I. الفائدة المركبة:

1-تعريف الفائدة المركبة:

الفائدة المركبة هي تلك الفائدة التي تُحسب على أساس أصل المبلغ مضاف إليه الفوائد المتولدة عن الفترات السابقة، وهي بهذا تختلف عن الفائدة البسيطة كون هذه الأخيرة تُحسب فقط على أساس أصل المبلغ مهما كان عدد الوحدات الزمنية.

وتُستعمل في الغالب الفائدة المركبة للاقتراض طويل الأجل بينما تُحسب الفائدة البسيطة على الاقتراض قصير الأجل.

مثال توضيحي:

تم إيداع مبلغين من المال قدر كل واحد منهما يساوي 1600وحدة نقدية ولمدة 3 سنوات لكل منهما وأودع كلاهما بمعدل فائدة سنوي 6% لكن الأول بفائدة بسيطة والثاني بفائدة مركبة.

جدول الفائدة البسيطة:

المدة (السنة)	المبلغ في بداية المدة	الفائدة	المبلغ المتحصل (الجملة)
1	1600	96=0.06*1600	1696=96+1600
2	1600	96=0.06*1600	1696=96+1600
3	1600	96=0.06*1600	1696=96+1600

جدول الفائدة المركبة:

المدة (السنة)	المبلغ في بداية المدة	الفائدة	المبلغ المتحصل (الجملة)
1	1600	96=0.06*1600	1696=96+1600
2	1696	101.76=0.06*1696	1797.76=101.76+1696
3	1797.76	107.87=0.06*1797.76	1905.63=107.87+1797.76

2-قانون الفائدة المركبة:

لنفترض أن:

C : أصل المبلغ

i : معدل الفائدة

n : المدة بالسنوات

ويُكتب قانون الفائدة المركبة كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n$$

وهذه العلاقة تُمثل القانون الأساسي للفائدة المركبة.

ولحساب الفائدة الناتجة عن قانون الفائدة المركبة فإننا نطرح أصل القرض من القيمة المحصلة له. ومنه:

$$I = C_n - C \Rightarrow I = C(1+i)^n - C \Rightarrow \boxed{I = C[(1+i)^n - 1]}$$

3-طرق حساب الجملة المركبة:

طريقة الجداول المالية: إن طريقة الجداول المالية تُعد الأكثر شيوعا واستخداما لما توفره من وقت وتدخره من مجهودات. ولقد أُعد الجدول الأول من هذه الجداول على أساس القيمة المحصلة للوحدة النقدية الواحدة بمعدلات فائدة مركبة متغيرة ولمدد مختلفة لكل معدل منها، فإذا ما قاطعنا بين المعدل المعين والفترة المحددة نحصل على الجملة المركبة التي تنتجها وحدة نقدية واحدة موظفة بذلك المعدل وتلك المدة. ومن البديهي انه لحساب جملة مركبة لمبلغ معين بنفس المعدل ونفس المدة ما علينا إلا أن نضرب الجملة المركبة للوحدة النقدية في ذلك المبلغ.

طريقة اللوغارتم: يُمكن استخدام هذه الطريقة لحساب الجملة وخاصة إذا كانت الفترة كسرية أو عدم وجودها في الجداول المالية، وكذلك عدم وجود معدل الفائدة في الجداول المالية.

تذكير:

$\log xy = \log x + \log y$	$\log x^y = y\log x$
$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$	

إيجاد الجملة المركبة في حالة المدة غير الكاملة (تحتوى شهور و/ أو أيام):

عندما تحتوي المدة أجزاء من السنة (شهور، أيام)، فإن هناك عدة طرق تساعدنا على إيجاد الجملة المركبة، نذكر منها اثنتان:

الطريقة الرياضية: وتعتمد على مبادئ الرياضيات المالية وتتمثل في استعمال الجدول المالي رقم 1 لحساب $(1+i)^n$ للسنوات الكاملة بينما تُستعمل الجداول الملحقة المخصصة للشهور أو الأيام للمدة الباقية المرافقة لعدد السنوات الكاملة. ونجد الجملة كما يلي:

$$C_{n,\frac{m}{12}} = C(1+i)^{n+\frac{m}{12}} \Rightarrow \boxed{C_{n,\frac{m}{12}} = C(1+i)^n(1+i)^{\frac{m}{12}}}$$

وفي حالة الأيام نستبدل $\frac{m}{12}$ بـ $\frac{j}{360}$

الطريقة البنكية: حسب هذه الطريقة المستعملة في البنوك عمليا، يتم حساب قيمة الفائدة للفترات أو السنوات الكاملة بعلاقة جملة الفائدة المركبة، أما ما يتعلق بالأيام أو الشهور فتُستعمل علاقة الفائدة البسيطة.

$$\boxed{C_{n,\frac{m}{12}} = C(1+i)^n + C(1+i)^n i\frac{m}{12}}$$

وفي حالة الأيام نستبدل $\frac{m}{12}$ ب $\frac{j}{360}$

إيجاد الجملة المركبة في حالة المعدل غير مجدول: عندما يكون معدل الفائدة المركب غير موجود في الجدول المالي، فإنه يُمكن إتباع عدد من الطرق منها الطريقة اللوغاريتمية.

