II. الدفعات:

1- تعريف الدفعات المتساوية:

الدفعات المتساوية هي مبالغ مالية متساوية تُدفع دوريا في فترات متساوية. وتُسمى فترة الدفع أو السداد بالمدة، وقد تكون هذه المدة سنة، سداسي، ثلاثي...

وتتميز الدفعات المتساوية بعدد من العناصر:

- قيمة الدفعات المقدمة دوريا متساوية؛
- الفترة الفاصلة بين دفعة وأخرى متساوية؛
- معدل فائدة متساوي؛
- تحديد تاريخ أول دفعة وتاريخ آخر دفعة؛
- عدد الدفعات.

2- أنواع الدفعات المتساوية:

في الواقع هناك نوعان من الدفعات المتساوية:

- دفعات عادية يتم بواسطتها تسديد دين، أو تغطية التزام سابق وأحيانا إيداع لتكوين رأس مال على أن الميزة المشتركة فيها هي كونها تُدفع في نهاية الفترات، فيُطلق عليها دفعات عادية، أو تسديد، أو دفعات نهاية المدة.
- دفعات تهدف إلى تكوين رأس مال، فهي تُقدم في بدية الفترات ويُطلق عليها دفعات استثمار أو دفعات بداية الفترة.

3- دفعات نهاية المدة:

3-1-جملة دفعات نهاية المدة:

جملة دفعات نهاية المدة هي ما تجمع للشخص المودع أو المسدد في نهاية عدد من الفترات n. وبالتالي فقد قدم n دفعة متساوية. وللبحث عن جملة مجموع هذه الدفعات يكفي جمع جمل هذه الدفعات في نهاية المدة أي عند أخر السنة n.

3-1-1-قانون جملة دفعات نهاية المدة:

لنفترض أن:

A_n : جملة دفعات نهاية المدة؛

a : قيمة الدفعة الثابتة المتساوية؛

i : معدل الفائدة؛

n: عدد الدفعات.

$$\boxed{A_n = a\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

ولحساب جملة الدفعات نستعين بالجدول المالي رقم 3 الذي يُقدم العلاقة $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ بشرط وجود المعدل المستعمل في الجدول. وفي حالة عدم وجوده يُمكن إستخدام طريقة الحساب البحث.

إيجاد الجملة في حالة المعدل يُحسب على أساس جزء من السنة: إذا كان معدل الفائدة يُحسب على أساس جزء من السنة (سداسي، ثلاثي،...الخ) فإنه في هذه الحالة نقوم بضرب عدد المرات التي يُطبق فيها المعدل في السنة في عدد السنوات.

3-1-2- إستخدام قانون جملة دفعات نهاية المدة:

باستخدام قانون جملة دفعات نهاية المدة يُمكن تحديد أي عنصر مجهول فيها مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

1- تحديد قيمة الدفعة: يُمكن إيجاد قيمة الدفعة بطريقتين:

الطريقة الأولى :

$$\boxed{A_n = a\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow a = \frac{A_n}{\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}}}$$

الطريقة الثانية:

يُمكن ايجاد قيمة الدفعة بالقانون التالي:

$$\boxed{a = A_n\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right]}$$

ويتم إستخدام الجدول المالي رقم 5 لاستخراج قيمة المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

2-تحديد معدل الفائدة:

انطلاقا من قانون جملة دفعات نهاية المدة:

$$A_n = a\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \Rightarrow \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a}$$

ثم نبحث عن حاصل القسمة في الجدول المالي رقم 3 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: نبحث عن حاصل القسمة في السطر الذي تقع فيه المدة المحددة في المعطيات ومعدل الفائدة المبحوث عنه هو الذي يقع في العمود الذي يقع فيه حاصل القسمة.

الحالة الثانية: عدم وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: إذا بحثا في الجدول المالي رقم 3 عن حاصل القسمة ولم نجده فإننا في هذه الحالة نجد المعدل بطريقة التناسب كما يلي:

- نحدد القيمتين في الجدول المالي التي يقع بينهما حاصل قسمة $\frac{A_n}{a}$ عند السطر التي تقع فيه المدة المحددة في المعطيات ونرمز للقيمة الكبرى بــ x_1 والقيمة الصغرى x_2.

