

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

رياضيات عالمية

المحاضرة الأولى

برنامج المقياس

رياضيات مالية

الفائدة البسيطة والخصم

- الفائدة المركبة والدفعات
- تكافؤ المعدلات ورؤوس الأموال
- معايير اختيار الاستثمارات
- القروض واهتلاكها
- التقنيات البورصية: تقييم السندات والأسهم

مقدمة

أصبحت الاقتصادات على اختلافها تعتمد بشكل كبير على عنصر الفائدة، لكونها تستعمل في البنوك ضمن عمليات الإقراض والاقتراض والإيداع، وهي تدخل في إدارة المحافظ المالية ودراسة الجدوى الاقتصادية.

يهدف التعليم في هذا الإطار بشكل عام إلى التعرف على أنواع الفوائد المطبقة على القروض وكيفية حسابها.

الفصل الأول: الفائدة البسيطة والخصم

• الفائدة البسيطة

أولا

• الجملة

ثانيا

• خصم الأوراق التجارية

ثالثا

• الآجيو

رابعا

• تكافؤ الأوراق التجارية

خامسا

أولاً: الفائدة البسيطة I

• هي مبلغ مالي يتحصل عليه الدائن من المدين، مقابل استعمال المدين لأموال الدائن بمعدل فائدة بسيطة متفق عليه ومدة زمنية معينة، عادة أقل من سنة

تعريف الفائدة البسيطة

• هي المبلغ المكتسب أو المدفوع مقابل استخدام النقود المقترضة من البنك مثلاً أو التي أقرضت للغير

تعريف آخر

• رأس المال C : المبلغ المقترض أو المودع مقابل فائدة؛
• معدل الفائدة i : نسبة محصل عليها من قيمة 100 وحدة؛
• المدة n : الزمن المخصص للإيداع أو الإقراض.

عناصرها أو محدداتها

$$I = C \times i \times n$$

قانون الفائدة البسيطة

مثال C : مجهول

$$I = C \times i \times n$$

باع تاجر سلعته بما قيمته 20000 وحدة نقدية، وهو شريك في هذه التجارة بنسبة قدرها 75%.
أودع حصته التي تحصل عليها لدى بنك بمعدل فائدة 10% ولمدة سنتين.

الحل:

$$C = 20000 \times 75\% = 15000$$

لدينا:

$$i = 10\%$$

$$n = 2$$

$$I = C \times i \times n \implies I = \frac{15000 \times 10 \times 2}{100} = 3000 \text{ وحدة نقدية}$$

مثال: i غير متجانس مع n (معدل الفائدة والمدة) $I = C \times i \times n$

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال قيمته 10000 وحدة نقدية،
لمدة 3 سنوات بمعدل شهري 1%.
احسب الفائدة البسيطة؟

الحل:

$$C=10000$$

لدينا:

$$i=1\% \times 12=12\%$$

$$n=3$$

$$I = C \times i \times n \Rightarrow I = \frac{10000 \times 12 \times 3}{100} = 3600 \text{ وحدة نقدية}$$

حالات المدة n (بالأشهر، بالأيام)

• يصبح قانون الفائدة البسيطة بالشكل:

$$I = \frac{C \times i \times m}{12}$$

n بالأشهر

$$n = \frac{m}{12}$$

• يصبح قانون الفائدة البسيطة التجارية بالشكل:

$$I_c = \frac{C \times i \times j}{360}$$

n بالأيام

$$n = \frac{j}{360}$$

• يصبح قانون الفائدة البسيطة الصحيحة بالشكل:

$$I_r = \frac{C \times i \times j}{365}$$

• السنة بسيطة

• أي فيفري: 28 يوما

n بالأيام

$$n = \frac{j}{365}$$

• يصبح قانون الفائدة البسيطة الصحيحة بالشكل:

$$I_r = \frac{C \times i \times j}{366}$$

• السنة كبيسة

• أي فيفري: 29 يوما

n بالأيام

$$n = \frac{j}{366}$$

السنة الكبيسة هي السنة التي تقبل القسمة على 4 والعكس بالنسبة للسنة البسيطة

مثال: حالات المدة n (بالأشهر، بالأيام)

$$I = \frac{C \times i \times m}{12}$$

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال قيمته 10000 وحدة نقدية، لمدة 6 أشهر بمعدل سنوي 7%. احسب الفائدة البسيطة؟

