

Etude statistique et probabiliste des précipitations

A. Analyse et représentation des données pluviométrique à un station

Etude climatologique :

L'étude climatologique a pour but d'étudier les paramètres climatiques qui déterminent l'écoulement de surface et la genèse de crues.

Dans ce chapitre nous allons déterminer la caractéristique climatique à savoir :

1. Etude précipitation :
 - La pluviométrie moyenne annuelle
 - La pluviométrie mensuelle
 - La pluviométrie moyenne saisonnière
2. Etude température :
 - La température moyenne annuelle durant 29 ans de (1984 à 2012)
 - La température moyenne mensuelle
 - La variation de la température mensuelle en fonction du mois (T_{MAX} , T_{MIN} , $T_{Mensuelle}$)
3. L'évaporation :
4. Classification climatique :
 - Méthode pluviométriques (la relation précipitation et température)
 - Les indices climatiques généraux
 1. L'indice de DEMARTONNE (aridité)
 2. Indice D'EMBERGER
5. L'évapotranspiration réelle (ETR)
6. L'évaporation potentiel (ETP)

Exemple : étude précipitation :

Les conditions climatiques jouent un rôle déterminant dans le régime des cours d'eau, en effet les précipitations agissent dans l'alimentation de l'écoulement du bassin versant.

La pluviométrie moyenne annuelle durant 29 ans de (1984 à 2012) :

Le tableau représente la série pluviométrique durant 29 ans de (1984 à 2012).

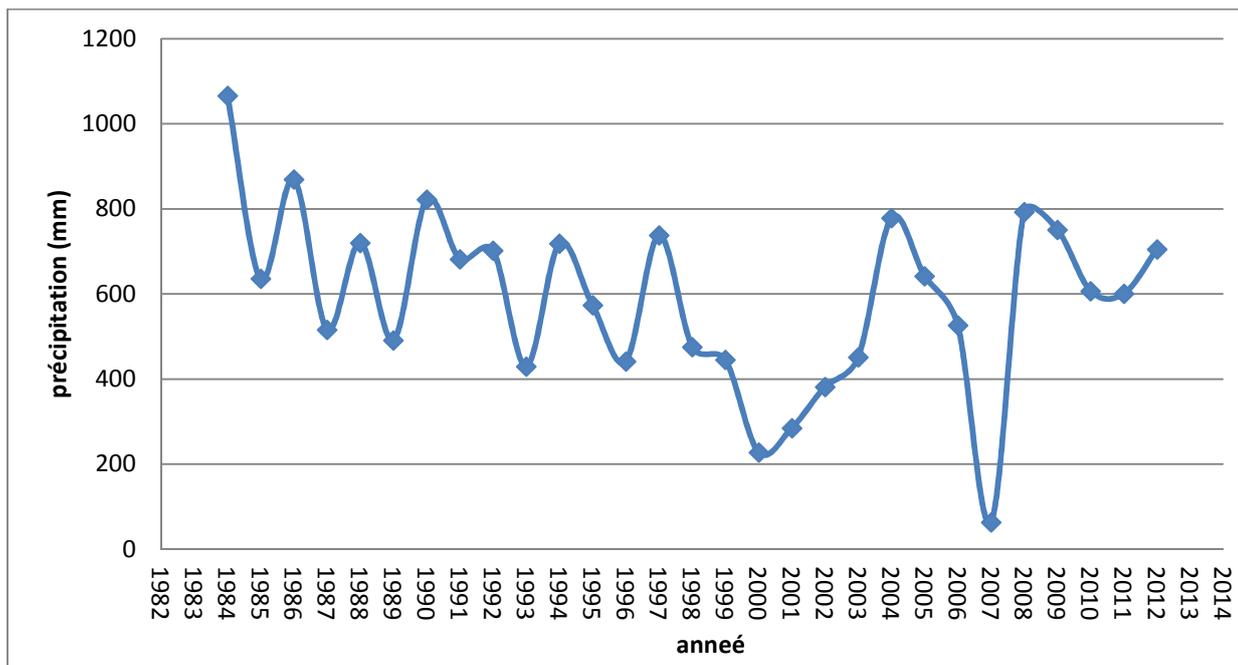
Pour cette période en remarque que le maximum a été observé en **1964** avec **1066,0872 (mm)**, et le minimum en **2007** avec **63,7105 (mm)**.

Nous traduisons le tableau (02) dans un graphique. (figure 01) où en retrouve en abscisse les années et en ordonne les précipitations annuelles.