- نحدد معدلي الفائدة الذين يقابلان القيمتين المتحصل عليهما في الخطوة السابقة ونرمز للمعدل الكبير بـ i_1 والمعدل الصغير بـ i_2.

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$\boxed{i = i_2 + \left[\frac{(i_1 - i_2) \times (\frac{A_n}{a} - x_2)}{(x_1 - x_2)}\right]}$$

3-2- القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

3-2-1 قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة هي مجموع القيم الحالية لعدد دفعات نهاية المدة أي قيمة الدفعات عند إمضاء عقد القرض أو الاستثمار وهذا 0 أي فترة قبل الدفعة الأولى.

لنفترض أن:

A_0 : القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة؛

ويُمكن إيجاد القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة من خلال اللاقة التالية:

$$A_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

ولحساب القيمة الحالية للدفعات نستعين بالجدول المالي رقم 4 الذي يُقدم العلاقة $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ بشرط وجود المعدل المستعمل في الجدول، وهنا نكون أمام حالتين: حالة وجود معدل الفائدة في الجدول المالي وحالة عدم وجوده.

- **حالة عدم وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:** في هذه الحالة يتم حساب القيمة الحالية باستخدام طريقة التناسب كما يلي:

ليكن i هو المعدل الغير المجدول: نحدد المعدلين المجدولين الذين يحصران المعدل الغير المجدول وليكن المعدل الأكبر i_1 والمعدل الأصغر i_2 وبطريقة التناسب نكتب :

$$\boxed{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1-(1+i_2)^{-n}}{i_2} - \left[\frac{\left(\frac{1-(1+i_2)^{-n}}{i_2} - \frac{1-(1+i_1)^{-n}}{i_1}\right) \times (i - i_2)}{(i_1 - i_2)}\right]}$$

ثم نقوم بعد ذلك باستخدام المقدار $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ في حساب القيمة الحالية.

3-2-2 استخدام قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

باستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة يُمكن تحديد أي عنصر مجهول مع ضرورة معلومية باقي العناصر

1- تحديد قيمة الدفعة: يُمكن إيجاد قيمة الدفعة كما يلي:

$$A_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \Rightarrow a = \frac{A_0}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}} \Rightarrow a = A_0\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

ونستخدم الجدول المالي رقم 5 لاستخراج قيمة المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

2- تحديد معدل الفائدة:

انطلاقا من قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

$$A_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a}$$

ثم نبحث عن حاصل القسمة في الجدول المالي رقم 4 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: نبحث عن حاصل القسمة في السطر الذي تقع فيه المدة أو عدد الدفعات المعلومة ومعدل الفائدة المبحوث عنه هو الذي يقع في العمود الذي يقع فيه حاصل القسمة.

الحالة الثانية: عدم وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: إذا بحثا في الجدول المالي رقم 4 عن حاصل القسمة ولم نجده فإننا في هذه الحالة نجد المعدل بطريقة التناسب كما يلي:

- نحدد القيمتين في الجدول المالي التي يقع بينهما حاصل قسمة $\frac{A_0}{a}$ عند السطر التي تقع فيه المدة أو عدد الدفعات المعلومة ونرمز للقيمة الكبرى ب x_1 ومعدل الفائدة المقابل بـ i_2 ونرمز للقيمة الصغرى x_2 ومعدل الفائدة المقابل بـ i_1.

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$\boxed{i = i_1 - \left[\frac{(\frac{A_0}{a} - x_2)(i_1 - i_2)}{(x_1 - x_2)}\right]}$$

3- تحديد مدة أو عدد الدفعات :

انطلاقا من قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

$$A_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \Rightarrow \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A_0}{a}$$

ثم نبحث عن حاصل القسمة في الجدول المالي رقم 4 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: نبحث عن حاصل القسمة في العمود الذي يقع فيه معدل الفائدة المعلوم والمدة أو عدد الدفعات المبحوث عنها هي التي تقع في السطر الذي يقع فيه حاصل القسمة.