الحل: لدينا: $C=10000$; $i=7\%$; $n=m/12=6/12$

$$I = \frac{C \times i \times m}{12} \rightarrow I = \frac{10000 \times 7 \times 6}{100 \times 12} = 350 \text{ وحدة نقدية}$$

تبين فيما بعد أن هذا الشخص قد أودع هذا المبلغ بتاريخ 2020/01/05، ليسحبه بتاريخ 2020/07/06، وبمعدل فائدة 6%.

- (1) احسب الفائدة البسيطة التجارية؟
- (2) احسب الفائدة البسيطة الصحيحة؟

$$I_r = \frac{C \times i \times j}{365} \quad / \quad I_c = \frac{C \times i \times j}{366} \quad \text{الحل:} \quad I_c = \frac{C \times i \times j}{360}$$

(1) حساب الفائدة البسيطة التجارية:

لدينا: $C=10000$, $i=6\%$, $n=j/360$ (01/05 إلى 07/06)

سنة 2020 تقبل القسمة على 4 فهي سنة كبيسة (أي فيفري=29يوما)

الأشهر	1 جانفي	2 فيفري	3 مارس	4 أبريل	5 ماي	6 جوان	7 جويلية	j
عدد الأيام	31-5	29	31	30	31	30	6	183

والنتيجة: $n=j/360=183/360$

$$I_c = \frac{C \times i \times j}{360} \quad \Rightarrow \quad I_c = \frac{10000 \times 6 \times 183}{100 \times 360} \quad = 305 \text{ وحدة نقدية}$$

(2) حساب الفائدة البسيطة الصحيحة:

لأن السنة كبيسة: $n=j/366=183/366$

$$I_c = \frac{C \times i \times j}{366} \quad \Rightarrow \quad I_c = \frac{10000 \times 6 \times 183}{100 \times 366} \quad = 300 \text{ وحدة نقدية}$$

ملاحظات

عند حساب الفائدة البسيطة التجارية بالأيام، نحسب عدد الأيام الحقيقية ونقسم على 360

عند وجود تاريخين (تاريخ إيداع وتاريخ سحب)؛ فإننا نحسب عدد الأيام بين التاريخين مع عدم احتساب إما يوم الإيداع أو يوم السحب

إذا كان المطلوب حساب الفائدة البسيطة ولم يتم تحديد نوعها (تجارية أو صحيحة)؛ فإنه يتم حساب الفائدة البسيطة التجارية

قوانين حساب الفائدة البسيطة وعناصرها حسب المدة

المدة	معدل الفائدة	أصل المبلغ	الفائدة	عناصر الفائدة البسيطة المدة	
$n = \frac{I}{C \times i}$	$i = \frac{I}{C \times n}$	$C = \frac{I}{i \times n}$	$I = C \times i \times n$	السنوات	
$m = \frac{I \times 12}{C \times i}$	$i = \frac{I \times 12}{C \times m}$	$C = \frac{I \times 12}{i \times m}$	$I = \frac{C \times i \times m}{12}$	الآشهر	
$j = \frac{I_c \times 360}{C \times i}$	$i = \frac{I_c \times 360}{C \times j}$	$C = \frac{I_c \times 360}{i \times j}$	$I_c = \frac{C \times i \times j}{360}$	السنة التجارية	الأيام
$j = \frac{I_r \times 365}{C \times i}$	$i = \frac{I_r \times 365}{C \times j}$	$C = \frac{I_r \times 365}{i \times j}$	$I_r = \frac{C \times i \times j}{365}$	سنة بسيطة	
$j = \frac{I_r \times 366}{C \times i}$	$i = \frac{I_r \times 366}{C \times j}$	$C = \frac{I_r \times 366}{i \times j}$	$I_r = \frac{C \times i \times j}{366}$	سنة كبيسة	

