

# حل السلسلة 1 (التحليل التوافيقي):.....أ. لمزاودة

المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف

السلسلة رقم 1

2021/2020

السنة أولى LMD

مقياس الإحصاء 2

## التحليل التوافيقي- Analyse Combinatoire

التمرين 1: أجب على ما يلي:

- 1) كم عدد الطرق التي يمكن أن يصطف بها 10 أشخاص لأخذ صورة.
- 2) كم كلمة يمكن تشكيلها من جميع أحرف كلمة: التكنولوجيا، تاجنانت، Bookkeeper.
- 3) كم عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها 6 أشخاص حول طاولة مستديرة لتناول وجبة الغداء.

التمرين 2: ما هو عدد لوحات السيارات التي يمكن الحصول عليها من استعمال حرفين من الأحرف الهجائية (28

حرف) وثلاثة أرقام إلى يسار الأحرف وذلك باستعمال المبدأ الأساسي للعد في الحالات التالية:

- 1) عدم تكرار الحرف والرقم.
- 2) تكرار الحرف وعدم تكرار الرقم.
- 3) تكرار الحرف والرقم.
- 4) بدون تكرار الحرف وتكرار الرقم بشرط الرقم الأخير يختلف عن 0.

التمرين 3: لتكن لديك المجموعات التالية:

- 1)  $E_1 = \{6, 6, 1, 2, 2, 2\}$  ، كم عدد سداسي يمكن تشكيله من المجموعة  $E_1$ .
- 2)  $E_2 = \{1, 2, 5, 6, 9\}$  ، كم عدد فردي ثلاثي يمكن تشكيله من  $E_2$  ؟ (بتكرار وبدون تكرار).
- 3) كم عددا فرديا أو من مضاعفات 2، مؤلفا من ثلاثة أرقام يمكن تشكيله من  $E_2$  إذا استخدم كل رقم مرة واحدة؟
- 4) كم عددا مكونا من 5 أرقام مختلفة يمكن تشكيلها من المجموعة:  $E_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- 5) كم عددا مكونا من 9 أرقام يمكن تشكيله من  $E_3$  مع التكرار وبدون تكرار.
- 6) كم عددا سداسي يمكن تشكيله من المجموعة:  $E_4 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  ، بحيث نستعمل:  
أ- الأرقام مع التكرار. ب- الأرقام متميزة مثنى مثنى (بدون تكرار). ج- تكون مضاعفة لـ 5.

التمرين 4: صندوق يحتوي على 6 كريات بيضاء (B) و 4 كريات سوداء (N)، نقوم بسحب 3 كريات دفعة واحدة.

ما هو عدد طرق سحب: أ- 3 كريات. ب- 3 كريات بيضاء. ج- 1 بيضاء و 2 سوداء.

التمرين 5: التقى 4 أصدقاء فصافح كل منهم الآخر، كم مصافحة تمت بين الأصدقاء؟

التمرين 6: أوجد قيمة n في الحالتين التاليتين:

$$3C_{n+1}^3 = 7C_n^2 \quad \text{ب-} \quad A_{n+1}^3 = A_n^4 \quad \text{أ-}$$

## حل السلسلة 1 (التحليل التوفيقى):.....أ. لمزاودة

### حل التمرين 1:

1) عدد الطرق التي يمكن أن يصطف بها 10 أشخاص لأخذ صورة: ترتيب كل من كل تباديل دون تكرار:

$$P_n = n! \quad \Leftrightarrow \quad P_{10} = 10!$$

2) عدد الكلمات يمكن تشكيلها من جميع أحرف كلمة: (التكنولوجيا، تاجنانت، Bookkeeper) هي تباديل

$$P_n^{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \quad \text{مع التكرار تحسب بالعلاقة:}$$

$$P_{11}^{2,2,2} = \frac{11!}{2!2!2!} = 4989600. \quad \checkmark \text{ التكنولوجيا: عدد الأحرف } (2=ا, 2=ل, 2=و)$$

$$P_7^{2,2,2} = \frac{7!}{2!2!2!} = 630. \quad \checkmark \text{ تاجنانت: عدد الأحرف } (2=ن, 2=ا, 2=ت)$$

$$P_{10}^{3,2,2} = \frac{10!}{3!2!2!} = 151,200. \quad \checkmark \text{ Bookkeeper: عدد الأحرف } (2=k, 2=o, 3=e)$$

3) عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها 6 أشخاص حول طاولة مستديرة لتناول الغداء حيث يجلسون كما يشاؤون.

الجلوس في شكل دائري يعني ترتيب دائري لـ 6 عناصر، وهنا نحن بصدد تباديل دائرية:

فيجلس أحد الأشخاص في أي مكان ثم نرتب البقية (الـ 5 أشخاص) في الأماكن الشاغرة كما يلي:

$$P_{(n-1)} = (n-1)! \quad \Leftrightarrow \quad P_{(6-1)} = (6-1)! = 5! = 120$$

### حل التمرين 2:

أ- استعمال المبدأ الأساسي للعد:

الأرقام	الحروف	لوحة السيارة تكون كما يلي:				
		حرف	حرف	رقم	رقم	رقم
n=10; P=3	n=28; P=2					

إذن عدد لوحات السيارات حسب الحالات يكون:

تكرار الحرف والرقم					تكرار الحرف وعدم تكرار الرقم					عدم تكرار الحرف والرقم				
10	9	8	28	27	10	9	8	28	28	10	10	10	28	28
$10.9.8 \times 28.27 = 544320$					$10.9.8 \times 28^2 = 564480$					$10^3 \times 28^2 = 784000$				

