CHAPITRE 3 : CARACTERISTIQUES METROLOGIQUES DES APPAREILS DE MESURES

## Erreurs et incertitudes

Les résultats de mesure ne sont jamais parfaits, Il y a toujours un doute sur la valeur que l’on annonce.

De très nombreuses décisions sont fondées sur des résultats de mesure:

* acceptation d’un produit
* validation d’un procédé
* réglage d’un paramètre de fabrication
* validation d’une hypothèse en Recherche et Développement
* surveillance de l’environnement
* sécurité d’un produit ou d’un système
* diagnostic médical

Prendre de bonnes décisions est un impératif pour toutes les entreprises.

L’incertitude associée à un résultat de mesure permet de fournir une indication quantitative sur la qualité (جودة) de ce résultat.

Cette information est essentielle pour que ceux qui utiliseront ce résultat puissent en estimer sa (دقة) fiabilité.

Sans incertitude les résultats de mesure ne peuvent plus être comparés:

* soit entre eux
* soit par rapport à des valeurs de référence spécifiées dans une réglementation ou une norme.

La physique travaille continuellement avec des approximations. Une des raisons en est que toute mesure d’une grandeur quelconque est nécessairement entachée d’erreur. Il est impossible d’effectuer des mesures rigoureusement exactes.

Pour prendre conscience du degré d’approximation avec lequel on travaille, on fait l’estimation des erreurs qui peuvent avoir été commises dans les diverses mesures et on calcule leurs conséquences dans les résultats obtenus. Ceci constitue le calcul d’erreur, ou calcul d’incertitude.

## Erreurs

Selon le sens général du mot, une **erreur** est toujours en relation avec quelque chose de juste ou de vrai, ou qui est considéré comme tel. Il en est de même en physique.

### L’erreur absolue :

Par définition l’**erreur absolue** d’une grandeur mesurée est l’écart qui sépare la valeur expérimentale de la valeur que l’on a de bonne raison de considérer comme vraie.

Prenons par exemple la vitesse de la lumière dans le vide. La valeur considérée actuellement comme vraie est :

Si un expérimentateur trouve, lors d’une mesure,

on dit que l’**erreur absolue** de son résultat est :

### L’erreur relative

Par définition l’**erreur relative** est le quotient de l’erreur absolue à la valeur vraie :

L’erreur relative n’a pas d’unité ; elle nous indique la qualité (l’exactitude) du résultat obtenu. Elle s’exprime généralement en % (pour cent).

On voit clairement qu’il n’est possible de parler d’erreur que si l’on a à disposition une valeur de référence que l’on peut considérer comme vraie.

## Incertitudes

Lors de la plupart des mesures physiques, on ne possède pas de valeur de référence, comme celle dont nous venons de parler.

Lorsqu’on mesure la distance de deux points, ou l’intervalle de temps qui sépare deux événements, ou la masse d’un objet, on ne sait pas quelle est la valeur exacte de la grandeur mesurée. On ne dispose que de la valeur expérimentale. Néanmoins, par une critique objective des moyens utilisés pour faire la mesure, on peut se faire une idée de l’« erreur » maximale qu’on peut avoir commise, « erreur » que l’on appelle de façon plus appropriée **incertitude**.

### L’incertitude absolue

L’indication complète du résultat d’une mesure physique comporte la valeur qu’on estime la plus probable et l’intervalle à l’intérieur duquel on est à peu près certain que se situe la vraie valeur. La valeur la plus probable est en général le centre de cet intervalle. La demi-longueur de celui-ci est appelée **incertitude absolue** de la mesure.

Ainsi, si l’on désigne par :

* + x la valeur la plus probable de la grandeur mesurée G,

par

* + x 0 la vraie valeur (qui nous est inconnue)

et par

* + ∆x l’incertitude absolue,

on a : x - ∆x ≤ x 0 ≤ x + ∆x

Sous une forme condensée, le résultat de la mesure s’écrit :

**G = x ± ∆x**

Exemples :

1. La longueur d’un objet est de 153 ± 1 [mm].

Cela signifie qu’avec une incertitude absolue

∆L = 1 [mm], la valeur exacte est comprise entre 152 [mm] et 154 [mm].

1. La température d’un local est de 22 ± 1 [°C].

Ici l’incertitude absolue ∆θ = 1 [°C], c’est-à-dire que l’on garantit que la température n’est pas inférieure à 21 [°C] ni supérieure à 23 [°C].