أمثلة متنوعة:

• أوجد معدل الفائدة السنوي الذي يعطينا فائدة قدرها 600 وحدة نقدية من رأسمال موظف قدره 3000 وحدة نقدية لمدة 4 سنوات

• ما مدة توظيف المبلغ السابق إذا علمت أن المعدل 10%، والفائدة المتحصل عليها 1200 وحدة نقدية

• أوجد مدة توظيف مبلغ قدره 15000 وحدة نقدية، بمعدل فائدة سنوية 4%، أنتج فائدة قدرها 2000 وحدة نقدية.

• وظف مبلغ من المال قدره 30000 وحدة نقدية لمدة 1 سنة و3 أشهر و15 يوماً، بمعدل فائدة 6%. احسب الفائدة البسيطة الناتجة؟

العلاقة بين الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة

(1) نسبة الفائدة البسيطة للفائدة البسيطة الصحيحة:

$$\frac{I_c}{I_r} = \frac{C \times i \times \frac{j}{360}}{C \times i \times \frac{j}{365}} = \frac{365}{360} = \frac{73}{72} \Rightarrow I_c = I_r \frac{73}{72}$$

وبالتالي فإن العلم بإحدى الفائدتين يسمح لنا بمعرفة الفائدة المجهولة.

(2) نسبة الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة:

$$\begin{aligned} I_c - I_r &= C \times i \times \frac{j}{360} - C \times i \times \frac{j}{365} \\ &= \frac{365 \times C \times i \times j - 360 \times C \times i \times j}{360 \times 365} \\ I_c - I_r &= \frac{5 \times C \times i \times j}{360 \times 365} = \frac{C \times i \times j}{360} \times \frac{5}{365} = \frac{I_c}{73} \end{aligned}$$

$$I_c = I_r \frac{73}{72}$$

$$I_c - I_r = \frac{I_c}{73}$$

مثال:

إذا علمت أن الفائدة البسيطة التجارية قيمتها 36500 وحدة نقدية، احسب الفائدة البسيطة الصحيحة؟

الحل:

$$I_c = I_r \frac{73}{72} \implies 36500 \times \frac{72}{73} = 36000 \text{ وحدة نقدية}$$

إذا علمت أن الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة هو 200 وحدة نقدية، احسب كلا من الفائدة البسيطة التجارية والفائدة البسيطة الصحيحة؟

الحل:

$$I_c - I_r = \frac{I_c}{73} \implies 200 = \frac{I_c}{73} \implies I_c = 200 \times 73 = 14600 \text{ وحدة نقدية}$$

$$I_r = 14600 - 200 = 14400 \text{ وحدة نقدية}$$

طريقة النمر والقاسم لحساب الفائدة البسيطة

• انطلاقاً من: $I = \frac{C \times j \times t}{36000}$

• وبقسمة البسط والمقام على t نحصل على:

• $I = \frac{C \times j}{36000/t}$

نفترض أن :

$$i = t/100$$

• يطلق على ناتج ضرب $C \times j$ بالنمر N (nombre)

• يطلق على ناتج القسمة $36000/t$ بالقاسم D (diviseur)

• في حالة n بالأشهر فإن النمر $C \times m$ والقاسم $1200/t$

$$I = \frac{\text{النمر } N}{\text{القاسم } D}$$

• وظف مبلغ من المال قدره 68400 وحدة نقدية بمعدل فائدة 5% ولمدة 94 يوماً.

