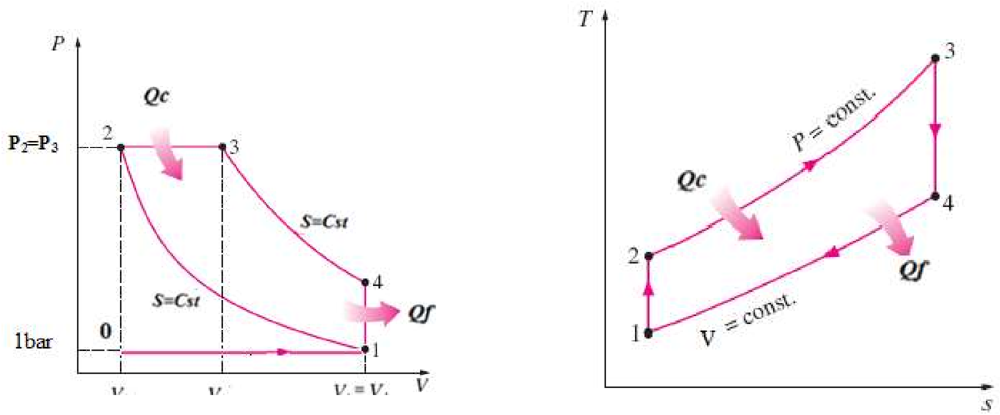


Figure (III.3): Diagramme *P-V* et *T-S* : Cycle Diesel

1-2: Compression isentropique

2-3: Apport de chaleur isobare (*P*=cte)

3-4: Détente isentropique

4-1: Rejet de chaleur isochore (V=cte)

On a : $\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}}$

Avec : q_{in}= C_p (T_3-T_2) et q_{out}= C_v (T_4-T_1). En substituant q_{in} et q_{out} dans la formule du rendement, on trouve:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{C_v\,(T_4 - T_1)}{C_p\,(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{\gamma\, T_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}$$

L'évolution 1-2 est une compression isentropique:

$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1} \;\rightarrow \frac{T_1}{T_2} = r^{1-\gamma}$ (III.7)

L'évolution 2-3 , apport de chaleur isobare (P_3=P_2), on a:

$\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = a$ (III.8)

Avec :

$a = \frac{V_3}{V_2} > 1$: Taux d'injection

L'évolution 3-4 est une détente isentropique:

$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_2}\,\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{a}{r}\right)^{\gamma-1} \rightarrow T_4 = T_3\left(\frac{a}{r}\right)^{\gamma-1} = aT_2\left(\frac{a}{r}\right)^{\gamma-1} = aT_1 r^{\gamma-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\gamma-1}$

$\frac{T_4}{T_1} = a^{\gamma}$ (III.9)

En substituant les équations (III. 7-9) dans la formule du rendement, on trouve:

$\eta_{th} = 1 - 1 - \frac{1}{\gamma\, r^{\gamma-1}}\left[\frac{(a^{\gamma}-1)}{(a-1)}\right]$ (III.10)

Avec :

$r = \frac{V_1}{V_2} > 1$ (12-25) : Rapport de compression volumétrique.

$a = \frac{V_3}{V_2} > 1$: Taux d'injection

C_p : capacité calorifique à pression constante

C_V : capacité calorifique à volume constant.

$\gamma = \frac{Cp}{Cv}$: Constante adiabatique du fluide moteur

II.2.4 Cycle mixte (ou cycle semi diesel ou de Sabathé ou de Trinckler)

Est un couplage entre les cycles Otto et Diesel utilisé dans les moteurs modernes à allumage par compression selon lequel fonctionne un moteur à allumage par compression à grande vitesse, (voir figure III.4). La combustion se fait en deux phases : le carburant est injecté dans la chambre de combustion beaucoup plus tôt que moteur diesel. Le carburant commence à s'enflammer tard dans la course de compression, et par conséquent une partie de la combustion se produit presque à volume constant. L'injection du carburant se poursuit jusqu'à ce que le piston atteigne le point mort haut, et la combustion du carburant maintient la pression élevée pendant la course d'expansion. Ainsi, l'ensemble du processus de combustion peut être mieux modélisé comme la combinaison des procédés à volume constant et à pression constante.