إيجاد الجملة في حالة المعدل يُحسب على أساس جزء من السنة: إذا كان معدل الفائدة يُحسب على أساس جزء من السنة (سداسي، ثلاثي،...الخ) فإنه في هذه الحالة نقوم بضرب عدد المرات التي يُطبق فيها المعدل في السنة في عدد السنوات.

4- عمليات على القانون الأساسي للفائدة المركبة:

1- أصل المبلغ مجهول : انطلاقا من القانون الأساسي للفائدة المركبة، يُمكن إيجاد المبلغ المستثمر في بداية المدة n ويُدعى أيضا بالقيمة الحالية للجملة مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow C = \frac{C_n}{(1+i)^n} \Rightarrow \boxed{C = C_n(1+i)^{-n}}$$

ويُمكن إيجاد C بالطريقة اللوغاريتمية أو طريقة الجداول المالية، ونستخدم عند تطبيق الطريقة الأخيرة الجدول المالي رقم 2 يُمكن استخراج قيمة $(1+i)^{-n}$ ومن تم إيجاد قيمة أصل المبلغ.

2- معدل الفائدة مجهول: لإيجاد معدل الفائدة، مع معلومية باقي العناصر، يمكننا استخدام الطريقة اللوغاريتمية أوطريقة الجداول المالية.

الطريقة اللوغاريتمية: يُمكن إيجاد معدل الفائدة بالطريقة اللوغاريتمية كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow LogC_n = LogC + nLog(1+i) \Rightarrow$$

$$Log(1+i) = \frac{LogC_n - LogC}{n} \Rightarrow \boxed{i = 10^{\left(\frac{LogC_n - LogC}{n}\right)} - 1}$$

إستخدام الجداول المالية: يُمكن هنا الاستعانة بالجداول المالية لإيجاد معدل الفائدة كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow \boxed{(1+i)^n = \frac{C_n}{C}}$$

وبعد ذلك نبحث عن القيمة الناتجة عن تقسيم الجملة على أصل المبلغ أي $\frac{C_n}{C}$ في الجدول المالي رقم 1 في السطر الذي يقابل المدة n (معلومة). والمعدل (العمود) المقابل هو المعدل المطلوب.

إيجاد معدل الفائدة في حالة قيمة حاصل $\frac{C_n}{C}$ لا توجد في الجدول المالي : في حالة أن حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ لا يوجد في الجدول المالي فإننا نقوم بتطبيق الخطوات التالية:

- نحدد القيمتين في الجدول المالي التي يقع بينهما حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ عند السطر التي تقع فيه المدة المعلومة ونرمز للقيمة الكبرى بـ x_1 والقيمة الصغرى x_2.

- نحدد معدلي الفائدة الذين يقابلان القيمتين المتحصل عليهما في الخطوة السابقة ونرمز للمعدل الكبير بـ i_1 والمعدل الصغير بـ i_2؛

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$i = \frac{(i_1 - i_2) \times (\frac{C_n}{C} - x_2)}{(x_1 - x_2)} + i_2$$

3- المدة مجهولة: لإيجاد مدة إيداع أو مدة الاقتراض، مع معلومية باقي العناصر، يمكننا استخدام الطريقة اللوغاريتمية أو طريقة الجداول المالية.

الطريقة اللوغاريتمية: يُمكن إيجاد المدة بالطريقة اللوغاريتمية كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow LogC_n = LogC + nLog(1+i) \Rightarrow n = \frac{LogC_n - LogC}{Log(1+i)}$$

إستخدام الجداول المالية: يُمكن هنا الاستعانة بالجداول المالية لإيجاد المدة كما يلي:

$$C_n = C(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = \frac{C_n}{C}$$

وبعد ذلك نبحث عن القيمة الناتجة عن تقسيم الجملة على أصل المبلغ أي $\frac{C_n}{C}$ في الجدول المالي رقم 1 في العمود الذي يقابل المعدل وعند الوصول إلى تلك القيمة يُمكن تحديد المدة (عند السطر المقابل).

إيجاد المدة في حالة قيمة حاصل $\frac{C_n}{C}$ لا توجد في الجدول المالي : في حالة أن حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ لا يوجد في الجدول المالي فإننا نقوم بما يلي:

نحدد القيمتين في الجدول المالي التي يقع بينهما حاصل قسمة $\frac{C_n}{C}$ عند العمود التي يقع فيه معدل الفائدة المركب المعلوم ونرمز للقيمة الكبرى بـ x_1 والقيمة الصغرى بـ x_2.

ويتم إيجاد عدد الأيام بالتناسب كما يلي:

$$j = \frac{\left(\frac{C_n}{C} - x_2\right) \times 360}{(x_1 - x_2)}$$

ومنه فإن المدة المطلوبة تكون عبارة عن المدة التي تقابل القيمة الصغرى x_2 مضافا إليها عدد الأيام المتحصل عليه من تطبيق القانون السابق.