الحالة الثانية: عدم وجود حاصل القسمة في الجدول المالي: كما في البحث عن i فقد لا يوجد n أيضا في الجدول أو لا يكون عددا كاملا، هنا لا يُمكن أن توجد n بهذه الوضعية مادام n هي عدد الفترات، وبالتالي عند مصادفة هذه الحالة فإننا نقوم بما يلي:

نبحث في الجدول المالي رقم 4 عن القيمتين اللتين تحصران حاصل قسمة $\frac{A_0}{a}$ ونحدد عدد الدفعات الذي يقابل كل قيمة من تلك القيمتين ومن ثم نعيد حساب قيمة الدفعة على أساس عدد الدفعات في كلتا الحالتين.

3- دفعات بداية المدة:

3-1- جملة دفعات بداية المدة:

جملة دفعات بداية المدة تُحسب في نهاية مدة السداد للقرض أو تكوين رأس مال أي بعد القسط الأخير بفترة زمنية واحدة.

3-1-1- قانون جملة دفعات بداية المدة:

لنفترض أن:

A'_n : جملة دفعات بداية المدة؛

$$\boxed{A'_n = a(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]}$$

ولحساب جملة دفعات بداية المدة هنا نستعمل الجدول المالي رقم 3 لاستخراج العلاقة $\frac{(1+i)^n-1}{i}$

ويُمكن تكوين علاقة جديدة لحساب جملة دفعات بداية المدة من خلال القانون السابق كما يلي:

$$A'_n = a(1+i)\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right] = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-(1+i)}{i}\right] = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-\frac{i}{i}\right]$$

$$\boxed{A'_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right]}$$

وهنا أيضا نقوم باستخدام الجدول المالي رقم 3 لاستخراج العلاقة $\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$

ويُمكن مقارنة جملة دفعات بداية المدة وجملة دفعات نهاية المدة كما يلي:

$$A'_n = a(1+i)\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right] \qquad A_n = a\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$$

من خلال كل من القانونين يُمكن ملاحظة أن:

$$\boxed{A'_n = A_n(1+i)}$$

ولحساب جملة الدفعات نستعين بالجدول المالي رقم 3 الذي يُقدم العلاقة $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ أو العلاقة $\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$ بشرط وجود المعدل المستعمل في الجدول، وهنا نكون أمام حالتين:

- **<u>حالة عدم وجود معدل الفائدة في الجدول:</u>** في هذه الحالة يتم حساب الجملة باستخدام طريقة التناسب كما يلي:

ليكن **i** هو المعدل الغير المجدول: نحدد المعدلين المجدولين الذين يحصران المعدل الغير المجدول وليكن المعدل الأكبر i_1 والمعدل الأصغر i_2 وبطريقة التناسب نكتب :

$$\boxed{\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{(1+i_2)^{n+1}-1}{i_2} + \left[\frac{\left(\frac{(1+i_1)^{n+1}-1}{i_1}-\frac{(1+i_2)^{n+1}-1}{i_2}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}\right]}$$

ثم نقوم بعد ذلك باستخدام $\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$ في حساب جملة دفعات بداية المدة.

<u>3-1-2- إستخدام قانون جملة دفعات بداية المدة:</u>

باستخدام قانون جملة دفعات بداية المدة يُمكن تحديد أي عنصر مجهول فيها مع ضرورة معلومية باقي العناصر.

<u>1- تحديد قيمة الدفعة:</u>

يمكن إيجاد قيمة الدفعة من خلال العلاقة التالية:

$$\boxed{a = A'_n(1+i)^{-1}\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}-i\right]}$$

<u>2- تحديد معدل الفائدة:</u>

انطلاقا من قانون جملة دفعات بداية المدة:

$$A'_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right] \Rightarrow \left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}\right]-1 = \frac{A'_n}{a} \Rightarrow \boxed{\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{A'_n}{a}+1}$$

ثم نبحث عن قيمة الطرف الثاني في الجدول المالي رقم 3 وهنا نكون أمام حالتين:

<u>الحالة الأولى: وجود قيمة الطرف الثاني في الجدول المالي:</u> نبحث عن قيمة الطرف الثاني في السطر الذي تقع فيه المدة المحددة في المعطيات ومعدل الفائدة المبحوث عنه هو الذي يقع في العمود الذي تقع فيه قيمة الطرف الثاني.

