CENTRE UNIVERSITAIRE DE MILA

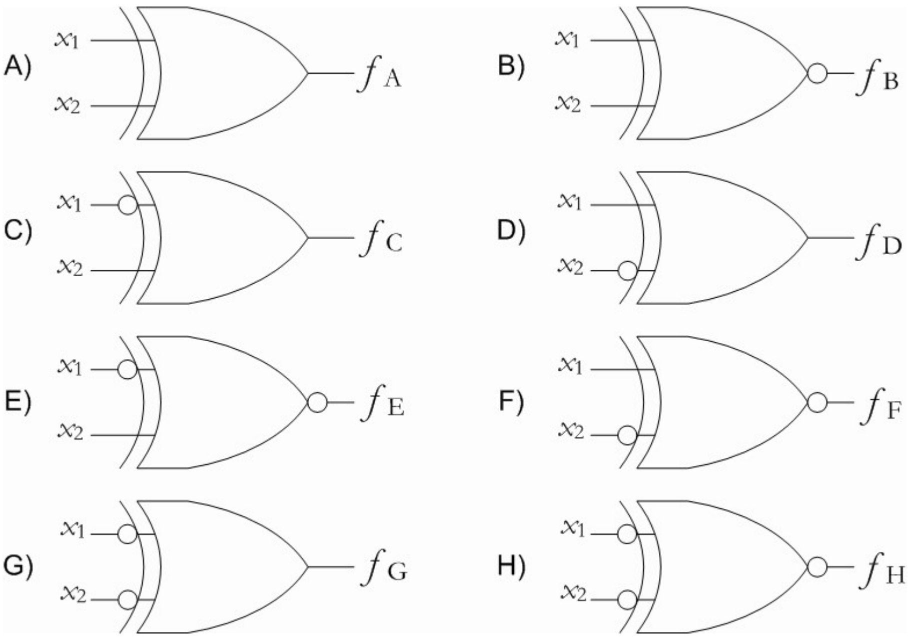
INSTITUT DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

Module Structure machine 2

La solution du TD n=°1

Exercice 01 :

À l’aide de l’algèbre de Boole, trouver les équivalences entre les circuits suivants :



Solution

Il en résulte que $f_A = f_E = f_F = f_G$ et $f_B = f_C = f_D = f_H$

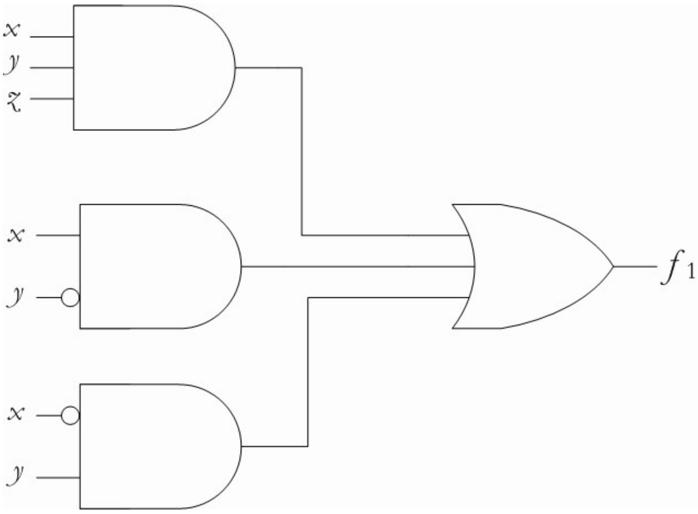
Exercice 02 :

Déduire le circuit de chacune des fonctions logiques suivantes (sans simplification) :

