# TP N° 2 : Etude numérique de la conduction 2D

## *1. Problème :*

Le problème est celui de la détermination de la température d'équilibre d'une plaque métallique rectangulaire de dimension $L \times H$ et d'épaisseur $e$ négligeable. Supposons que les frontières (Nord-Sud) sont isothermes (températures constantes, $T_h > T_c$) et les frontières (Est – Ouest) sont adiabatiques comme indiqué sur le schéma de la figure 1.

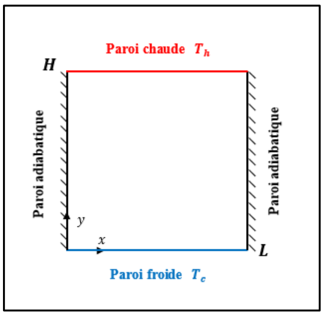


*Fig. 1 : Géométrie du problème.*

## *2. Modèle mathématique :*

L'équation de chaleur en régime stationnaire qui engendre ce problème est l'équation de Laplace avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \\ T = T_c \text{ à } y = 0 \text{ } et \text{ } \forall \text{ } x \\ T = T_h \text{ à } y = H \text{ } et \text{ } \forall \text{ } x \\ \partial T/\partial x = 0 \text{ à } x = 0 \text{ } et \text{ } \forall \text{ } y \\ \partial T/\partial x = 0 \text{ à } x = L \text{ } et \text{ } \forall \text{ } y \end{cases} \qquad (i)$$

## *3 Résolution numérique :*

Le domaine d'étude est maillé comme le montre la figure 2.

La discrétisation du modèle mathématique par la méthode des volumes finis donne :

$$A_P T_P = A_E T_E + A_W T_W + A_E T_E + A_W T_W + B$$

La résolution directe du système étant compliquée, on utilise donc une méthode de résolution itérative qui détermine les valeurs de la variable $T$ sur chaque colonne indépendamment des autres colonnes (méthode de Balayage). La matrice obtenue est tri-diagonale, on utilise l'algorithme TDMA pour la résoudre.

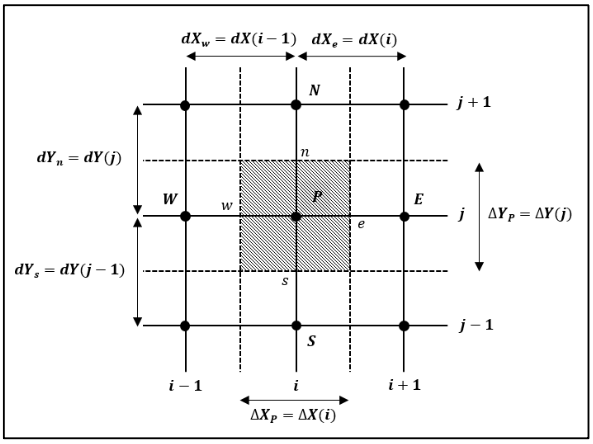


*Fig.2 : Maillage régulier.*

### *Remarque :*

L'équation discrétisée de la conduction 2D et les conditions aux limites peut se mettre sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{A_p(i,j)T(i,j) = A_E(i,j)T(i+1,j) + A_W(i,j)T(i-1,j) + A_N(i,j)T(i,j+1) + A_S(i,j)T(i,j-1) + s(i,j)}$$

### *Travail demandé :*

Compléter le programme en langage fortran en déterminant les coefficients et les termes sources.