Série 3

Exercice 5.1. L'analyse des circuits électriques RLC conduit à des équations différentielles sur $\mathbb{R}^2$ du type

$$\begin{cases} L\dfrac{di}{dt} = v - h(i), \\ C\dfrac{dv}{dt} = -i, \end{cases} \tag{5.6}$$

où $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est une fonction de classe C^1. Les variables v et i sont respectivement un voltage et une intensité et les constantes positives L et C une résistance et une capacité. L'énergie du système est $E(i, v) = \frac{1}{2}(Li^2 + Cv^2)$.

1. Déterminer l'équilibre de l'équation (5.6) et discuter sa stabilité en fonction de $h'(0)$.

2. Supposons que h vérifie $xh(x) > 0$ pour $x \neq 0$. Montrer que l'équilibre est asymptotiquement stable et déterminer son bassin d'attraction.

Exercise 2 :

1. Enoncer le théorème de Lyapunov.
2. On considère le système

$$\begin{aligned} x' &= -x^5 - y \\ y' &= 2x - y. \end{aligned}$$

Montrer que $V(x, y) = 2x^2 + y^2$ est une fonction de Lyapunov en $(0, 0)$ et en déduire les propriétés de stabilité de $(0, 0)$.

Exercice3

Supposant le système de Lorenz à contrôler sous la forme:

$$\begin{cases} \dot{x} = 10(y - x) - u_1 \\ \dot{y} = x(28 - z) - y - u_2 \\ \dot{z} = xy - 8/3z - u_3 \end{cases} \tag{1}$$

tel que $u_1 = k(y - y^*)$, $u_2 = 0$, $u_3 = k(y - y^*)$, k est le coefficient feedback .

-Trouver les valeurs de k pour lesquels le système de Lorenz est stable au point fixe $(0, 0)$.