Centre Universitaire de Mila
Institut des Sciences et de la Technologie
1^{er} **Année master maths**

Série N : 3

Exercise 1.
Soit le système dynamique

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}, \tag{1}$$

avec une condition initiale $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$. *Résoudre le système (1) et donné la nature de point fixe 0 dans les deux cas suivantes:*

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$
2. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Exercise 2.
Soit le système

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n^2 + 2y_n \\ y_{n+1} = y_n^2 + 3x_n^2 \end{cases}$$

Montrez que $(0,0)$ *est un point stationnaire. Vérifier que* $(0,0)$ *est un répulsif.*

Exercise 3. *Soit le système*

$$\begin{cases} x_{n+1} = 2x_n + y_n^2 - 2 \\ y_{n+1} = x_n^2 - x_n - y_n^3 \end{cases}$$

1. *Montrer que le point* $(1,1)$ *est périodique de période 2.*
2. *Montrer que cette orbite périodique est un répulsif.*

Exercise 4.
L'application de Hénon est définie par

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n \\ y_{n+1} = bx_n \end{cases}$$

a *et* b *sont les paramètres de bifurcations.*

1. *Trouvez les points fixes de l'application de Hénon et donnez leur stabilité dans le cas où* $a = b = 1$.
2. *Posons* $b = 1$. *Étudiez la stabilité des points fixes.*