Etude statistique et probabiliste des précipitations

Année	SEP	OCT	NOV	DEC	JAN	FEV	MAR	AVR	MAI	JUN	JUL	AOU	Total
1984	39,526	189,45	14,804	395,69	119,803	44,96	167,11	47,234	36,12	0	11,175	0,222	1066,087
1985	41,236	24,972	49,311	63,048	198,763	81,7	124,55	37,687	7,173	7,2075	0	0,222	635,8627
1986	13,7905	48,0084	116,43	162,38	105,689	230,6	96,883	57,437	38,05	-	0	0,222	869,536
1987	10,7125	24,3084	52,913	21,153	110,624	106,5	103,27	47,553	18,75	20,2725	0	0,222	516,2993
1988	21,913	0	40,589	311,69	100,063	65,81	62,835	102,55	14,89	0	0	0,222	720,5634
1989	32,4295	96,6408	50,164	25,038	139,543	2,256	33,043	53,88	58,22	0	0	0,222	491,438
1990	1,051	7,434	144,59	259,19	78,8425	101,6	97,947	73,536	57,74	0	0	0,222	822,1005
1991	10,8835	91,0476	42,201	17,688	100,063	75,74	84,115	161,52	68,93	13,74	15,8505	0,222	682,0016
1992	19,4335	18,81	35,565	259,19	109,933	97,09	50,067	41,431	57,84	7,71	4,89944	0,222	702,1821
1993	17,296	0	40,779	232,94	100,063	31,03	5,379	2,4	-0,55	0	0	0,222	429,5631
1994	36,5335	75,5004	89,601	85,728	198,763	41,98	92,627	35,16	3,892	58,764	0	0,222	718,7669
1995	37,987	38,0544	94,057	46,878	86,0476	37,01	93,691	78,684	48,09	12,8556	0	0,222	573,5762
1996	28,411	47,25	49,027	59,688	139,543	32,05	16,019	29,076	14,8	15,75	0	10,155	441,7611
1997	26,701	66,21	154,07	143,69	87,6959	81,7	63,899	73,536	16,82	17,6595	2,863	3,232	738,0684
1998	66,5953	23,13288	128,94	29,868	15,5758	30,76	16,764	77,28	57,35	22,8855	2,1357	4,436	475,7241
1999	89,2956	37,296	38,949	81,528	64,1362	16,56	33,575	26,268	17,88	29,1165	1,02397	9,7336	445,3619
2000	6,4546	17,22684	14,614	35,013	13,7992	15,26	21,573	24,958	56,1	15,348	-	7,747	228,0963
2001	74,4955	16,32624	28,36	9,393	67,9855	19,63	8,4859	25,8	30,62	-	-	4,0748	285,1771
2002	30,1	10,752	125,53	98,748	14,5888	29,27	28,361	19,622	11,52	2,3835	-	10,9376	381,805
2003	30,1	50	38,2	190,6	56,2402	-	-	86,172	-	-	-	-	451,3122
2004	35,3	32,1	145,6	212,9	83,4	32,2	50,2	81,6	60,7	44	0,9	0	778,9
2005	12,2	19,2	86,9	84,2	128,6	149,1	50	103,3	6,2	0	0,5	1,7	641,9
2006	35,3	24,1	34,9	151,8	97,8	85,3	37,3	10,6	46,7	0	0	2,8	526,6
2007	34,3105	-	-	-	10,3	19,1	-	-	-	-	-	-	63,7105
2008	31,5	40,5	48,6	180,1	200,2	135,1	30,7	90,1	12,5	20,3	-	3,2	792,8
2009	40,2	60,2	111,1	85,6	120	150,2	48,3	98,5	30,2	2	0	5	751,3
2010	25,9	22,5	35,6	90,6	150,3	123,3	45,6	70,5	30,2	12	0,2	0,4	607,1
2011	35,8	40,3	36,5	60,3	147,2	145,2	40,2	60,8	12,3	11,2	5,6	5,3	600,7
2012	15,8	50,6	112,2	80,2	180,2	122,3	35,6	80,5	15,3	6,3	3,6	2,6	705,2
Total	901,255	1171,92	1960,1	3474,8	3025,76	2103	1538,1	1697,7	828,4	319,493	48,7476	73,98	
Moyenne mensuelle	31,0778	40,41103	67,589	119,82	104,337	72,53	53,037	58,541	28,56	11,017	1,68095	2,55103	591,155
Moyenne saisonnière	139,0780266			296,6857872			140,142169			15,24897276			591,155
%	23,52649255			50,18748206			23,70650329			2,579522106			100

Etude statistique et probabiliste des précipitations



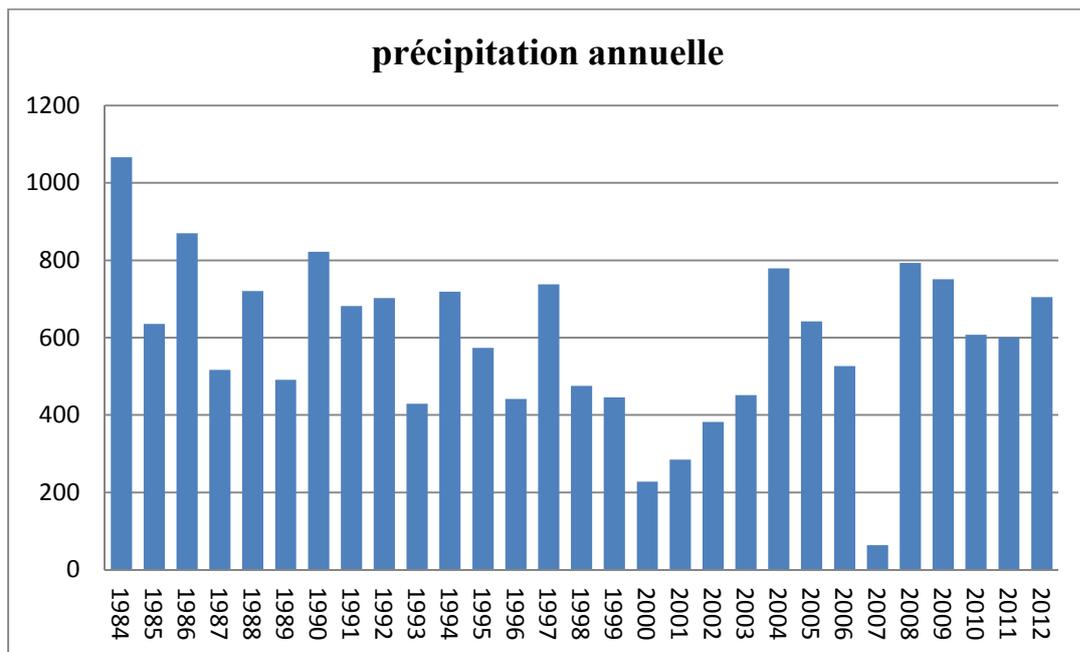
Courbe de distribution des précipitations annuelles (1984-2012)