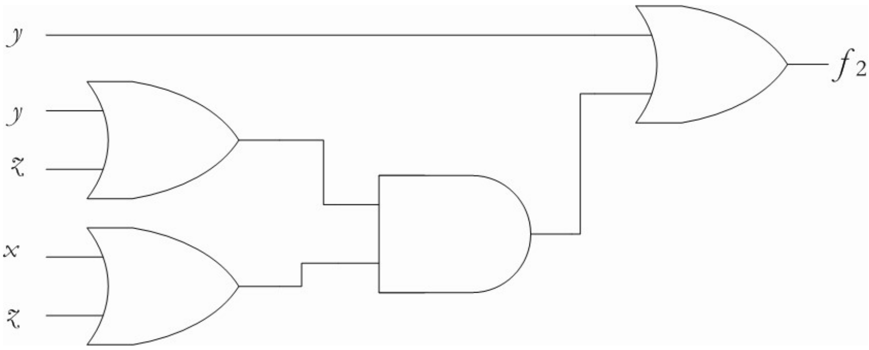
1) $xyz + x\overline{y} + \overline{x}\ y$
2) $(x+z)(y+z)+y$
3) $\overline{(x+z)(y+z)} + \overline{y}$

Solution

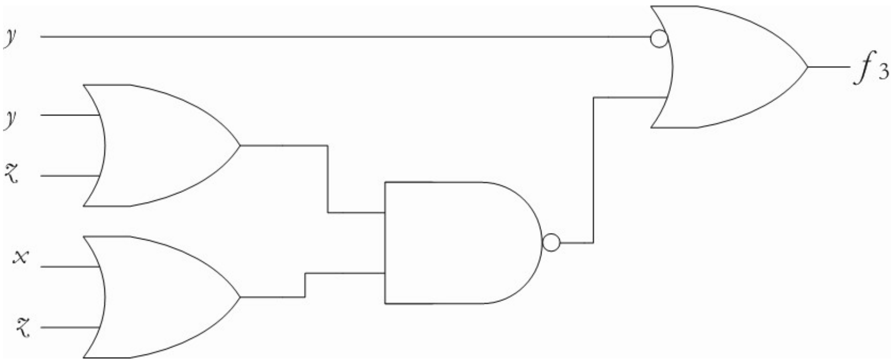
1) $xyz + x\overline{y} + \overline{x}y$



2) (x+z)(y+z)+y



3) $\overline{(x+z)(y+z)} + \overline{y}$



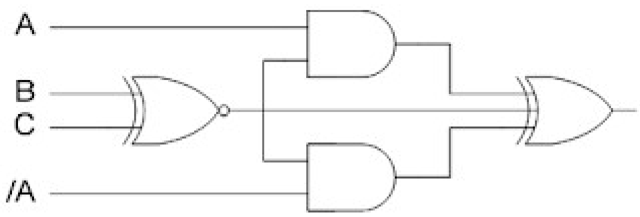
<u>Exercice 03:</u>

Sachant que A, B et C sont des variables booléennes.

a) En utilisant exclusivement l'algèbre booléenne, démontrez que :

$$A\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B = A\overline{B} + \overline{A}C + B\overline{C}$$

b) En utilisant une technique de votre choix, démontrez que le circuit suivant a toujours sa sortie fausse :



<u>Solution 03 :</u>

Sachant que A, B et C sont des variables booléennes.

a) En utilisant exclusivement l'algèbre booléenne, démontrez que :

$$A\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B = A\overline{B} + \overline{A}C + B\overline{C}$$

On calcule les formes canoniques disjonctives des deux expressions :

$$A\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B = A(B+\overline{B})\overline{C} + (A+\overline{A})\overline{B}C + \overline{A}B(C+\overline{C})$$

De même,

$$A\overline{B} + \overline{A}C + B\overline{C} = A\overline{B}(C+\overline{C}) + \overline{A}(B+\overline{B})C + (A+\overline{A})B\overline{C}$$

Après distribution et commutation, on obtient les deux mêmes expressions.

b) En utilisant une technique de votre choix, démontrez que le circuit suivant a toujours sa sortie fausse :

Soit X, la sortie de la négation du XOR(B,C)