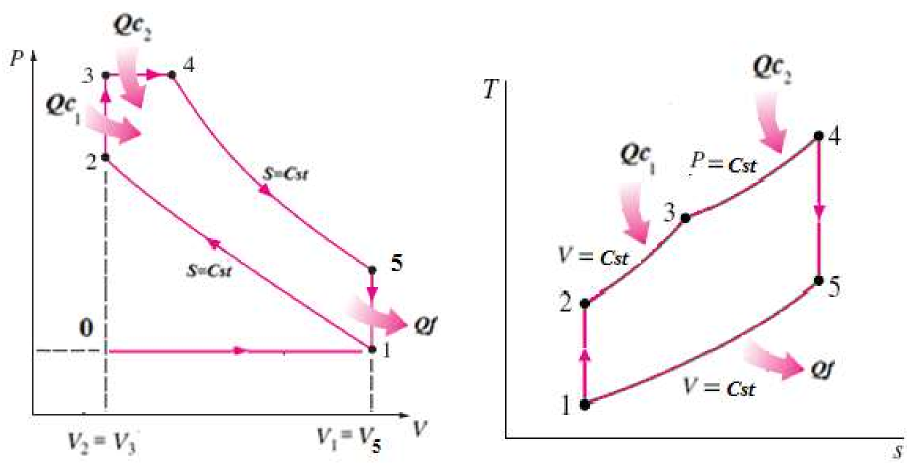


Figure (III.4): Diagramme *P-V* et *T-S* : Cycle mixte

1-2: Compression isentropique

2-3: Apport de chaleur isochore (*V*=cte)

3-4: Apport de chaleur isobare (*P*=cte)

4-5 : Détente isentropique

5-1: Rejet de chaleur isochore (V=cte)

On a : $\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}}$

Avec : q_{in}= C_v (T_3-T_2) + C_p (T_4-T_3) et q_{out}= C_v (T_5-T_1). En substituant q_{in} et q_{out} dans la formule du rendement, on trouve: $\eta_{th} = 1 - \frac{Cv\,(T_5 - T_1)}{Cv\,(T_3 - T_2) + Cp\,(T_4 - T_3)} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2 + \gamma\,(T_4 - T_3)}$

L'évolution 1-2 est une compression isentropique:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = T_1 r^{1-\gamma} \quad \text{(III.11)}$$

L'évolution 2-3 apport de chaleur isochore (V_3=V_2), on a:

$$\frac{\mathrm{T_3}}{\mathrm{T_2}} = \frac{\mathrm{P_3}}{\mathrm{P_2}} = \mathrm{b} \Longrightarrow \mathrm{T_3} = \mathrm{b}\,\mathrm{T_2} = \mathrm{bT_1 r^{\gamma-1}} \quad \text{(III.12)}$$

Avec :

$b = \frac{P_3}{P_2} > 1$: Taux d'injection au cours de l'apport de chaleur isochore

L'évolution 3-4 apport de chaleur isobare (P_3=P_4), on a:

$$\frac{\mathrm{T_4}}{\mathrm{T_3}} = \frac{\mathrm{V_4}}{\mathrm{V_3}} = \mathrm{a} \Longrightarrow \mathrm{T_4} = \mathrm{a}\,\mathrm{T_3} = \mathrm{a\,bT_1 r^{\gamma-1}} \quad \text{(III.13)}$$

Avec :

$\mathrm{a} = \frac{\mathrm{V_4}}{\mathrm{V_3}} > 1$: Taux d'injection au cours de l'apport de chaleur isobare

L'évolution 4-5 est une détente isentropique:

$$\frac{T_5}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_5}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{V_4}{V_3}\,\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{a}{r}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_5 = T_4 \left(\frac{a}{r}\right)^{\gamma-1} = a\,b\,T_1 r^{\gamma-1} \left(\frac{a}{r}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_5 = b\,a^{\gamma} T_1$$

(III.14)

En substituant les équations (III.11-14) dans la formule du rendement, on trouve:

$$\eta_{th} = 1 - 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \left[\frac{(b\,a^{\gamma} - 1)}{(b-1) + \gamma\,b(a-1)}\right] \quad \text{(III.15)}$$

Avec :

$r = \frac{V_1}{V_2} > 1$: Rapport de compression volumétrique.