Dans le tableau (02), nous avons représenté les différentes précipitations moyennes annuelles.

Année	Total
1984	1066,0872
1985	635,8627
1986	869,536
1987	516,29934
1988	720,5634
1989	491,438
1990	822,1005
1991	682,0016
1992	702,18214
1993	429,56314
1994	718,7669
1995	573,5762
1996	441,7611
1997	738,06839
1998	475,72408
1999	445,36188

2000	228,09632
2001	285,17712
2002	381,805
2003	451,3122
2004	778,9
2005	641,9
2006	526,6
2007	63,7105
2008	792,8
2009	751,3
2010	607,1
2011	600,7
2012	705,2

Etude statistique et probabiliste des précipitations

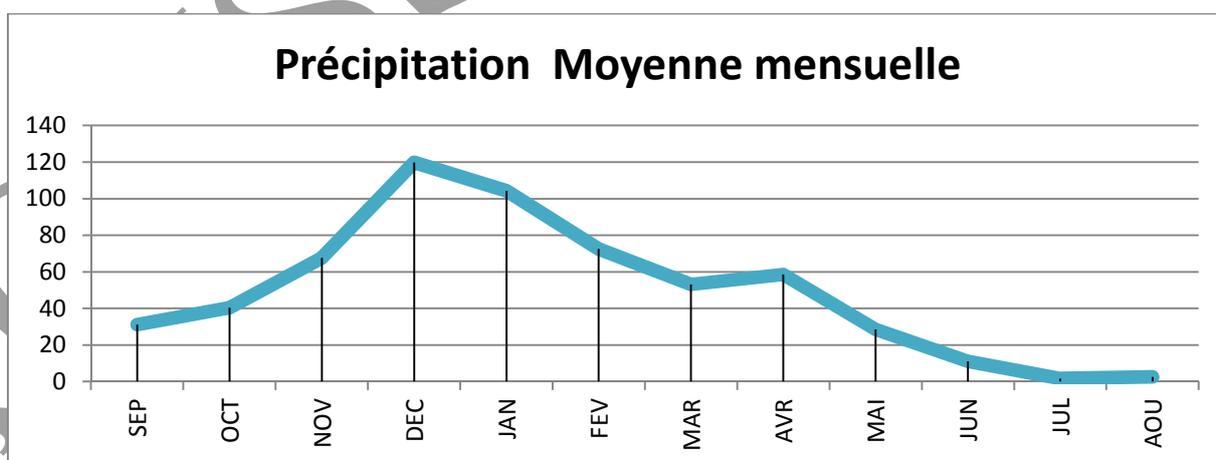


Histogramme de précipitation annuelle (1984 à 2012)

Le tableau (03), nous avons représenté les différentes précipitations moyennes mensuelles

Mois	SEP	OCT	NOV	DEC	JAN	FEV	MAR	AVR	MAI	JUN	JUIL	AOU	moyenne
	31,077		67,589	119,82	104,33	72,527	53,037	58,540	28,563	11,016	1,6809	2,5510	
Moyenne mensuelle	74	40,411	2	16	66	6	4	9	84	99	52	3	591,155