**Remarque :** Lorsqu’on mesure une grandeur (longueur, temps, masse, température, …), on peut considérer - pour simplifier - que l’incertitude absolue correspond à la plus petite graduation de l’instrument de mesure utilisé.

### L’incertitude relative

L’incertitude absolue, lorsqu’elle est considérée seule, n’indique rien sur la qualité de la mesure. Pour juger de cette qualité, il faut comparer l’incertitude absolue à la grandeur mesurée. Le rapport de ces grandeurs est appelé **incertitude relative.**

Comme pour l’erreur relative, l’incertitude relative est un nombre pur (sans unité), pratiquement toujours beaucoup plus petit que 1, que l’on exprime généralement en % .

### Calcul d’incertitude

En physique expérimentale, les grandeurs que l’on mesure sont généralement utilisées pour déduire des résultats par des calculs. Il est alors intéressant de savoir de quelle manière les incertitudes des mesures se répercutent sur les incertitudes des résultats.

1. ***Addition et soustraction***

Supposons que la grandeur cherchée R soit la somme de 2 mesures A et B :

R = A + B

Dans ce cas l’incertitude sur le résultat est :

∆R = ∆A + ∆B

Il en est de même pour : R = A − B

**→ *l’incertitude absolue sur une somme ou une différence est la somme des incertitudes* *absolues de chaque terme.***

Exemple :

Un récipient a une masse m = 50 ± 1 [g]. Rempli d’eau, sa masse vaut : M = 200 ± 1 [g]. La masse d’eau qu’il contient est donc :

meau = M – m=200g-50g=150g

En appliquant la règle ci-dessus : ∆meau = ∆M + ∆m = 1 + 1 = 2 [g],

il s’ensuit que : meau = 150 ± 2 [g]

1. ***Multiplication et division***

Supposons maintenant que la grandeur cherchée R soit le résultat du calcul suivant :

où A, B et C sont des grandeurs que l’on mesure. Dans ce cas l’incertitude relative sur le résultat est :

**→ *l’incertitude relative sur un produit ou un quotient est la somme des incertitudes* *relatives de chaque terme.***

## Les types d’Erreurs :

L’erreur est la différence entre la valeur mesurée et la valeur vraie de la grandeur que l’on mesure.

Il existe deux types d’erreurs :

### L’erreur systématique : est une erreur qui va se reproduire à chaque mesure (un biais)

Quelle que soit sa précision, un appareil peut être défectueux, ou mal étalonné, ou encore être mal utilisé. Par exemple, la longueur de l'échelle d'une règle peut différer de celle d'une règle étalon; cela se produit, par exemple, avec les règles de plastique, qui peuvent se contracter avec le temps. Ou encore, la personne qui l'emploie peut aussi le faire incorrectement, par exemple en alignant le bord de la règle, et non le zéro de l'échelle, avec le bord de la plaque.

La même chose peut se produire avec un appareil à affichage numérique, qui peut ne pas indiquer zéro pour une mesure de valeur nulle, ou encore afficher des valeurs multipliées, par rapport aux « vraies » valeurs, par une constante ou une fonction dont la valeur demeure proche de l'unité.

Il peut aussi arriver qu'un changement apporté à un montage en cours d'expérimentation vienne modifier un paramètre influençant les mesures.

Dans tous ces cas, il se produit une déviation par rapport à la valeur qui serait normalement mesurée; cette déviation, appelée **erreur systématique**, affecte la justesse de la mesure, c'est-à-dire que la même déviation se produira à toutes les répétitions d'une même mesure, et se répercutera directement dans la valeur de la moyenne.

Les erreurs systématiques sont souvent difficiles à détecter a priori, mais le caractère systématique de la déviation fait en sorte qu'elles peuvent, dans les cas les plus simples, être déduites a posteriori à partir d'un examen de l'ensemble des mesures. Il est alors possible de rectifier les valeurs mesurées, complètement ou partiellement, en leur apportant une correction compensant pour l'erreur systématique. Dans d'autres situations, un réexamen du montage permet parfois de trouver la source de l'erreur et d'évaluer directement la correction à effectuer.

