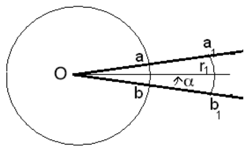
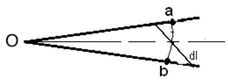
الفصل الرابع: نظرية غوص

الزاوية في المستوي: (هي المجال أو المدى الذي نرى من خلاله طول معين في المستوي)

وهي قياس قوس من دائرة مركزها رأس الزاوية ونصف قطرها يساوي الواحد.

ليكن نصفا المستقيمين OA و OB الزاوية بينهما هي

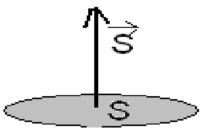




$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{ab}}{1} = \frac{\overset{\frown}{a_1b_1}}{r_1} = \frac{\overset{\frown}{a_2b_2}}{r_2}$$

إذا كانت الزاوية بين نصفي المستقيمين صغيرة

$$d\alpha = \frac{\overset{\frown}{ab}}{R} = \frac{d\vec{\ell}.\cos\theta}{R}$$

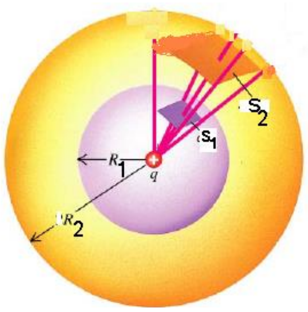


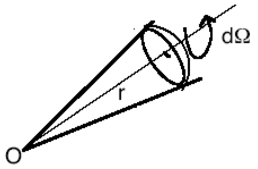
توجيه مساحة: من الآن فصعدا سوف نرفق بكل سطح s (أو سطحا ds) شعاعا $\vec{S}$ (أو $d\vec{S}$)

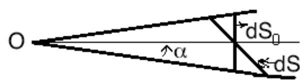
يتجه خارجا من السطح وعمودي عليه وطويلته تساوي قيمة مساحة هذا السطح.

الزاوية الصلبة (في الفضاء إذا نظرنا فإننا نرى سطحا أو مساحة فالمجال الذي نرى من خلاله هذا السطح هو الزاوية الصلبة)

بالتعريف الزاوية الصلبة Ω المحددة بواسطة مخروط رأسه النقطة O مثلا هي قياس سطح S الذي يحصره المخروط من كرة مركزها النقطة O ونصف قطرها يساوي الواحد. $\boxed{\Omega = \frac{S}{R^2}}$







وحدة الزاوية الصلبة هي الستيراديان Stéradians اختصارا نكتب st

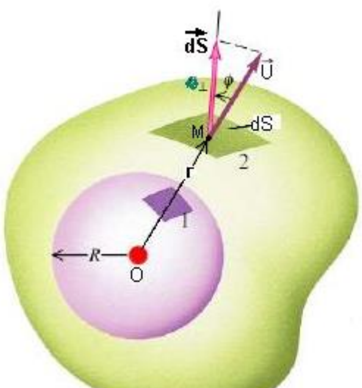
. الفضاء ككل

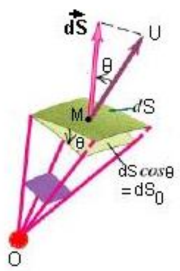
$$\boxed{\Omega = \frac{S}{R^2} = \frac{4\pi R^2}{R^2} = 4\pi \quad (st)}$$

$$\Omega = \frac{S}{R^2} = \frac{S_1}{R_1^2} = \frac{S_2}{R_2^2}$$

الزاوية الصلبة العنصرية: ليكن ds سطحا عنصريا في الفضاء.

ما هي الزاوية الصلبة التي نرى من خلالها السطح ds انطلاقا من النقطة O مثلا.