Tableau (02) : précipitations moyennes mensuelles



Courbe de distribution des précipitations mensuelles

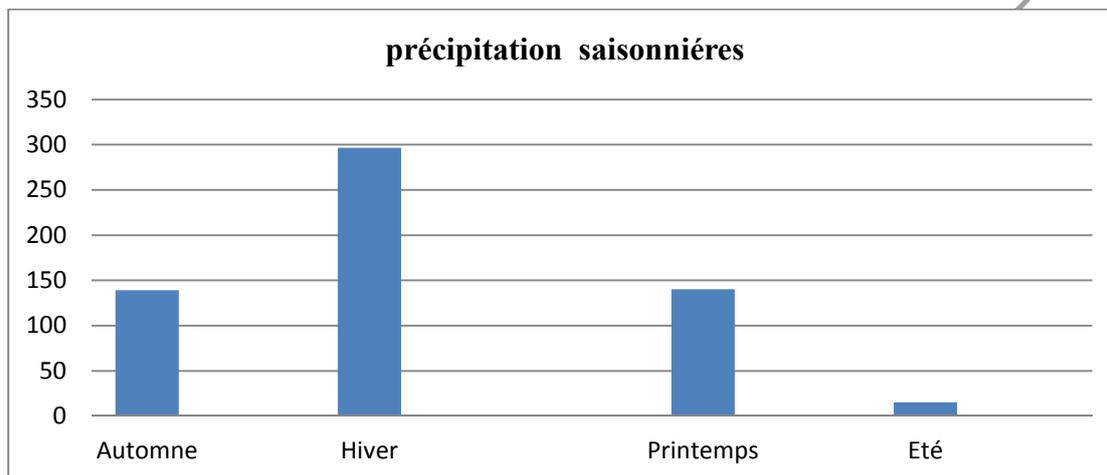
La pluviométrie moyenne saisonnière :

Le tableau (n°04) nous représentons les différentes précipitations saisonnières.

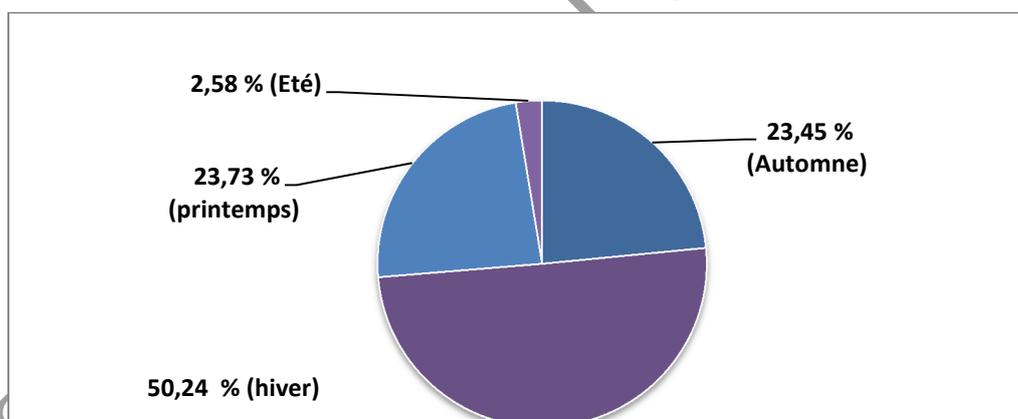
Etude statistique et probabiliste des précipitations

Tableau N°04 : Les précipitations saisonnières :

mois	Automne	Hiver	Printemps	Eté	Total
Moyenne saisonnière	139,07	296,68	140,14	15,24	591,14
%	23,52	50,18	23,70	2,579	100



Histogramme de précipitations saisonnières



Pourcentage de précipitation saisonnière

2. Etude température :

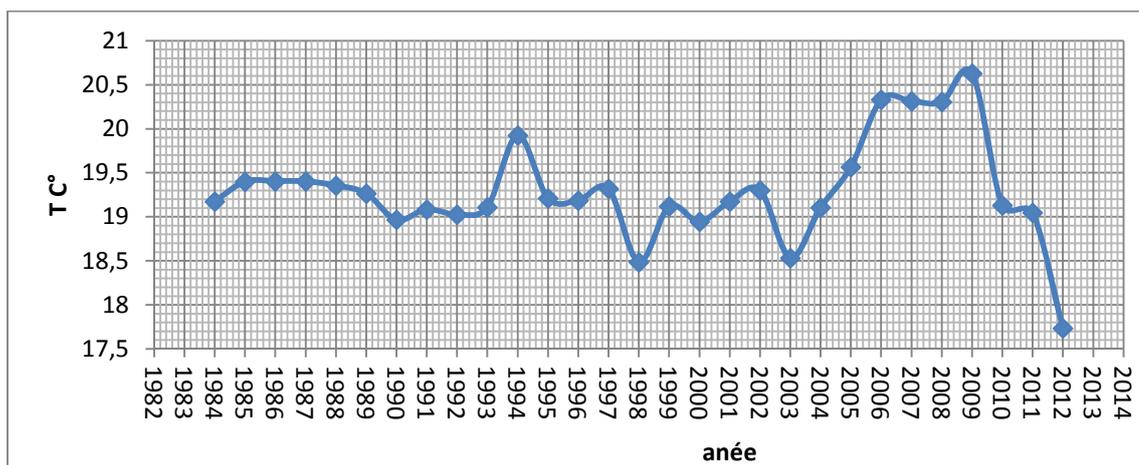
Les températures moyennes mensuelles et annuelles agissent directement sur le climat en interaction avec les autres facteurs météorologiques.

Le tableau (05) représente la série température durant 29 ans de (1984 à 2012).

