<u>Exercice 01 :</u>
Soit l'image binaire et l'élément structurel défini comme suit :

$A =$

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0

Origine de ***B***

$\boxed{1}$	1

B

Calculer l'érosion A ⊖ B et la dilatation A⊕B.

<u>Solution :</u>

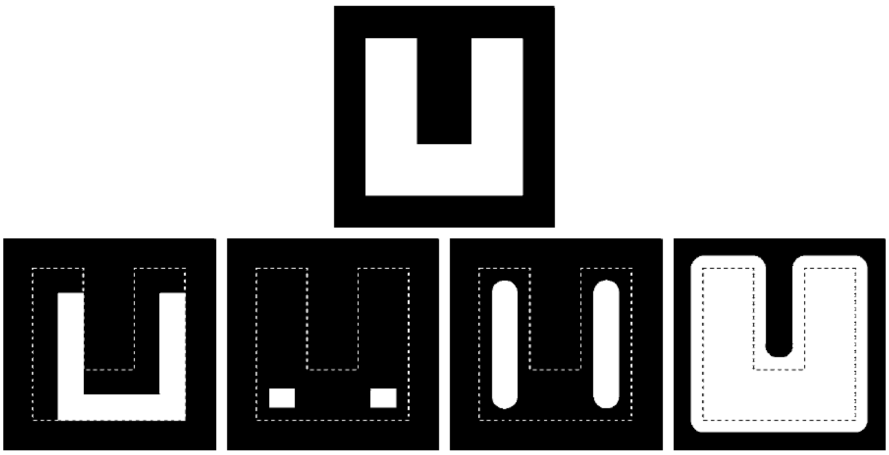
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

A ⊖ B

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0

A⊕B

<u>Exercice 02 :</u>
Soit la figure **Fig. 1** montrée ci-dessous, indiquer l'élément structurant et la ou les opérations morphologiques qui ont produit chacun des résultats présentés dans les images (a) à (d). Montrez clairement l'origine de chaque élément structurant. Les lignes pointillées montrent la limite de l'ensemble d'origine et ne sont incluses qu'à titre de référence. Noter que dans (d) tous les coins sont arrondis.



(a) (b) (c) (d)

Fig. 1

Solution :

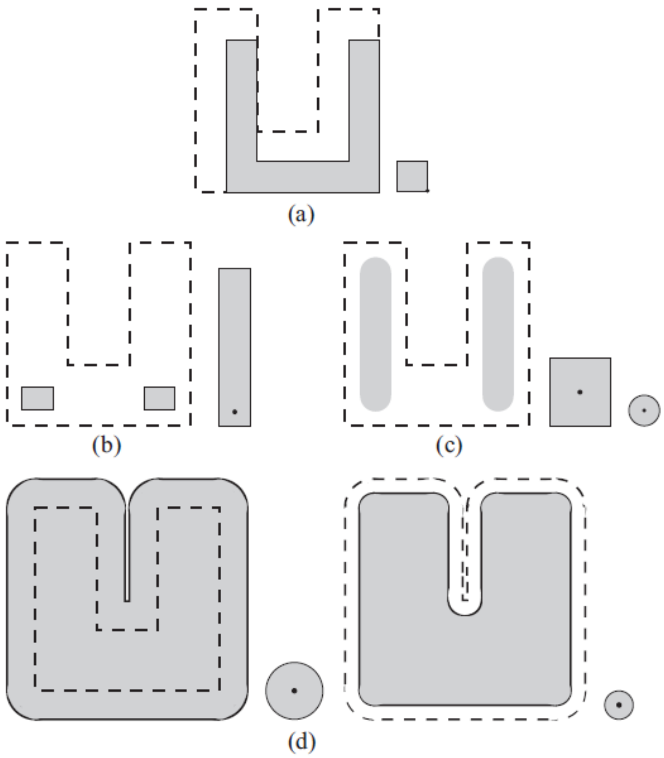


Fig. 2

Soit la **Fig. 2,** le centre de chaque élément structurant est représenté par un point noir.
(a) Cette solution a été obtenue en érodant l'ensemble d'origine (illustré en pointillés) avec l'élément structurant représenté (notez que l'origine est en bas à droite).

(b) Cette solution a été obtenue en érodant l'ensemble d'origine avec le grand élément structurel rectangulaire représenté.

(c) Cette solution a été obtenue en érodant d'abord l'image représentée en deux lignes verticales à l'aide de l'élément structurel rectangulaire (noter que cet élément est légèrement plus haut que la section centrale de la figure en «U»). Ce résultat a ensuite été dilaté avec l'élément structurel circulaire.

(d) Cette solution a été obtenue en dilatant d'abord l'ensemble d'origine avec le grand disque montré. L'image dilatée a été érodée avec un disque dont le diamètre est égal à la moitié du diamètre du disque utilisé pour la dilatation.