Par exemple,

1. pour une règle, si l'erreur systématique provient du fait que la personne qui a fait la mesure a employé le bord de la règle au lieu du début des graduations, il est facile de la corriger. Il suffit de mesurer à quelle distance du bord de la règle commencent les graduations ou encore, si la règle n'est plus disponible, de comparer une des mesures effectuée avec cette règle la même mesure effectuée correctement; il n'y plus alors qu'à ajouter la même quantité de toutes les mesures ainsi effectuées.
2. Soit une plaque de métal épaisse (en moyenne) de 5,924 cm. Un expérimentateur sérieux utilisant correctement sa règle obtiendrait 5,9 cm; son collègue qui n'alignerait pas la règle sur le zéro des graduations pourrait obtenir plutôt 5,7 cm, mesure de même précision que la précédente (égale à la résolution de la règle) mais moins juste. Si ce collègue a effectué de nombreuses mesures à différents emplacements sur la plaque, et qu'il n'a pas changé sa façon d'aligner la règle au cours de ses mesures, il ne serait pas nécessaire de les reprendre; il suffirait de corriger toutes les valeurs qu'il a obtenues en leur ajoutant 0,2 cm.
3. Autre exemple, si vous vous pesez à tous les matins en pantoufles et robe de chambre, la mesure de votre poids sera entachée d'une erreur systématique, que vous pourriez corriger en soustrayant le poids de ces vêtements.

Un exemple célèbre d'erreur systématique qui a pu être ainsi corrigée concerne le télescope spatial Hubble. Un des miroirs du télescope avait été mal placé à cause d'une erreur systématique de mesure dont la valeur a pu être établie a posteriori, à partir de l'examen de certaines parties du montage ayant servi à la fabrication de l'instrument. Cette erreur, détectée dès que le télescope a fourni ses premières images, a pu être corrigée par l'ajout d'une lentille de correction lors d'une mission de maintenance qui a eu lieu deux ans après son lancement.

1. La voie 1 d’un oscilloscope n’est pas mise à zéro initialement, la valeur d’une tension mesurée sur cette voie sera systématiquement entachée de la même erreur.

### L’erreur aléatoire ou l’incertitude expérimentale ; c’est la grandeur de la variation aléatoire, imprévisible ou indéterminée, de la valeur mesurée d'une caractéristique d'un objet. celle-ci est traitée de façon statistique ou probabiliste .

### Comme on l'a vu plus haut, dans bien des cas cette variation est associée de manière dominante à l'une ou l'autre des dimensions suivantes :

* la précision (résolution et/ou fidélité) limitée du processus de mesure (on parle alors d'incertitude de mesure);
* l'instabilité, l'irrégularité ou la mauvaise définition de l'objet (incertitude définitionnelle).

Mais comment, dans une situation donnée, déterminer si une des dimensions domine et, le cas échéant, laquelle?

1. Lorsque l'application d'un processus de mesure ne fournit qu'une seule valeur, on peut conclure que la dimension dominante est la précision du processus, limitée par la résolution de l'appareil.
2. Mais si l'on obtient des valeurs différentes lors de mesures successives, il n'existe pas de méthode permettant de déterminer si l'une des deux dimensions domine, et encore moins laquelle.

Heureusement, dans bien des cas, notre connaissance préalable de l'objet ou du phénomène mesuré et(ou) du processus de mesure, de même que notre expérience générale de ce type de mesure, permettent de tirer des conclusions plausibles à cet égard.

Par exemple,

1. si l'on pèse un bloc de métal à plusieurs reprises, il est clair que toute variation significative dans la valeur obtenue provient du processus de mesure. C'est la situation illustrée (dans une nouvelle fenêtre) à la figure 4. Précisions que cette conclusion est valide si la résolution de l'appareil ne permet pas de détecter la différence infime de poids due, par exemple, aux empreintes digitales, si on a manipulé le bloc entre les mesures, ou à la poussière qui a pu s'y déposer.
2. Par contre, si on mesure un courant avec un multimètre que l'on a déjà employé et dont l'affichage est habituellement stable, des valeurs qui fluctuent de manière substantielle amèneront à conclure que c'est le courant lui-même qui varie. C'est la situation illustrée à la figure 5.