Etude statistique et probabiliste des précipitations

Année	SEP	OCT	NOV	DEC	JAN	FEV	MAR	AVR	MAI	JUN	JUL	AOU	Moyenne
1984	25,31532	22,6863	16,671	13,176	12,922	13,879	14,5326	13,07085	19,46942	24,3808	28,2008	25,8076	19,176
1985	25,31752	22,7511	16,77	13,152	12,304	13,7692	14,5134	12,96865	20,73482	24,5796	28,9044	27,055	19,4017
1986	25,33182	22,8029	16,523	13,158	12,392	13,6228	14,5307	13,1475	19,75062	24,6648	29,048	27,8925	19,4054
1987	25,29002	22,4532	16,539	13,111	12,989	12,8725	14,5444	13,1621	20,74888	24,4944	28,4736	28,1598	19,4031
1988	25,31532	22,6475	16,688	13,129	12,498	13,696	14,4434	13,2205	20,73482	24,6506	28,5023	26,7342	19,3549
1989	25,32522	22,6345	16,523	13,075	12,392	14,0346	14,4406	13,1986	20,31302	24,5086	27,8418	26,9124	19,2666
1990	25,29772	22,6475	16,325	13,17	12,922	13,513	14,477	13,1621	19,25852	24,7358	27,1238	24,9701	18,9668
1991	25,29662	22,6993	16,671	13,18	12,41	12,8451	14,4643	13,21685	20,52392	24,2814	27,2674	26,164	19,085
1992	25,29882	22,6863	16,193	13,152	12,304	13,6228	14,4588	13,3081	19,32882	24,324	27,8418	25,8076	19,0272
1993	25,29992	22,7122	16,506	13,055	12,534	13,8058	14,3478	12,41385	19,39912	24,5796	27,77	26,9124	19,1113
1994	25,32192	22,7381	16,44	13,176	12,551	13,8516	14,4825	13,1402	20,80512	24,5654	33,0114	29,0152	19,9249
1995	25,3206	22,6397	16,506	13,091	12,47	13,879	14,4734	12,74965	20,20054	24,7528	28,0428	26,4313	19,213
1996	25,30322	22,7226	16,605	13,173	12,58	13,7601	14,3496	12,96135	19,9334	24,6392	27,612	26,6095	19,1873
1997	25,325	22,7485	16,387	13,091	12,887	13,513	14,4033	13,257	19,38506	24,5568	28,33	27,946	19,3191
1998	25,3294	23,7586	15,483	13,567	11,941	11,317	14,7555	13,549	16,9808	24,6108	27,0376	23,491	18,485
1999	25,3118	22,5413	15,582	13,448	11,941	8,8465	14,7009	13,549	23,7296	24,7812	25,458	29,5498	19,1199
2000	25,3382	23,4219	16,209	13,257	11,023	11,317	14,6008	13,111	22,3236	24,2132	27,4684	25,0948	18,9482
2001	25,303	22,5672	15,965	13,085	12,099	13,1653	14,477	13,2497	20,2849	24,3126	28,9762	26,6095	19,1745
2002	25,3272	23,0515	16,209	13,029	12,064	13,9888	14,5662	13,28985	19,70844	24,2842	28,7895	27,3223	19,3025
2003	25,325	23,2587	16,295	13,192	11,397	11,7379	14,498	13,01975	18,3165	24,2018	27,3966	23,7761	18,5345
2004	25,35	24,65	15,93	13,83	13,34	13,93	14,65	15,95	18,56	21,98	24,43	26,66	19,105
2005	24,92	22,57	16,61	11,83	9,77	8,91	17,97	19,3	22,19	24,76	28,43	27,56	19,5683
2006	25,55	24,31	18,05	13,73	9,91	11,32	14,17	19,51	23,37	26,29	30,11	27,65	20,3308
2007	26,43	21,66	15,89	11,87	13,58	14,83	14,55	17,81	21,77	25,9	29,31	30,17	20,3142
2008	27,22	23,37	16,67	13,09	13,04	12,2	13,8	17,41	21,99	23,38	29,97	31,55	20,3075
2009	25,73	21,86	16,9	14,73	12,64	12,33	15,4	15,41	25,52	26,84	30,07	30,11	20,6283
2010	26,3	20,96	15,86	13,33	10,64	13,84	14,93	17,02	19,7	23,83	28,5454	24,62	19,1313
2011	25,3558	22,9661	15,958	13,227	12,25	11,8	14,6873	13,8541	19,35694	23,9377	27,4397	27,7322	19,0471
2012	24,27	23,04	14,48	13,358	12,56	10,85	11,2	14,84	18,56	21,98	24,43	23,25	17,7349
Moyenne mensuelle	25,428257	22,8122	16,325	13,188	12,219	12,7947	14,5316	14,27068	20,44644	24,4488	28,1321	26,9505	19,2957
MAX	27,22	24,65	18,05	14,73	13,58	14,83	17,97	19,51	25,52	26,84	33,0114	31,55	22,2884
MIN	24,27	20,96	14,48	11,83	9,77	8,8465	11,2	12,41385	16,9808	21,98	24,43	23,25	16,7009