لتكن M نقطة متوسطة من السطح ds $\qquad \vec{OM} = r\vec{u}$

ليكن ds_0 السطح العمودي على $\vec{OM}$ والذي يشمل النقطة M.

$$d\Omega = \frac{dS_0}{r^2}$$

حيث θ هي الزاوية بين السطحين ds و ds_0 $\quad dS_0 = dS.\cos\theta$

ومنه

$$\boxed{d\Omega = \frac{dS_0}{r^2} = \frac{dS.\cos\theta}{r^2} = \frac{\vec{ds}.\vec{u}}{r^2}}$$

إذن الزاوية الصلبة التي نرى من خلالها سطحا ما S هي

$$\boxed{\Omega = \int d\Omega = \iint_S \frac{\vec{ds}.\vec{u}}{r^2}}$$

<u>تعريف التدفق:</u>

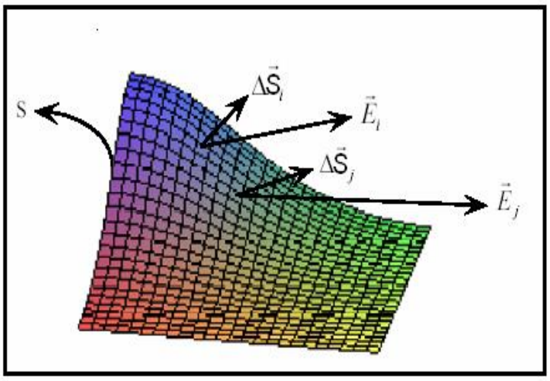
ليكن الحقل الشعاعي $\vec{b}$ ، تدفق شعاع الحقل $\vec{b}$ عبر السطح العنصري ds هو المقدار

$$\boxed{d\phi = \vec{b}.\vec{ds}}$$

التدفق الكلي عبر سطح S هو $\phi = \iint_S \vec{b}.\vec{ds}$

<u>تدفق الحقل الكهربائي:</u>

الحالة العامة: الحقل كيفي والسطح S كيفي:



$$\Delta\Phi_i \approx \vec{E}_i \bullet \Delta\vec{S}_i$$

$$\Phi_E \approx \sum_{i=1}^{n} \Delta\Phi_i \approx \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \bullet \Delta\vec{S}_i$$

$$d\phi = \vec{E}.\vec{ds}$$

$$\begin{cases} n \to \infty \\ \left|\Delta\vec{S}_i\right| \to 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \Phi_E = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \bullet \Delta\vec{S}_i = \iint_S \vec{E} \bullet d\vec{S}$$

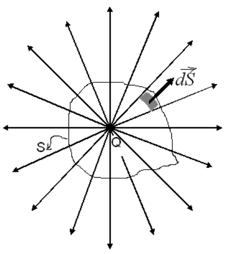
$$\boxed{\Phi_E = \iint_S \vec{E} \bullet d\vec{S}}$$

$$\boxed{d\phi = \vec{E}.\vec{ds}} \qquad \boxed{\phi = \iint_S \vec{E}.\vec{ds}}$$

<u>نظرية غوص LOI DE GAUSS:</u>

لتكن لدينا شحنة Q داخل سطح مغلق S، تدفق الحقل الناتج عن الشحنة Q عبر السطح S هو $\phi = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

البرهان: $\phi = \iint_S \vec{E}.\vec{ds} = \iint_S \dfrac{kQ}{r^2}\vec{u}.\vec{ds} = kQ\iint_S \dfrac{\vec{u}.\vec{ds}}{r^2} = kQ\iint_S d\Omega = kQ(\Omega)$



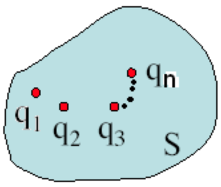
السطح S مغلق، كما ذكرنا سابقا فالزاوية الصلبة التي نرى من خلالها كل الفضاء $\Omega = 4\pi$

ومنه تدفق الحقل الكهربائي عبر السطح المغلق s هو $\phi = kQ(\Omega) = kQ4\pi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q4\pi = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$

اذا كان داخل السطح المغلق S مجموعة من الشحن $Q_1,Q_2.........Q_n$ فالتدفق الكلي للحقل الكهربائي عبر السطح S