$a = \frac{V_3}{V_2} > 1$: Taux d'injection au cours de l'apport de chaleur isobare

$b = \frac{P_3}{P_2} > 1$: Taux d'injection au cours de l'apport de chaleur isochore

C_p : capacité calorifique à pression constante

C_V : capacité calorifique à volume constant.

$\gamma = \frac{Cp}{Cv}$: Constante adiabatique du fluide moteur

II.3 Pression moyenne effective

C'est une pression fictive qui, si elle agi sur le piston pendant toute la course de puissance, produirait le même de travail net que celle produite pendant le cycle réel. La pression effective moyenne peut être utilisée comme paramètre pour comparer les performances des moteurs de même cylindrée. Le moteur avec un une plus grande valeur de PME fournit plus de travail net par cycle et donc il est performant. Elle est donnée par la formule suivante:

$$W_{net} = PME.\text{Aire du piston. course du piston} = \text{PME. volume balayé par le piston}$$

$$W_{net} = PME.\Delta V \Rightarrow PME = \frac{W_{net}}{\Delta V} = \frac{W_{net}}{V_{max} - V_{min}} = \frac{W_{net}}{V_u} \qquad \text{(III.16)}$$

Avec : $V_{max} = V_u + V_0$ et V_u : cylindrée unitaire et $V_{min} = V_0$: volume de la chambre de combustion.

II.4 Applications avec solutions

Application 1:

Le cylindre d'un moteur fonctionnant suivant le cycle OTTO a un diamètre de 20 cm et la course du piston est de 25 cm. Le volume mort est de 1570 cm^3. La pression et la température au début de la compression sont 1 bar et 27°C, respectivement. La température maximale du cycle est de 1400°C. Déterminer la pression et la température des points du cycle, le rendement et le travail du cycle, le rendement de Carnot et la pression moyenne effective. Aussi, calculer le rendement de Carnot et la puissance idéale développée par le moteur si le nombre de cycles par minute est égale à 500. Données pour l'air: γ=1.4, P_1=1bar, C_v=0.718 kJ/kg.K, Cp=1.005 kJ/kg.K et R=0.287 kJ/kg.K.

Solution:

d=20 cm, c=25 cm, V_0=1570 cm^3

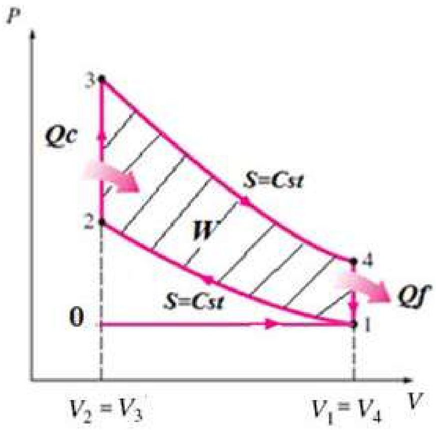
P_1=1 bar, T_1=27°C=300 K, T_{max}=T_3=1400 °C=1673 K

V_u=πd^2/4=7854 cm^3

Rapport de compression : $r=V_1/V_2$

$V_1=V_u+V_0$=7854+1570=9424 cm^3

r=9424/1570=6



1-2 : compression isentropique:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = T_1 r^{\gamma-1} = 300\ (6)^{0.4} = 614.3 \text{ K}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = r^{\gamma} \rightarrow P_2 = P_1 r^{\gamma} = 1\ (6)^{1.4} = 12.286 \text{ bar}$$

2-3 : ajout de chaleur isochore

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \rightarrow P_3 = P_2 \frac{T_3}{T_2} = 12.286\ \frac{1673}{614.3} = 33.46\text{bar}$$