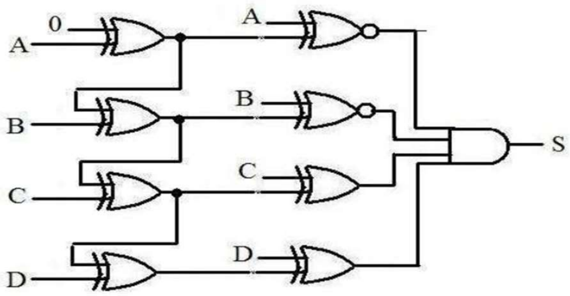
$$\begin{aligned} AX \oplus X \oplus \overline{A}X &= X(A \oplus 1 \oplus \overline{A}) + \overline{X}(0 \oplus 0 \oplus 0) \\ &= X(A \oplus A) + \overline{X}(0) \\ &= X(0) + \overline{X}(0) \\ &= 0 \end{aligned}$$

<u>Exercice 04 :</u>

a) Que valent $0 \oplus a$, $a \oplus a$.

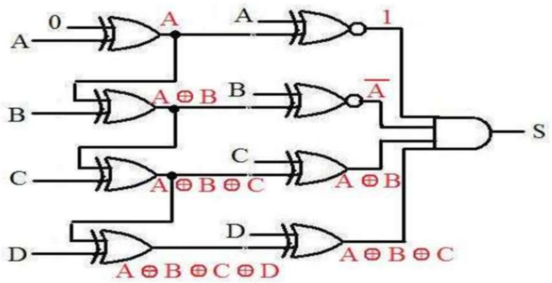
b) On se donne ce circuit logique avec quatre bits d'entrées *A*, *B*, *C*, *D* et une sortie *S*. Montrer qu'il existe deux cas exactement pour les entrées aboutissant à $S = 1$

en sortie, et donner ces deux cas. Pour ce faire, ajouter sur le dessin les résultats obtenus à la sortie de chacune des portes XOR du schéma.



Solution 04 :

a) $0 \oplus a = a$, $a \oplus a = 0$
b) Soit



Pour avoir S=1, il faut que toutes les entrées de la porte ET valent 1, ce qui impose :

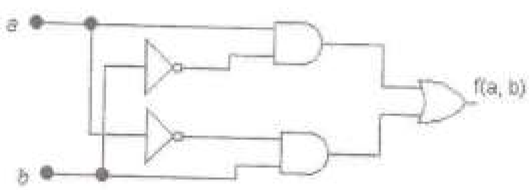
A= 0, A⊕B=1 d'où B = 1, puis A⊕B⊕C = 1 alors C =0. Dans ce cas D est quelconque c-à-d elle peut avoir les deux valeurs 1 et 0. Donc, on trouve bien deux solutions (A, B, C, D) =

(0, 1, 0, 1) et (A, B, C, D) = (0, 1, 0, 0)

Exercice 05:

- Représentez la fonction suivante en utilisant des portes NAND seulement
  $G(A, B, C) = \overline{A}B + A\overline{B} + C$