هو $$\phi=\phi_1+\phi_2+.......\phi_n=\frac{Q_1}{\varepsilon_0}+\frac{Q_2}{\varepsilon_0}.........+\frac{Q_n}{\varepsilon_0}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}Q_i=\frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

حيث $Q_{\text{intérieure}}$ تمثل مجموع الشحن الموجودة داخل السطح S



<u>نص نظرية GAUSS : تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح مغلق s يساوي المجموع الجبري للشحن الموجودة داخل هذا السطح.</u>

$$\phi=\iint_S \vec{E}.\overrightarrow{ds}=\frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

<u>بعض الملاحظات :</u>

. إذا كانت الشحنة Q موجودة خارج السطح المغلق S فان $\phi=0$ لان خط الحقل الذي يخترق السطح داخلا إليه سوف يخرج لا محالة.

. أهمية نظرية GAUSS: مفيدة جدا خاصة عند حساب الحقل الكهربائي.

. نظرية GAUSS صالحة في الحالة العامة لكن لا نطبقها إلا إذا سمح لنا تناظر المسألة بذالك

. **<u>أهم الخطوات الواجب إتباعها لتطبيق نظرية GAUSS</u>:**

1–نختار سطح مغلق s يشمل النقطة التي نريد حساب الحقل عندها.

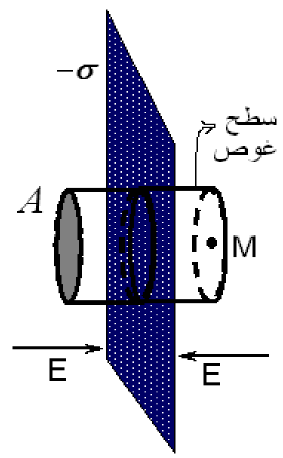
سطح غوص نختاره بحيث يكون الحقل عند نقاط السطح إما معدوما أو ثابتا أو عموديا على السطح أو موازيا له، وهذا لتبسيط الحسابات.

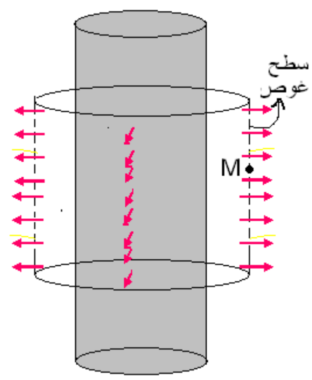
الحالات الشهيرة هي : –إذا كان توزيع الشحنة ذو تناظر كروي فسطح غوص نختاره على شكل كرة.

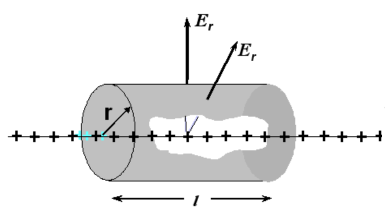
– إذا كان توزيع الشحنة ذو تناظر اسطواني فسطح غوص نختاره على شكل اسطوانة.

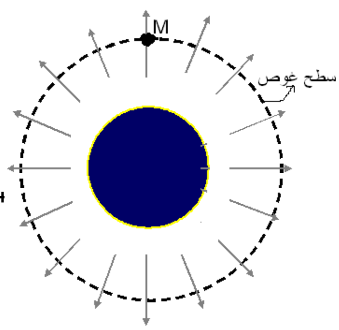
– إذا كان توزيع الشحنة وفق خط مستقيم، نختار سطح غوص على شكل اسطوانة.

– إذا كان توزيع الشحنة وفق مستوي لا نهائي فسطح غوص نختاره على شكل اسطوانة.









2- كتابة تعريف التدفق وحساب التكامل $\boxed{\phi = \iint_S \vec{E}.\vec{ds}}$

3-حساب الشحنة الكلية الموجودة داخل السطح S. ثم نضع $\boxed{\phi = \iint_S \vec{E}.\vec{ds} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}}$ ونستنتج الحقل E.