On exprime une valeur mesurée affectée d'une incertitude sous la forme suivante :

valeur ± incertitude

Dans les deux exemples décrits plus haut (longueur entre 2,6 et 2,8 cm et poids entre 71,55 et 71,85 kg), on écrirait :

* longueur = 2,7 ± 0,1 cm
* poids = 71,7 ± 0,15 kg

Il n'est pas toujours nécessaire d'indiquer explicitement l'incertitude. Cependant, on doit toujours le faire implicitement, au moyen du nombre de chiffres significatifs que l'on affiche. Ainsi, telle que mesurée avec une règle ordinaire, l'épaisseur de la plaque de métal décrite plus haut, dont l'épaisseur varie entre 1,977 et 2,038 cm, pourrait s'écrire 2,0 cm, 20 mm ou 0,020 m (notez la façon d'écrire ces trois variantes, toujours avec deux chiffres significatifs). De même, écrire que la longueur vaut 2,7 cm suggère qu'on ne connaît pas la valeur de la seconde décimale; sinon, on écrirait 2,70 cm, pour signifier qu'on sait que la longueur n'est pas 2,72 ou 2,67 cm.

Pour des explications et des consignes sur les chiffres significatifs et l'arrondissement des nombres, consultez le document suivant (dans une nouvelle fenêtre).

Quelle que soit sa source, l'incertitude ne peut jamais être éliminée de l'expérimentation et, contrairement à l'erreur systématique, elle ne peut être corrigée. Tout ce qu'on peut espérer est la réduire, mais surtout à bien l'évaluer, afin qu'elle se reflète correctement dans les résultats et qu'elle soit prise en compte dans leur interprétation.

par exemple, la mesure répétée de la période d’un pendule avec un chronomètre manuel donne des valeurs légèrement différentes.

## Evaluation de l’Incertitude

Évaluer l’incertitude équivaut à estimer l’erreur aléatoire commise lors d’une mesure. Elle donne accès à un intervalle autour de la valeur mesurée dans lequel est supposée appartenir la valeur vraie.

1. **Différents types d’incertitudes**

On distingue deux types d’incertitudes appelées incertitudes-types car exprimées à l’aide d’un écart-type :

* **L’incertitude de type A** est une incertitude de type statistique : on répète un certain nombre de fois la mesure de la grandeur cherchée, on donne un résultat qui est la valeur moyenne des valeurs mesurées et une incertitude calculée statistiquement ;
* **L’incertitude de type B** est une incertitude qui n’est pas statistique.

**Pour évaluer cette incertitude de type B (non statistique)**, plusieurs cas sont à distinguer :

* Elle est évaluée par l’expérimentateur en fonction de la graduation minimale de l’appareil ou d’une plage de valeurs considérées comme acceptables. Rigoureusement, l’incertitude type est égale à :

***Exemple 1 :***

On mesure une longueur à l’aide d’un double décimètre graduée au millimètre. L’incertitude-type sur cette mesure est égale à :

***Exemple 2 :*** On souhaite déterminer par autocollimation la focale d’une lentille convergente.

La plage de distance qui permet d’obtenir l’image nette de l’objet par le miroir est

[9*,*8 cm à 11*,*2 cm].

Comme valeur vraie, on prendra la valeur moyenne de la plage :

Pour calculer l’incertitude, on effectue :

* Elle est donnée par le fabricant de l’appareil de mesure (notice) qui donne une indication de précision-constructeur . L’incertitude-type est alors donnée par :

***Exemple :***

On mesure une tension de 4*,*32 V avec un voltmètre sur le calibre 20 V, la résolution est de 10 mV. La précision donnée par le constructeur indique : valeur lue + 1 digit. L’incertitude-type est donc :

## Propriétés générales des instruments de mesure

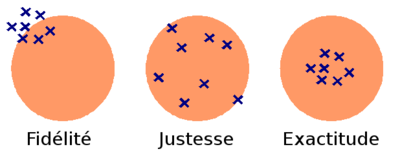
D'une façon générale la métrologie a pour but de définir la VALEUR de GRANDEURS PHYSIQUES avec un degré d'incertitude aussi faible que nécessaire.

Un instrument de mesure permet d'établir une relation entre la valeur du mesurande M (grandeur faisant l'objet de la mesure) et la valeur lue L du résultat de la mesure.

La qualité des appareils de mesure peut être caractérisée par:

1. la fidélité.
2. la justesse.
3. la sensibilité.
4. la précision.