Etude statistique et probabiliste des précipitations



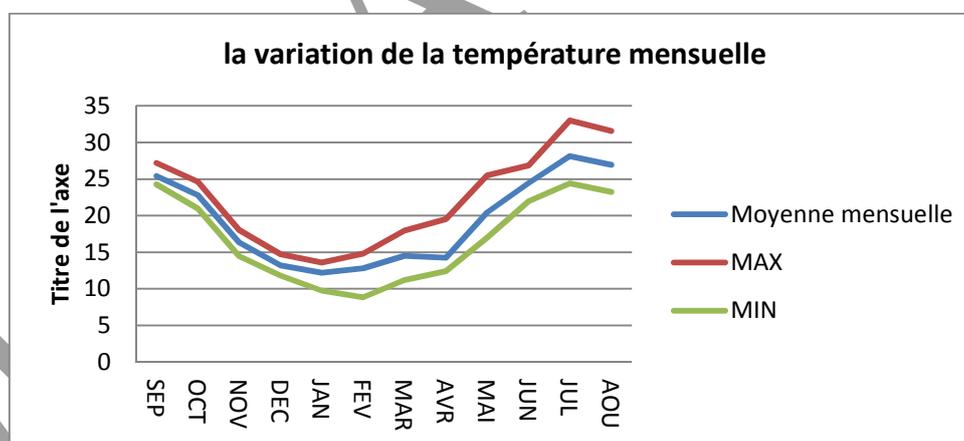
Le tableau (06) représente les températures moyennes maximales et minimales ainsi que les températures moyennes mensuelles.

Année	SEP	OCT	NOV	DEC	JAN	FEV	MAR	AVR	MAI	JUN	JUL	AOU	Moyenne
Moyenne mensuelle	25,42	22,81	16,32	13,18	12,21	12,79	14,53	14,27	20,44	24,44	28,13	26,95	19,29
MAX	27,22	24,65	18,05	14,73	13,58	14,83	17,97	19,51	25,52	26,84	33,011	31,55	22,28
MIN	24,27	20,96	14,48	11,83	9,77	8,845	11,2	12,41	16,98	21,98	24,43	23,25	16,70

L'exploration du tableau (06) montre que le mois le plus froid est le mois de janvier (avec **12,219°C**) et le plus chaud est le mois d'août (avec **33,011°C**).

La moyenne annuelle de la température est de (**16,7009°C**)

La figure n°4 représente en abscisse les différents mois, et en ordonnée les températures (°C)



Courbe de distribution de la température (T_{Min} - T_{Max} - $T_{\text{mensuelles}}$)

4 .Classification climatique :

Méthode pluviométrique (la relation précipitation et température) :

Selon GAUSSEN et BAGNOULS, un mois est dit sec si le total moyen des précipitations est inférieur ou égale au double de la température moyenne ($P \geq 2T$)

Cette relation permet d'établir des diagrammes pluviométriques sur lesquels la température est portée sur une double échelle de celle des précipitations.

- Si la courbe des températures passe au-dessus de la courbe des précipitations nous avons un mois sec.

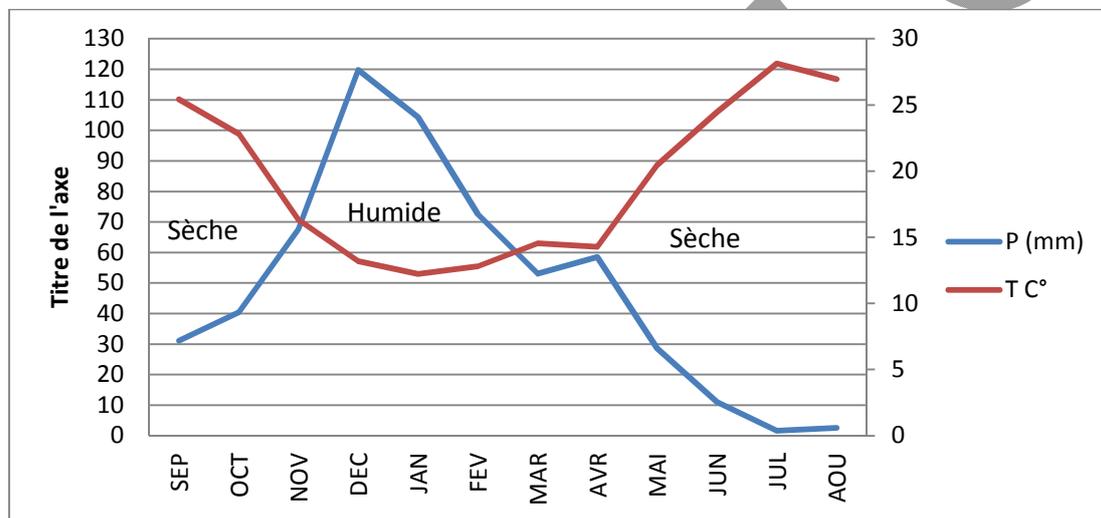
Etude statistique et probabiliste des précipitations

- Si la courbe des températures passe au-dessous de la courbe des précipitations nous avons un mois humide.

