

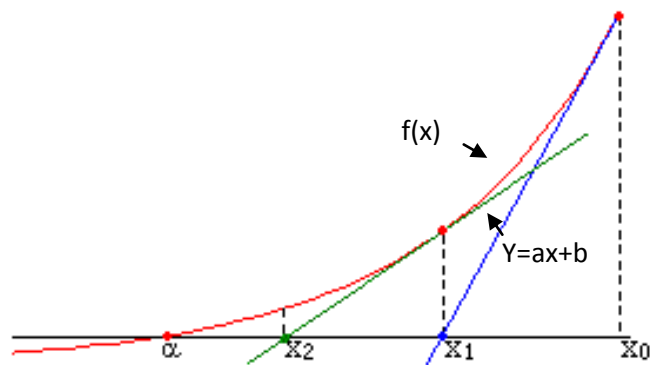
Méthodes numériques TP02

$$F(x)=0$$

Méthode de Newton-Raphson (Méthode des tangentes)

1. Rappel

La méthode de Newton-Raphson, encore appelée méthode des tangentes a été exposée par Newton vers 1669 et complétée par Joseph Raphson (1648-1715) en 1690. C'est une méthode par approximations successives fondée sur :



- Trouver l'équation de la droite tangente au point x_0 (point de départ)
- Trouver l'intersection de cette droite avec l'axe des abscisses (x_1).
- Retrouver de nouveau l'équation de la droite tangente au point x_1
- Retrouver l'intersection de cette nouvelle droite avec l'axe des abscisses (x_2), et ainsi de suite jusqu'à ce que la différence entre deux pas consécutifs est inférieure à la précision demandée.

2. Algorithme

L'équation de la droite tangente au point x_0 est donnée par

$$y = ax + b. \quad (1)$$

On cherche a et b.

➤ $a = f'(x_0)$

➤ $b = ?$

Au point x_0 , la fonction f se coïncide avec la tangente. Donc $y = f(x_0)$ et par suite on peut écrire,

$$f(x_0) = f'(x_0)x_0 + b \quad \Rightarrow \quad b = f(x_0) - f'(x_0)x_0.$$

Par remplacement dans l'équation (1) on trouve l'équation finale de la tangente,

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

Pour trouver x_1 il suffit de poser $y=0$ (l'abscisse où la coordonnée s'annule)

$$0 = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \text{ et par suite,}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

.

.

.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Quant $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$ la racine sera $x_{n+1} \Rightarrow \text{abs}(f(x_{n+1})) \cong 0$

3. programme :

Pour simplifier le programme aux étudiants on propose de le diviser sur deux parties.

3.a programme pour définir $f(x)$ et $f'(x)$.

```
clc
```

```
clear all
```

```
syms x      % définir x comme variable
```

```
f=@(x) exp(x)-2*cos(x); % définir f comme fonction de x c'est à dire f(x).
```

```
fp=diff(f(x)); % faire la dérivée de la fonction f(x) qu'est notée fp
```

```
df=inline(fp); % (inline) rendre fp comme fonction de la variable x c'est à dire df(x)
```

Donner des exemples f(2), df(2).....

3.b programme complet

```
clc;
```

```
clear all;
```

```
syms x
```

```
f=@(x) exp(x)-2*cos(x);
```

```
fp=diff(f(x));
```

```
df=inline(fp);
```

```
x=0.0;
```

```
n=1;
```

```
nmax=100;
```

```
eps=1;
```

```
while eps >=1e-5 & n<=nmax
```

```
    x0=x-(f(x)/df(x));
```

```
    eps=abs(x0-x);
```

```
    x=x0;
```

```
    n=n+1;
```

```
end
```

```
disp('le nombre des iterations');n
```

```
disp('la racine est');x0
```

```
disp('la valeur de f(x0) est ');y=abs(f(x0))
```