3-4 : compression isentropique:

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1} \rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1} = 1673\ (\frac{1}{6})^{0.4} = 817\text{K}$$

$$\frac{P_4}{P_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma} = \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma} \rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma} = 1\ (\frac{1}{6})^{1.4} = 2.732 \text{ bar}$$

Rendement thermique du cycle:

Apport de chaleur : $q_{in}= C_v\ (T_3\text{-}T_2)$=0.718 (1673-614.3)=760.15 kJ/kg

Rejet de chaleur : $q_{out}= C_v\ (T_4\text{-}T_1)$=0.718(817-300)=371.2 kJ/kg

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{371.2}{760.15} = 51.16\%$$

$$m = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{1\ 10^5\ 9424\ 10^{-6}}{287\ 300} = 0.01095\text{kg}$$

Puissance développée par cycle :

$$\dot{W}_{net} = m\ (q_{in} - \ q_{out}) = 0.01095\ (760.13 - 371.2) = 4.6\ \text{kJ}$$

Puissance développée pour un nombre de cycles :

$$\dot{W}_{net} = 4.26\ \frac{500}{60}\ = 35.5\ \text{kW}$$

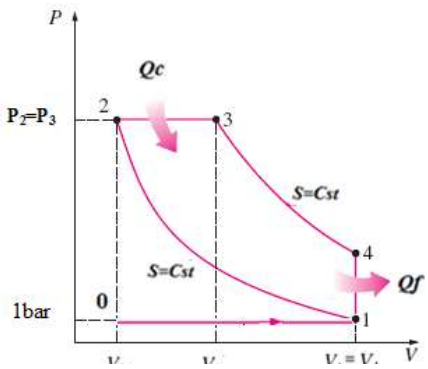
Pression moyenne effective

$$PME = \frac{W_{net}}{\Delta V} = \frac{W_{net}}{V_{max} - V_{min}} = \frac{W_{net}}{V_u} = \frac{4.26\ 10^3}{7854\ \ 10^{-6}} = 5.424\ \text{bar}$$

Application 2:

Soit un cycle Diesel idéal dont le taux de compression est de 18. La chaleur transmise au fluide moteur par cycle est de 1800 kJ/kg. Au début de la compression, la pression de l'ai est de 100 kPa et la température est de 15°C. Déterminer le rendement thermique, le rendement de Carnot et la pression moyenne effective du cycle. Données pour l'air: γ=1.4, P_1=1bar, C_v=0.718 kJ/kg.K, Cp=1.005 kJ/kg.K et R=0.287 kJ/kg.K.

<u>Solution:</u>



$$V_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{0.287\ 288}{100} = 0.827 m^3/\text{kg}$$

$$V_2 = \frac{V_1}{r} = \frac{0.827}{18} = 0.04595\ m^3/\text{kg}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = T_1 r^{\gamma-1} = 288\ (18)^{0.4} = 915.8\ \text{K}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = r^{\gamma} \rightarrow P_2 = P_1 r^{\gamma} = 100\ (18)^{1.4} = 5.72 \text{ MPa}$$

Apport de chaleur :

$$q_{in} = c_p\,(T_3 - T_2) \rightarrow T_3 = T_2 + \frac{q_{in}}{c_p} = 915.8 + \frac{1800}{1.005} = 2710 \text{ K}$$

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow V_3 = V_2\frac{T_3}{T_2} = 0.04595\ \frac{2710}{915.8} = 0.13598\ m^3/\text{kg}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = 2710\ (\frac{0.827}{0.13598})^{0.4} = 1316\text{K}$$

Rejet de chaleur : $q_{out}= C_v\ (T_4\text{-}T_1)$=0.718(1316-288)=738.1 kJ/kg

Rendement thermique du cycle:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{738.1}{1800} = 59\%$$