• وحدة نقدية 893 $I = \frac{\text{النمر}}{\text{القاسم}} = \frac{68400 \times 94}{36000/5}$

مثال: احسب الفائدة البسيطة بطريقة النمر والقاسم؟

الجملة Y

• عبارة عن الرصيد الذي يتحصل عليه صاحب رأس المال بعد توظيفه، ومن ثم يتكون من رأس المال C مضافا إليه الفائدة I

الجملة أو
القيمة
المكتسبة

$$Y = C + I$$

• نعوض معادلة الفائدة البسيطة في معادلة الجملة فنحصل على:

$$Y = C + C \times i \times n \implies Y = C(1 + i \times n)$$

قانون جملة
الفائدة
البسيطة

• رأس مال قدره 50000 وحدة نقدية، تم توظيفه في البنك لمدة سنتين بمعدل فائدة 6%.

$$Y = C(1 + i \times n) \implies Y = 50000 \left(1 + \frac{6}{100} \times 2\right)$$

وحدة نقدية = 56000

مثال:
احسب
الجملة

قوانين حساب الجملة وعناصرها حسب المدة

المدة	المعدل	الأصل	الجملة	حساب الجملة وعناصرها المدة	
$n = \frac{I}{C \times i}$	$i = \frac{I}{C \times n}$	$C = \frac{Y}{1 + i \times n}$	$Y = C (1 + i \times n)$	السنوات	
$m = \frac{I \times 12}{C \times i}$	$i = \frac{I \times 12}{C \times m}$	$C = \frac{12Y}{12 + i \times m}$	$Y = C (1 + i \times \frac{m}{12})$	الآشهر	
$j = \frac{I_c \times 360}{C \times i}$	$i = \frac{I_c \times 360}{C \times j}$	$C = \frac{Y_c \times 360}{360 + i \times j}$	$Y_c = C \left(1 + i \times \frac{j}{360}\right)$	السنة التجارية	
$j = \frac{I_r \times 365}{C \times i}$	$i = \frac{I_r \times 365}{C \times j}$	$C = \frac{Y_r \times 365}{365 + i \times j}$	$Y_r = C \left(1 + i \times \frac{j}{365}\right)$	سنة بسيطة	الأيام السنة الصحيحة
$j = \frac{I_r \times 366}{C \times i}$	$i = \frac{I_r \times 366}{C \times j}$	$C = \frac{Y_r \times 366}{366 + i \times j}$	$Y_r = C \left(1 + i \times \frac{j}{366}\right)$	سنة كبيسة	

مثال:

$$Y = C(1 + i \times n)$$

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال قيمته 10000 وحدة نقدية، لمدة 6 أشهر بمعدل سنوي 7% (1 احسب الجملة؟

الحل: ط1 لدينا: $C=10000 ; i=7\% ; n=m/12=6/12$

$$I = \frac{C \times i \times m}{12} \Rightarrow I = \frac{10000 \times 7 \times 6}{100 \times 12} = 350 \text{ وحدة نقدية}$$

$$Y = C + I = 10000 + 350 = 10350 \text{ وحدة نقدية}$$

الحل: ط2 لدينا: $C=10000 ; i=7\% ; n=m/12=6/12$

$$Y = C(1 + i \times n) \Rightarrow Y = 10000(1 + \frac{7}{100} \times 0.5)$$

$$= 10350 \text{ وحدة نقدية}$$

$$C = \frac{Y}{1+i \times n}$$

مثال 2: C مجهول $Y = C(1+i \times n)$

أودع أحد الأشخاص مبلغاً من المال بمعدل سنوي 7% ليتحصل بعد سنتين على مبلغ إجمالي 11400 وحدة نقدية.

1) احسب قيمة المبلغ المودع؟

الحل: ط1 لدينا: $Y=10000 ; i=7\% ; n=2$

$$C = \frac{Y}{1+i \times n} \Rightarrow C = \frac{11400}{1 + \frac{7}{100} \times 2} = 10000 \text{ وحدة نقدية}$$

الحل: ط2 لدينا: $Y=10000 ; i=7\% ; n=2$

$$Y = C(1+i \times n) \Rightarrow 11400 = C(1 + \frac{7}{100} \times 2)$$

$$11400 = C(1.14) \Rightarrow C = 10000 \text{ وحدة نقدية}$$

الفصل الأول: الفائدة البسيطة والخصم

• الفائدة البسيطة

أولا

• الجملة

ثانيا

• خصم الأوراق التجارية

ثالثا

• الآجيو

رابعا

• تكافؤ الأوراق التجارية

خامسا