الحالة الثانية: عدم وجود قيمة الطرف الثاني في الجدول المالي: إذا بحثنا في الجدول المالي رقم 3 عن قيمة الطرف الثاني ولم نجده فإننا في هذه الحالة نجد المعدل بطريقة التناسب كما يلي:

- نحدد القيمتين في الجدول المالي التي تقع بينهما قيمة الطرف الثاني $\frac{A'_n}{a}+1$ عند السطر التي تقع فيه المدة المحددة في المعطيات ونرمز للقيمة الكبرى ب x_1 والقيمة الصغرى x_2.
- نحدد معدلي الفائدة الذين يقابلان القيمتين المتحصل عليهما في الخطوة السابقة ونرمز للمعدل الكبير ب i_1 والمعدل الصغير ب i_2؛

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$\boxed{i = i_2 + \left[\frac{(i_1 - i_2)\times\left[\left(\frac{A'_n}{a}+1\right)-x_2\right]}{(x_1 - x_2)}\right]}$$

3- تحديد مدة أو عدد الدفعات :

انطلاقا من قانون جملة دفعات بداية المدة:

$$A'_n = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right] \Rightarrow \frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} = \frac{A'_n}{a}+1$$

ثم نبحث عن قيمة الطرف الثاني في الجدول المالي رقم 3 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود الطرف الثاني في الجدول المالي: نبحث عن الطرف الثاني في العمود الذي يقع فيه معدل الفائدة المحدد في المعطيات والمدة أو عدد الدفعات المبحوث عنه هو الذي يقع في السطر الذي تقع فيه قيمة الطرف الثاني.

الحالة الثانية: عدم وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: كما في البحث عن i فقد لا يوجد n أيضاً في الجدول المالي أو لا يكون عدداً كاملاً، هنا لا يُمكن أن توجد n بهذه الوضعية مادام n هي عدد السنوات أو الدفعات، وبالتالي عند مصادفة هذه الحالة فإننا نقوم بما يلي:

نبحث في الجدول المالي رقم 3 عن القيمتين اللتين تحصران حاصل قسمة $\frac{A'_n}{a}+1$ في العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم ونحدد عدد السنوات أو الدفعات التي تقابل تلك القيمتين ونرمز للمدة الكبرى بـ n_1 والمدة الصغرى بـ n_2. ومن ثم نأخذ بأحد الحلول التالية:

1– إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_1.

2– إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2.

3– حساب الجملة على أساس المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2 ثم نحدد الفارق بين الجملة الإجمالية وجملة n_2 دفعة والفرق يتم تسديده عند إستلام الجملة.

3-2- القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

3-2-1- قانون القيمة الحالية لدفعات بدداية المدة:

القيمة الحالية لدفعات بداية المدة هي قيمة هذه الدفعات كلها في تاريخ أول مدة الإيداع أي عند الفترة 0 من الإيداع، ويتوافق هذا التاريخ مع تاريخ إيداع أول دفعة من سلسلة الدفعات.

لنفترض أن:

A'_0 : القيمة الحالية لدفعات بداية المدة؛

ويتم إيجادالقيمة الحالية لدفعات بداية المدة من خلال العلاقة التالية:

$$\boxed{A'_0 = a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]}$$

ولحساب القيمة الحالية للدفعات نستعين بالجدول المالي رقم 4 الذي يُقدم العلاقة $\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$ بشرط وجود معدل الفائدة في الجدول المالي، وهنا نكون أمام حالتين:

- **حالة وجود معدل الفائدة في الجدول المالي؛**

- **حالة عدم وجود معدل الفائدة في الجدول المالي:** في هذه الحالة يتم حساب القيمة الحالية باستخدام طريقة التناسب كما يلي:

ليكن i هو المعدل الغير المجدول: نحدد المعدلين المجدولين الذين يحصران المعدل الغير المجدول وليكن المعدل الأكبر i_1 والمعدل الأصغر i_2 وبطريقة التناسب نكتب :

$$\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}=\frac{1-(1+i_2)^{-(n-1)}}{i_2}-\left[\frac{\left(\frac{1-(1+i_2)^{-(n-1)}}{i_2}-\frac{1-(1+i_1)^{-(n-1)}}{i_1}\right)\times(i-i_2)}{(i_1-i_2)}\right]$$

ثم نقوم بعد ذلك باستخدام $\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$ في حساب القيمة الحالية.