Soit le circuit suivant



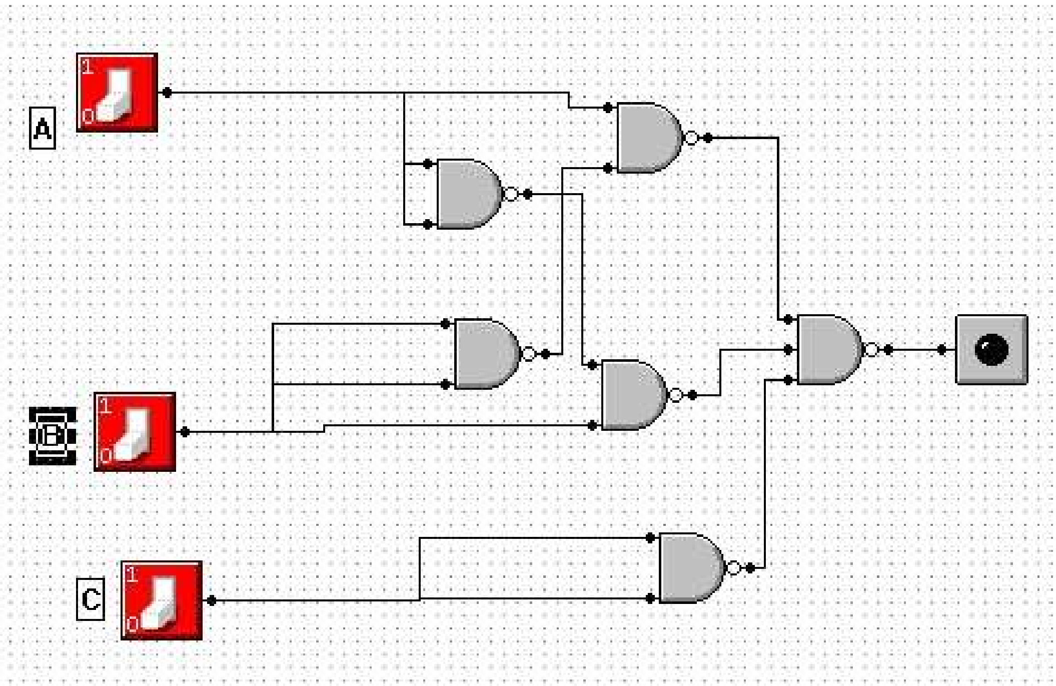
- Donnez l'expression logique de la fonction de sortie f
- Quel opérateur logique est représenté par la fonction f

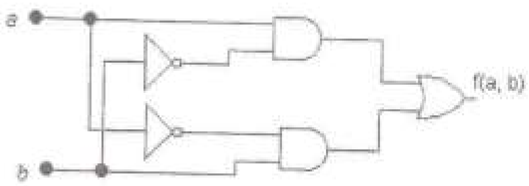
Solution 05

- Représentez la fonction suivante en utilisant des portes NAND
  $G(A, B, C) = \bar{A}B + A\bar{B} + C$

$$= \overline{\overline{\bar{A}B + A\bar{B} + C}}$$

$$= \overline{\overline{\overline{A.A}.B}.\ \overline{A.\overline{B.B}}.\ \overline{C.C}}$$





- Le circuit représente la fonction $f(a, b)= \bar{a}.\ b + a.\ \bar{b}$
- La fonction f représente l'opérateur XOR

Exercice 06:

Une serrure de sécurité s'ouvre en fonction de quatre clés A, B, C, D.

Le fonctionnement de la serrure est défini comme suite:

S (A, B, C, D)= 1 si au moins deux clés sont utilisées

S (A, B, C, D)= 0 sinon

Les clés A et C ne peuvent pas être utilisées en même temps.

- Donnez le schéma de circuit qui permet de contrôler l'ouverture de la serrure

Solution 06

Le système possède quatre entrées : chaque entrée représente une clé.

− On va correspondre à chaque clé une variable logique:

La clé1 à A, la clé 2 à B, la clé 3 à C, clé4 à D

- Si la clé 1 est utilisée alors la variable A=1 sinon A =0
- Si la clé 2 est utilisée alors la variable B=1 sinon B =0
- Si la clé 3 est utilisée alors la variable C=1 sinon C =0
- Si la clé 4 est utilisée alors la variable D=1 sinon D =0

Le système possède une seule sortie qui correspond à l'état de la serrure (ouverte ou fermée).

− On va correspondre une variable S pour designer la sortie :

- S=1 si la serrure est ouverte,
- S=0 si elle est fermée (A et C ne peuvent pas être utilisées en même temps)

1. La table de vérité

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1

1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

2. La simplification

3. Le schéma logique