On peut représenter symboliquement la fidélité, la justesse et l'exactitude de la manière suivante :

[](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Precision_metrologique.png?uselang=fr)

Représentation symbolique de la fidélité, la justesse et l'exactitude en métrologie

Dans le premier cas, les mesures sont proches les unes des autres (bonne fidélité) mais en dehors de la zone de probabilité de la valeur vraie (mauvaise justesse).

Dans le deuxième cas, les mesures sont au contraire bien dans la zone où se trouve la valeur vraie et le « barycentre » des points est au centre de la zone rouge (bonne justesse) mais bien que bonnes, les mesures sont dispersées entre elles (mauvaise fidélité).

Enfin, le dernier cas présente des mesures justes (dans la zone de la valeur vraie) et fidèles (proches les unes des autres). C'est le cas d'un bon appareil de mesure, à qui l'apport d'une correction n'est *a priori* pas nécessaire et les mesures effectuées avec l'appareil sont exactes.

On peut en donner les définitions suivantes :

### La Fidélité

Elle caractérise la dispersion des mesures Li d'une même grandeur

On en définit l'écart type σ :

L'étendue de la dispersion dans laquelle se trouve 99,8% des observations est : D = 6,18 σ.

Un appareil est **fidèle** lorsqu'il donne toujours le même résultat pour une même mesure. C'est une **qualité primordiale**. Un appareil qui n'est pas fidèle n'a aucun intérêt.

### La Justesse

Un appareil est réputé juste quand la moyenne d'un grand nombre de mesures Li est confondue avec la valeur M du mesurande, quelle que soit la dispersion.

L'erreur de justesse J est définie par :

avec

.

Un appareil est **juste** si la différence entre la mesure qu'il indique et la valeur exacte (inconnue) ne dépasse pas l'incertitude prévue.

Ce n'est pas une qualité primordiale, parce que l'appareil faux provoque une erreur systématique qu’il est possible de corriger lorsqu'elle est connue.

Exemple: Si on mesure une longueur avec un réglet trop court, on peut, par calcul, corriger le résultat, dès que le défaut est connu.

### La Sensibilité

**La sensibilité d'un appareil est la plus petite variation de mesure qu'il peut déceler. Avec certains appareils on utilise le terme de résolution.**

**Ne pas confondre la résolution d'un appareil avec l'incertitude absolue.**

C'est le rapport S entre le déplacement Δd de l'indicateur de l'instrument de mesure correspondant à une variation ΔM de la grandeur mesurée.

Dans le cas des instruments de mesure des longueurs, Δd (grandeur de sortie) et ΔM (grandeur d'entrée) s'expriment dans la même unité ; on utilise parfois le terme de POUVOIR D'AMPLIFICATION au lieu de sensibilité.

Remarque : La sensibilité n'est constante, sur l'étendue de mesure, que pour un appareil à réponse linéaire. Il convient d'introduire une distinction entre les appareils ayant une réponse analogique et ceux , maintenant fréquents, ayant une réponse numérique .

Dans le premier cas, la réponse est lue sur un CADRAN ou sur un ENREGISTREMENT présentant un certain nombre de graduations ; Δd est bien une longueur observable par un opérateur qui en déduit une valeur chiffrée. Dans le cas des instruments à sortie numérique, on obtient directement une valeur chiffrée; la notion de sensibilité est remplacée par la notion de définition ou résolution de l'instrument (Ex : définition de 0,01 mm ou définition de 0,001 mm).

### La Précision

C'est l'erreur absolue que l'on peut avoir en effectuant une mesure. La précision est la qualité globale de l'instrument du point de vue des erreurs. Plus la précision est grande, plus les indications sont proches de la valeur vraie. La précision englobe donc les différentes erreurs définies ci-dessus.

## Erreurs

Selon le sens général du mot, une **erreur** est toujours en relation avec quelque chose de juste ou de vrai, ou qui est considéré comme tel. Il en est de même en physique.

### L’erreur absolue :

Par définition l’**erreur absolue** d’une grandeur mesurée est l’écart qui sépare la valeur expérimentale de la valeur que l’on a de bonne raison de considérer comme vraie.

Prenons par exemple la vitesse de la lumière dans le vide. La valeur considérée actuellement comme vraie est :

Si un expérimentateur trouve, lors d’une mesure,

on dit que l’**erreur absolue** de son résultat est :

### L’erreur relative

Par définition l’**erreur relative** est le quotient de l’erreur absolue à la valeur vraie :

L’erreur relative n’a pas d’unité ; elle nous indique la qualité (l’exactitude) du résultat obtenu. Elle s’exprime généralement en % (pour cent).