Le tableau (7) représente les différentes températures moyennes mensuelles, et les précipitations moyennes mensuelles.

mois	SEP	OCT	NOV	DEC	JAN	FEV	MAR	AVR	MAI	JUN	JUL	AOU	moyenne
P (mm)	31,07	40,41	67,58	119,82	104,33	72,52	53,03	58,54	28,56	11,01	1,68	2,551	591,15
T C°	25,42	22,812	16,36	13,18	12,21	12,77	14,53	14,27	20,44	24,44	28,13	26,95	19,29

Le diagramme pluviométrique est représenté dans la figure suivante



Courbe pluviométrique

mois	SEP	OCT	NOV	DEC	JAN	FEV	MAR	AVR	MAI	JUN	JUL	AOU
P(mm)	31,07	40,41	67,58	119,82	104,33	72,52	53,03	58,54	28,56	11,01	1,68	2,55
T C°	25,428	22,81	16,32	13,18	12,21	12,79	14,53	14,27	20,44	24,44	28,13	26,95
Relation (T-P)	aride	aride	humide	humide	humide	humide	humide	humide	aride	aride	aride	aride

Dans le tableau (08), on remarque entre les mois (Nov à Avr) climat Humide et entre mois (Mai à Oct) climat Aride

Les indices climatiques généraux :

L'indice de DEMARTONNE (aridité) :

DEMARTONNE au 1933 a introduit un indice d'aridité

$$I = \frac{P}{T+10}$$

I : indice d'aridité de DE MARTONNE.

P : précipitation moyenne annuelle (mm).

T : température moyenne annuelle (°C).

D'après le tableau (7) :

Etude statistique et probabiliste des précipitations

Aux différentes valeurs de I, correspondent des types de climats

$I < 5$: le climat est hyper-aride;

$5 < I < 7.5$: le climat est désertique ;

$7.5 < I < 10$: le climat est steppique ;

$10 < I < 20$: le climat est semi-aride ;

$20 < I < 30$: le climat est tempéré.

P = 591,15496 (mm)

T = 19,295663 (C°)

On obtient un indice d'aridité de DE MARTONNE .

I = 20,17892361

Selon la répartition donnée par DEMARTONNE l'indice d'aridité (I) est comprise entre 20 t 30, $20 < I < 30$, l'exploitation de l'abaque de l'indice d'aridité de DEMARTONNE (figure I-07) montre que notre région à un climat tempéré

Indice D'EMBERGER :

Indice D'EMBERGER est calculé à partir de la formule suivante :

$$Q = \frac{P}{\left(\frac{M+m}{2}\right) * (M-m)} * 100$$

Q : indice D'EMBERGER (quotient pluviométrique)

P : précipitation moyenne annuelle en (mm).

M : moyenne des températures maximales du mois le plus chaud en (°K)

m : moyenne des température minimales du mois le plus froid en (°K)

P = 591,154955

T M = 31,55 C° + 273 = 304,55 K°

T m = 9,77 C° + 273 = 282,77 K°

Q = 9,24

L'évapotranspiration réelle(ETR) :

L'évapotranspiration réelle désigne les pertes d'eau sous forme de vapeur d'eau, elle correspond à une phénomène complexe qui regroupe à la fois des processus d'évaporation physique de l'eau contenue dans le sol et des processus de transpiration qui correspondent à l'utilisation de l'eau atmosphérique, et de l'eau dans l'atmosphère par les végétaux.

Le déficit d'écoulement est défini par la différence entre les précipitations et la lame d'eau écoulée à l'échelle du bassin versant. Pour permettre d'atteindre une estimation acceptable des valeurs de déficit d'écoulement nous utilisons des méthodes empiriques.

Méthode de TURC :

$$ETR = \frac{P}{\sqrt{0,9 + \frac{P^2}{L^2}}}$$

ETR : évapotranspiration réelle (mm).

P : précipitation moyenne annuelle (mm).

L : $300 + 25T + 0,05T^3$.

Etude statistique et probabiliste des précipitations

T : température moyenne annuelle (°C).

$$T = 19,29566348 \text{ C}^\circ$$

$$P = 591,154955(\text{mm})$$

Donc : $L = 1141,602195$

Alors : $ETR = 546,956255 \text{ (mm)}$

L'évaporation potentielle :

L'émission de vapeur d'eau, ou évapotranspiration considéré comme une perte par les hydrogéologues, s'effectue dans tous les milieux. Elle résulte de deux phénomènes, l'un physique l'évaporation, et l'autre biologique la transpiration. L'évaporation intervient dans l'atmosphère au cours des chutes de pluie à la surface des lacs et des cours d'eau, et aussi dans les sols nus. L'évapotranspiration est dû à la présence de la couverture végétale.

Méthode de THORNTWAITE :

La formule de THORNTWAITE permet de déterminer pour chaque une évapotranspiration potentielle (ETP).

$$ETP = 1,6 \left(1 + \frac{T}{I} \right)^a$$

ETP : Evapotranspiration potentielle (cm).

T : Température moyenne annuelle (°C).

