Centre Universitaire de Mila
Institut des Sciences et de la Technologie
1^{er} **Année master maths**

Série N : 1

Exercise 1.
Utilisez une calculatrice pour parcourir chacune des fonctions suivantes (en utilisant un valeur initiale arbitraire) et expliquez ces résultats: $f_1(x) = \cos(x)$, $f_2(x) = \sin(x)$, $f_3(x) = e^x$ *et* $f_4(x) = \dfrac{e^x}{e}$

Exercise 2.

1. *Soit* $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$. *Montrer que* $x = 3$ *est un point fixe du système* $x_{n+1} = f(x_n)$.
2. *Trouvez les points fixes du système régi par* $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 1$.
3. *Trouvez les points fixes du système régi par* $f(x) = -ax^2 + 1$.*Pour quelles valeurs de a la fonction f n'a-t-elle aucun, un ou deux points fixes? (Indication: considérez le cas* $a = 0$ *séparément.)*
4. $f(x) = ax(1 - x)$ *avec* $0 < a \leq 4$. *Trouver les points fixes du système dynamique* $x_{n+1} = f(x_n)$.

Exercise 3.
Trouvez graphiquement les points fixes de chacun des fonctions de l'exercice 1.

Exercise 4.

1. *Trouver une orbite périodique de la période 2 de l'application* $f(x) = -2x^2 + 1$.
2. *Soit* $f(x) = ax(1 - x)$ *avec* $0 < a \leq 4$. *Trouver les orbites périodiques de période* 2 *de l'application* f.

Exercise 5.
Supposons que x *est un point périodique de période 2 et de période 3 pour un système dynamique régi par une fonction* F. *Montrer que* x *est un point fixe.*

Exercise 6.
Supposons que x_0 *soit un point périodique de période 2 pour un système dynamique régi par une fonction différentiable* $F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$. *Montrer que les dérivées de la deuxième ordre de* F *à* x_0 *et à* $x_1 = F(x_0)$ *sont les mêmes.*

Exercise 7.
Soit $g(x) = 4x(1 - x)$, $x \in [0, 1]$, $f(x) = 2x^2 - 1$, $x \in [-1, 1]$. *Montrer que les deux système* f *et* g *sont topologiquement conjugués. (Indication: Utiliser l'application* $\phi(x) = 1 - 2x$ *).*

Exercise 8.
Montrer que les deux systèmes$g(x) = x(3 - 4x)$, $x \in [0, 0.75]$, $f(x) = 3x(1 - x)$, $x \in [0, 1]$ *sont topologiquement conjugués. (Indication: Utiliser l'application* $\phi(x) = 0.75x$*)*