On voit clairement qu’il n’est possible de parler d’erreur que si l’on a à disposition une valeur de référence que l’on peut considérer comme vraie.

## Incertitudes

Lors de la plupart des mesures physiques, on ne possède pas de valeur de référence, comme celle dont nous venons de parler.

Lorsqu’on mesure la distance de deux points, ou l’intervalle de temps qui sépare deux événements, ou la masse d’un objet, on ne sait pas quelle est la valeur exacte de la grandeur mesurée. On ne dispose que de la valeur expérimentale. Néanmoins, par une critique objective des moyens utilisés pour faire la mesure, on peut se faire une idée de l’« erreur » maximale qu’on peut avoir commise, « erreur » que l’on appelle de façon plus appropriée **incertitude**.

### L’incertitude absolue

L’indication complète du résultat d’une mesure physique comporte la valeur qu’on estime la plus probable et l’intervalle à l’intérieur duquel on est à peu près certain que se situe la vraie valeur. La valeur la plus probable est en général le centre de cet intervalle. La demi-longueur de celui-ci est appelée **incertitude absolue** de la mesure.

Ainsi, si l’on désigne par :

* + x la valeur la plus probable de la grandeur mesurée G,

par

* + x 0 la vraie valeur (qui nous est inconnue)

et par

* + ∆x l’incertitude absolue,

on a : x - ∆x ≤ x 0 ≤ x + ∆x

Sous une forme condensée, le résultat de la mesure s’écrit :

**G = x ± ∆x**

Exemples :

1. La longueur d’un objet est de 153 ± 1 [mm].

Cela signifie qu’avec une incertitude absolue

∆L = 1 [mm], la valeur exacte est comprise entre 152 [mm] et 154 [mm].

1. La température d’un local est de 22 ± 1 [°C].

Ici l’incertitude absolue ∆θ = 1 [°C], c’est-à-dire que l’on garantit que la température n’est pas inférieure à 21 [°C] ni supérieure à 23 [°C].

**Remarque :** Lorsqu’on mesure une grandeur (longueur, temps, masse, température, …), on peut considérer - pour simplifier - que l’incertitude absolue correspond à la plus petite graduation de l’instrument de mesure utilisé.

### L’incertitude relative

L’incertitude absolue, lorsqu’elle est considérée seule, n’indique rien sur la qualité de la mesure. Pour juger de cette qualité, il faut comparer l’incertitude absolue à la grandeur mesurée. Le rapport de ces grandeurs est appelé **incertitude relative.**

Comme pour l’erreur relative, l’incertitude relative est un nombre pur (sans unité), pratiquement toujours beaucoup plus petit que 1, que l’on exprime généralement en % .

### Calcul d’incertitude

En physique expérimentale, les grandeurs que l’on mesure sont généralement utilisées pour déduire des résultats par des calculs. Il est alors intéressant de savoir de quelle manière les incertitudes des mesures se répercutent sur les incertitudes des résultats.

1. ***Addition et soustraction***

Supposons que la grandeur cherchée R soit la somme de 2 mesures A et B :

R = A + B

Dans ce cas l’incertitude sur le résultat est :

∆R = ∆A + ∆B

Il en est de même pour : R = A − B

**→ *l’incertitude absolue sur une somme ou une différence est la somme des incertitudes* *absolues de chaque terme.***

Exemple :

Un récipient a une masse m = 50 ± 1 [g]. Rempli d’eau, sa masse vaut : M = 200 ± 1 [g]. La masse d’eau qu’il contient est donc :

meau = M – m=200g-50g=150g

En appliquant la règle ci-dessus : ∆meau = ∆M + ∆m = 1 + 1 = 2 [g],

il s’ensuit que : meau = 150 ± 2 [g]

1. ***Multiplication et division***

Supposons maintenant que la grandeur cherchée R soit le résultat du calcul suivant :

où A, B et C sont des grandeurs que l’on mesure. Dans ce cas l’incertitude relative sur le résultat est :

**→ *l’incertitude relative sur un produit ou un quotient est la somme des incertitudes* *relatives de chaque terme.***