بدون تكرار الحرف وتكرار الرقم بشرط الرقم الأخير يختلف عن الصفر

لوحة	$9.10.10 \times 28.27 = 680400$	إذن	9	10	10	28	27
------	---------------------------------	-----	---	----	----	----	----

# حل السلسلة 1 (التحليل التوفيقى):.....أ. لمزاودة

ب- يمكن حل هذه الحالات بطريقة 2:

الأرقام	الأحرف
n=10; P=3	n=28; P=2
جزء من كل	جزء من كل

$A_{10}^3 \cdot A_{28}^2 = \frac{10!}{(10-3)!} \times \frac{28!}{(28-2)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!} \times \frac{28 \cdot 27 \cdot 26!}{26!}$ $= 10 \cdot 9 \cdot 8 \times 28 \cdot 27 = 544320$	ترتيبية	الترتيب مهم	عدم تكرار الحرف والرقم (بدون تكرار)
$card(\Omega) = n^p = 10^3 \times 28^2$	قائمة	الترتيب مهم	تكرار الحرف والرقم
$A_n^p \cdot n^p = A_{10}^3 \times 28^2 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!} \times 28^2 = 564480$	قائمة للحرف وترتيبية للرقم	الترتيب مهم	تكرار الحرف وعدم تكرار الرقم

بدون تكرار الحرف وتكرار الرقم بشرط الرقم الأخير يختلف عن الصفر:		
$9 \cdot 10^2 \cdot 28^2$	$A_9^1 \cdot 10^2 \cdot 28^2$	$A_9^1 \cdot n_{(n=10)}^{p=2} \cdot n_{(n=28)}^{p=2}$

## التمرين 3:

$P_6^{2;3} = \frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60$	تبديلة بتكرار $P_n^{n_1, n_2}$	n=6 (بها عناصر متشابهة)	$E_1 = \{6, 6, 1, 2, 2, 2\}$
75 عدد فردي	5   5   3	بتكرار	$E_2 = \{1, 2, 5, 6, 9\}$
36 عدد فردي	3   4   3	بدون تكرار	
فردي=36، مضاعفات 24=2 إذن 60=24+36 عدد	3   4   2	بدون تكرار (فردي أو مضاعفات 2)	$E_2 = \{1, 2, 5, 6, 9\}$
15120 عدد خماسي	9   8   7   6   5	مختلفة = بدون تكرار (n=9)	$E_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

## حل السلسلة 1 (التحليل التوافيقي):.....أ. لمزاودة

عدد 387420489	قائمة $n^p = 9^9$	مع التكرار (n=9)	$E_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
عدد 9! = 362880	تبديلة $P_n = n!$	بدون تكرار	
عدد 900000	$9 \cdot 10^5$	بتكرار (n=10)	$E_4 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
عدد 136080	9.9.8.7.6.5	بدون تكرار	
عدد 180000	$9 \cdot 10^4 \cdot 2$	مضاعف 5	

### التمرين 4:

توفيقية	عملية السحب دفعة واحدة (الترتيب غير مهم)	$n=6+4=10$ نقوم بسحب 3؛ أي $p=3$
---------	--	----------------------------------

$\frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{3 \cdot 2 \cdot 7!} = 120$	$C_n^p = C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!}$	3 كريات
$\frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 3 \cdot 2} = 20$	$C_{n=6}^p = C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!}$	3 كريات بيضاء
$\frac{6!}{1!5!} \times \frac{4!}{2!2!} = 6 \times 6 = 36$	$C_6^1 \cdot C_4^2 = \frac{6!}{1!5!} \times \frac{4!}{2!2!}$	1 بيضاء و 2 سوداء

### التمرين 5:

توفيقية	الترتيب غير مهم	التكرار غير موجود	المصافحة تتم بين اثنين والعدد الكلي 4 أي $p=2$ و $n=4$
عدد المصافحات التي تمت هي 6 مصافحات.			$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!} \Rightarrow C_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{4!}{2!2!} = 6$

التمرين 6:

1. إيجاد قيمة n التي تحقق المساواة:

$$\begin{aligned}
 A_{n+1}^3 = A_n^4 &\Rightarrow \frac{(n+1)!}{(n+1-3)!} = \frac{n!}{(n-4)!} \\
 &\Rightarrow \frac{(n+1)!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!} \\
 &\Rightarrow \frac{(n+1)(n+1-1)(n-1)(n-2)!}{(n-4)!} = n(n-1)(n-2)(n-3) \\
 &\Rightarrow (n+1)n(n-1) = n(n-1)(n-2)(n-3) \\
 &\Rightarrow (n+1) = (n-2)(n-3) \\
 &\Rightarrow (n+1) = n^2 - 5n + 6 \\
 &\Rightarrow n^2 - 6n + 5 = 0
 \end{aligned}$$

إذن لدينا معادلة من الدرجة 2 نحسب المميز ونحسب الجدرين فنحصل على:

$$n_1 = 1$$

$$n_2 = 5$$

2. إيجاد قيمة n التي تحقق المعادلة  $3C_{n+1}^3 = 7C_n^2$

$$3C_{n+1}^3 = 3 \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} = 3 \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)!}{3 \cdot 2 \cdot (n-2)!} = \frac{(n+1)n(n-1)}{2} \dots (1)$$

$$7C_n^2 = 7 \frac{n!}{2!(n-2)!} = 7 \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} = 7 \frac{n(n-1)}{2} \dots (2)$$

$$(1=2) \Rightarrow \frac{(n+1)n(n-1)}{2} = 7 \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow n+1 = 7 \Rightarrow n = 6$$