Exercice 03 :

Soit A l'ensemble montré en gris dans la figure suivante. Soient les éléments structurels suivant (les points noirs indiquent l'origine). Dessiner le résultat des opérations morphologiques suivantes:

- **a)** $(A \ominus B^4) \oplus B^2$
- **b)** $(A \ominus B^1) \oplus B^3$
- **c)** $(A \oplus B^1) \oplus B^3$
- **d)** $(A \oplus B^3) \ominus B^2$

Solution :

Les solutions de (a) à (d) sont illustrées de haut en bas sur la figure **Fig. 3**.

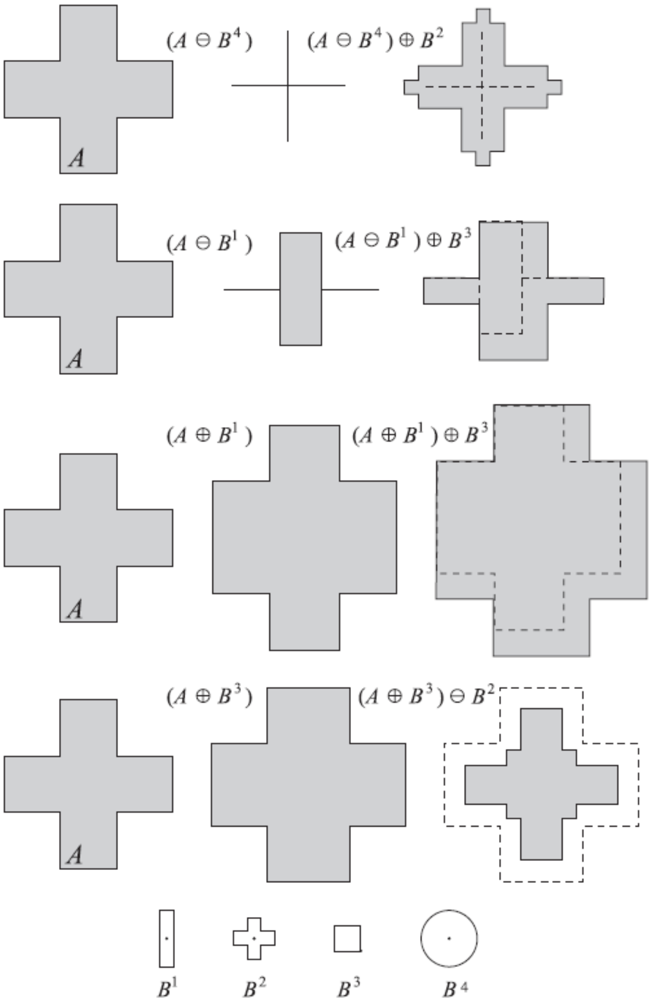


Fig. 3

Exercice 04 :

Démontrez la validité des expressions de dualité $(A \bullet B)^c = (A^c \circ \widehat{B})$ et $(A \circ B)^c = \left(A^c \bullet \widehat{B}\right)$.

Note : Utiliser la propriété de dualité dans les équations suivantes : $[A \ominus B]^c = A^c \oplus \hat{B}$ et $[A \oplus B]^c = A^c \ominus \hat{B}$

Solution :

En commençant par la définition de la fermeture,

$$\begin{aligned}(A \bullet B)^c &= [(A \oplus B) \ominus B]^c \\ &= (A \oplus B)^c \oplus \hat{B} \\ &= \left(A^c \ominus \hat{B}\right) \oplus \hat{B} \\ &= \left(A^c \circ \hat{B}\right)\end{aligned}$$

La preuve de la deuxième propriété de dualité suit une approche similaire.

Exercice 05 :

- Donner un argument qui permet de démontrer que:
  - **a)** $[(F \ominus nB)]^c = (F^c \oplus n\widehat{B})$, avec $(F \ominus nB)$ indique n érosions de F par B.
  - **b)** $[(F \oplus nB)]^c = (F^c \ominus n\widehat{B})$.

Note : Utiliser la propriété de dualité dans les équations suivantes : $[A \ominus B]^c = A^c \oplus \hat{B}$ et $[A \oplus B]^c = A^c \ominus \hat{B}$

Solution :

a) Prenons le cas où $n = 2$

$$
\begin{aligned}
[(F \ominus 2B)]^c &= [(F \ominus B) \ominus B]^c \\
&= (F \ominus B)^c \ominus \hat{B} \\
&= \left(F^c \oplus \hat{B}\right) \oplus \hat{B} \\
&= \left(F^c \oplus n\hat{B}\right)
\end{aligned}
$$

Prouvé de manière similaire.