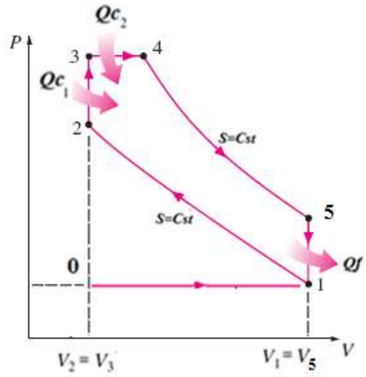
Pression moyenne effective

$$PME = \frac{W_{net}}{\Delta V} = \frac{W_{net}}{V_{max} - V_{min}} = \frac{W_{net}}{V_1 - V_2} = \frac{q_{in} - q_{out}}{V_1 - V_2} = \frac{1800 - 1062}{0.827 - 0.04595} = 1360\text{kPa}$$

Application 3:

On considère un moteur à combustion interne fonctionnant suivant le cycle mixte qui a un rapport de compression égal à 15. La compression commence avec 1bar et 27°C. La pression maximale est limitée à 60 bars. La chaleur transférée à l'air à volume constant est le double que celui à pression constante. Calculer les pressions et les températures aux points du cycle, le rendement et la pression moyenne effective du cycle et le rendement de Carnot. Données pour l'air: γ=1.4, P_1=1bar, C_v=0.718 kJ/kg.K, Cp=1.005 kJ/kg.K et R=0.287 kJ/kg.K.

__Solution:__



P_1=1 bar, T_1=27°C=300 K, P_3=P_4=60 bar, r=15

$Q_{2\text{-}3}$=2 $Q_{3\text{-}4}$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = T_1 r^{\gamma-1} = 300\ (15)^{0.4} = 886 \text{ K}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = r^{\gamma} \rightarrow P_2 = P_1 r^{\gamma} = 1\ (15)^{1.4} = 44.3 \text{ bar}$$

$$\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow T_3 = T_2 \frac{P_3}{P_2} = 886\ \frac{60}{44.3} = 1200 \text{ K}$$

$$Q_{2-3} = 2\ Q_{3-4} \rightarrow c_v\ (T_3 - T_2) = 2\ c_p (T_4 - T_3)$$

$$0.718\ (1200 - 886) = 2\ (1.005)(T_4 - 1200) \rightarrow\ T_4 = 1312 \text{ K}$$

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{T_4}{T_3} \rightarrow a = \frac{1312}{1200} = 0.04595\ \frac{2710}{915.8} = 1.093$$

$$\frac{T_5}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_5}\right)^{\gamma-1} = T_4 \left(\frac{V_4}{V_3}\frac{V_3}{V_5}\right)^{\gamma-1} = T_4 \left(\frac{V_4}{V_3}\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_4 \left(\frac{a}{r}\right)^{\gamma-1} = 1312 \left(\frac{1.093}{15}\right)^{0.4} = 460 \text{ K}$$

$$\frac{P_5}{T_5} = \frac{P_1}{T_1} \rightarrow P_5 = P_1 \frac{T_5}{T_1} = 1\ \frac{460}{300} = 1.53 \text{ bar}$$

Apport de chaleur :

$$q_{in} = c_v\ (T_3 - T_2) +\ c_p (T_4 - T_3) = 0.718\ (1200 - 886) + 1.005\ (1312 - 1200)$$
$$= 338 \text{ kJ/kg}$$

Rejet de chaleur : $q_{out} = c_v\ (T_5 - T_1) = 0.718\ (460 - 300) = 115$ kJ/kg

Rendement thermique du cycle:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{115}{338} = 66\%$$

$$V_u = V_1 - V_2 = V_1\ \left(1 - \frac{1}{r}\right) = \frac{RT_1}{P_1}\left(1 - \frac{1}{r}\right) = \frac{287\ 300}{1\ \ 10^5}\left(1 - \frac{1}{15}\right) = 0.804\ m^3/\text{kg}$$

Pression moyenne effective

$$PME = \frac{W_{net}}{\Delta V} = \frac{W_{net}}{V_{max} - V_{min}} = \frac{q_{in} - q_{out}}{V_u} = \frac{(338 - 115)10^3}{0.804} = 2.77 \text{ bar}$$