3-2-2- إستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

باستخدام قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة يُمكن تحديد أي عنصر مجهول فيها مع ضرورة معلومية باقي العناصر

1- تحديد قيمة الدفعة: يُمكن إيجاد قيمة الدفعة كما يلي:

$$a=\frac{A'_0}{1+\left(\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right)}$$

ويُمكن إستخراج قيمة المقدار $\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}$ في الجدول المالي رقم 4.

2- تحديد معدل الفائدة:

انطلاقا من قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

$$A'_0=a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]\Rightarrow\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}=\frac{A'_0}{a}-1$$

ثم نبحث عن قيمة الطرف الأيسر من المعادلة في الجدول المالي رقم 4 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود القيمة في الجدول المالي: نبحث عن القيمة في السطر الذي تقع فيه المدة المحددة في المعطيات ومعدل الفائدة المبحوث عنه هو الذي يقع في العمود الذي تقع فيه القيمة.

الحالة الثانية: عدم وجود القيمة في الجدول المالي: إذا بحثا في الجدول المالي رقم 4 عن القيمة ولم نجدها فإننا في هذه الحالة نجد المعدل بطريقة التناسب كما يلي:

- نحدد القيمتين في الجدول المالي التي يقع بينهما القيمة $\frac{A'_0}{a}-1$ عند السطر التي تقع فيه المدة المحددة في المعطيات ونرمز للقيمة الكبرى ب x_1 ومعدل الفائدة المقابل بـ i_2 ونرمز للقيمة الصغرى x_2 ومعدل الفائدة المقابل بـ i_1.

ويتم إيجاد معدل الفائدة بالتناسب كما يلي:

$$i=i_1-\left[\frac{\left(\left(\frac{A'_0}{a}-1\right)-x_2\right)(i_1-i_2)}{(x_1-x_2)}\right]$$

3- تحديد مدة أو عدد الدفعات :

انطلاقا من قانون القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

$$A'_0=a\left[1+\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}\right]\Rightarrow\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}=\frac{A'_0}{a}-1$$

ثم نبحث عن قيمة الطرف الأيسر في المعادلة في الجدول المالي رقم 4 وهنا نكون أمام حالتين:

الحالة الأولى: وجود القيمة في الجدول المالي: نبحث عن القيمة في العمود الذي يقع فيه معدل الفائدة المحدد في المعطيات والمدة أو عدد الدفعات المبحوث عنه هو الذي يقع في السطر الذي تقع فيه القيمة.

الحالة الثانية: عدم وجود قيمة الطرف الأيمن في الجدول المالي: كما في البحث عن i فقد لا يوجد n أيضاً في الجدول المالي أو لا يكون عدداً كاملاً، هنا لا يُمكن أن توجد n بهذه الوضعية مادام n هي عدد السنوات أو الدفعات، وبالتالي عند مصادفة هذه الحالة فإننا نقوم بما يلي:

نبحث في الجدول المالي رقم 4 عن القيمتين اللتين تحصران القيمة $\frac{A'_0}{a}-1$ في العمود الذي يقابل معدل الفائدة المعلوم ونحدد عدد السنوات أو الدفعات التي تقابل تلك القيمتين. ونرمز للمدة الكبرى بـ n_1 والمدة الصغرى بـ n_2. ومن تم يُمكن الأخذ بأحد الحلين التاليين:

1- إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_1.

2- إعادة حساب قيمة الدفعة في حالة المدة أو عدد الدفعات تساوي n_2.