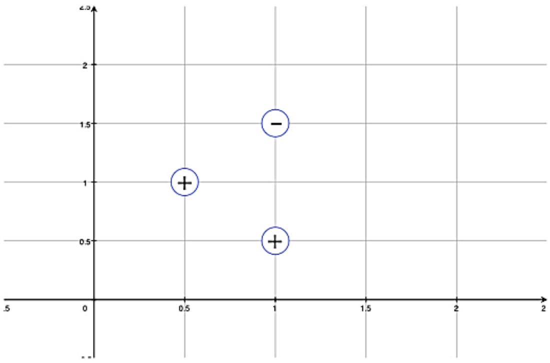
Série d'exercices N° 06

Exercice 1 : (Examen Final 2018)

1. Quel est le but de l'algorithme SVM? Quand peut-il être appliqué avec succès?
2. Si les exemples d'apprentissage sont linéairement séparables, combien de limites de décision peuvent séparer les points de données positifs des points de données négatifs? Quelle limite de décision l'algorithme SVM calcule-t-il? Pourquoi?
3. Nous savons que les frontières de décision ne sont pas linéaires pour la plupart des ensembles de données réelles. Comment traiter cette non-linéarité est-elle par les SVM?
4. Résumer les principaux avantages et limites des algorithmes SVM.
5. Considérons les trois vecteurs d'entrée bidimensionnels linéairement séparables de la figure suivante. Trouvez le SVM linéaire qui sépare de manière optimale les classes en maximisant la marge.



6. Démontrer pour la fonction du noyau polynomial $K(\mathrm{x},\mathrm{z})$ suivante

$$K(\mathrm{x},\mathrm{z}) = (\langle \mathrm{x}\cdot\mathrm{z}\rangle + v)^{d}, d = 2, v = 1, \mathrm{x} = (x_1, x_2), \mathrm{z} = (z_1, z_2)$$

que : $K(\mathrm{x},\mathrm{z}) = \langle \Phi(\mathrm{x})\cdot\Phi(\mathrm{z})\rangle$, **avec** $\Phi(\mathrm{y}) = \left(1, \sqrt{2}y_1, \sqrt{2}y_2, {y_1}^2, {y_2}^2, \sqrt{2}y_1y_2\right)$

Exercice 2 : (Examen Final 2019)

Soient $v_1 = (-1, 1), v_2 = (2, 0), v_3 = (1, -1)$, **et** $v_4 = (0, 2)$ quatre vecteurs de support définissant une ligne de séparation, et soient les coefficients α et le biais w_0 :

$$\alpha_1 = -0.5, \alpha_2 = 0.5, \alpha_3 = -0.5, \alpha_4 = 0.5 \ et\ w_0 = -1$$

1. Dessiner un graphe des vecteurs de support et tracez l'hyperplan et la marge qu'ils définissent. (Vous pouvez le faire manuellement sans trouver l'équation de l'hyperplan).
2. Donnez la classification SVM résultante de la nouvelle instance $\mathrm{x} = (1, 1)$.
3. Trouver le vecteur des poids w associé à l'hyperplan de séparation.
4. En utilisant le vecteur des poids w que vous avez obtenus dans la question 3) et le biais w_0, trouvez l'équation de l'hyperplan séparateur : $w^T.\mathrm{x} + w_0$. Quelle est la pente de cette ligne ?

Exercice 3 : (Rattrapage 2019)

Soit l'ensemble de données $\mathbf{X} = \{(\mathbf{x}^{(t)}, \mathbf{y}^{(t)}),\ \boldsymbol{t} = \mathbf{1}, .., \mathbf{6}\}$ présenté ci-bas.

$$\mathbf{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(1)} = -1, \quad \mathbf{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(2)} = -1, \quad \mathbf{x}^{(3)} = \begin{bmatrix} 13 \\ 9 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(3)} = -1,$$

$$\mathbf{x}^{(4)} = \begin{bmatrix} 8 \\ 13 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(4)} = 1, \quad \mathbf{x}^{(5)} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(5)} = 1, \quad \mathbf{x}^{(6)} = \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(6)} = 1$$

1) Tracer ces points en deux dimensions.

2) Supposons que l'on veut classer ces données avec un classifieur de type SVM utilisant un noyau linéaire $(\boldsymbol{K}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \langle \mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle)$**.** Tracez les données de l'ensemble $\mathbf{X}$, les marges géométriques maximales obtenues avec le SVM, l'hyperplan séparateur correspondant, et encerclez les données agissant comme vecteurs de support.

3) Donnez les valeurs des poids $\boldsymbol{w}$ et biais $\boldsymbol{w_0}$ correspondant au discriminant linéaire maximisant les marges géométriques tracées en question **2)**.

* **Indice :** il n'est pas nécessaire de calculer les $\boldsymbol{\alpha_i}$ pour répondre à la question.