I : somme des indices thermiques mensuels de l'année.

mois	SEP	OCT	NOV	DEC	JAN	FEV	MAR	AVR	MAI	JUN	JUL	AOU
T (C°)	25,43	22,81	16,32	13,18	12,21	12,79	14,53	14,273	20,44	24,44	28,13	26,95
I	11,73	9,955	5,99	4,344	3,86	4,14	5,02	4,89	8,43	11,05	13,67	12,81

$$I = \left(\frac{T}{5} \right)^{1,514}$$

$$I = \sum_i^n i_n$$

$$T = 19,29566348 \text{ C}^\circ$$

$$I = 95,941611342$$

$$a = 6,75 * 10^{-7} * I^3 - 7,71 * 10^{-5} + 0,4989 + 1,792 * I$$

$$a = 2,0104591987$$

La formule de THORNTWAITE

$$ETP = 212,2814631 \text{ (Cm)}$$

Etude statistique et probabiliste des précipitations

B. Etude d'homogénéité des séries pluviométriques

Le terme “**inhomogénéités**” représente les variations non naturelles qui sont causées par des modifications dans les réseaux d'observations. L'homogénéisation consiste à détecter puis à corriger ces variations. Par exemple, les mesures de précipitations sont perturbées par le vent et l'effet Venturi produit au-dessus du cône du pluviomètre. Donc, toute modification ayant un effet sur le vent induira des sauts dans les données (un changement d'emplacement, de la forme du capteur ou de sa hauteur au-dessus du sol). Une modification dans l'environnement immédiat d'une station, induite par exemple par l'urbanisation, la reforestation

En pratique, il est assez difficile de déterminer si une rupture dans une série représente un changement dans le climat régional ou une inhomogénéité. Deux types d'informations permettent de pencher pour l'une ou l'autre des explications :

Les enregistrements aux stations voisines (s'il y en a) : on compare souvent les données d'une station avec celles des stations voisines pour éviter qu'un changement climatique soit interprété comme une inhomogénéité.

La série dont on veut vérifier l'homogénéité est **appelée série de base**. Les séries voisines sont supposées être **climatiquement similaires** à la série de base (souvent des observations de stations géographiquement voisines). De plus, elles doivent être **homogènes**, sinon des inhomogénéités dans une de ces dernières pourraient être attribuées à la série de base.

Les métadonnées (s'il y en a également) : Sont des informations historiques sur les conditions dans lesquelles les données à une station ont été enregistrées. Elles sont constituées des enregistrements de la station, des annuaires météorologiques, des fiches d'inspection, des photographies de la station et de son environnement, d'une entrevue avec la personne responsable d'une station

La correction des inhomogénéités dans les séries climatiques est cruciale pour toutes les études qui portent sur des variables climatiques. Plus particulièrement, des séries de précipitations de qualité permettront de prendre des décisions basées sur des données fiables dans différentes recherches sur les changements climatiques.

Les corrections des erreurs

a) La méthode des doubles cumuls

Le principe de la méthode consiste à vérifier la proportionnalité des valeurs mesurées à deux stations. L'une des stations (station X) est la station de base ou station de référence, supposée correcte. L'autre station (Y) est la station à contrôler. La méthode consiste en les étapes suivantes :

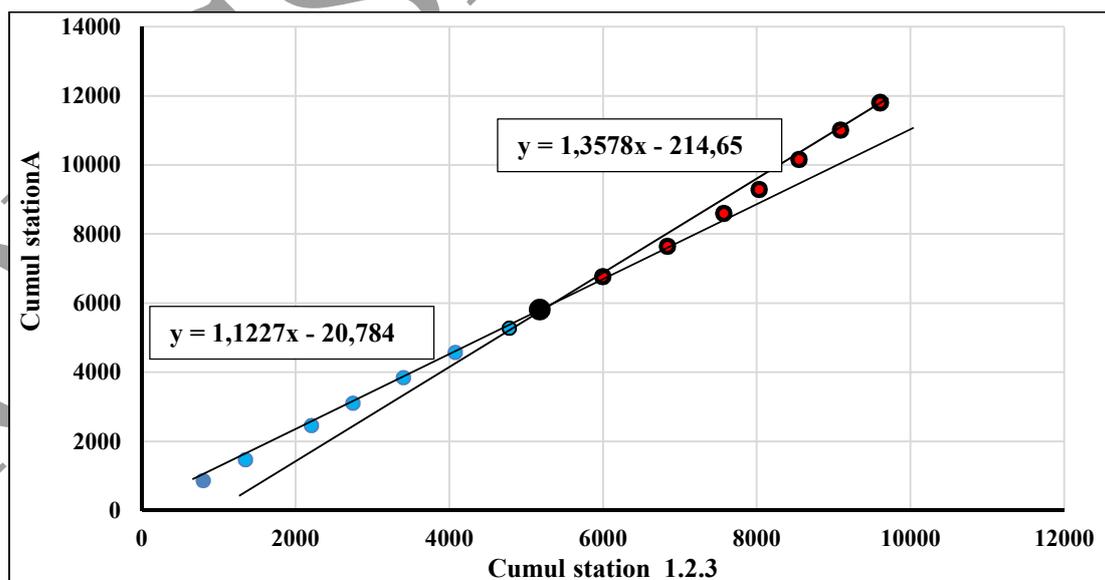
- Calculer les précipitations cumulées pour la station suspecte X
- Calculer la hauteur annuelle moyenne des précipitations et cumuler les moyennes pour les stations 1, 2, 3, 4,n
- Tracer le graphe des précipitations cumulées pour la station suspecte en fonction des précipitations cumulées pour la station de référence. Si plusieurs stations de référence existent on peut former une station de base à partir de la moyenne des données relevées à ces stations.

Etude statistique et probabiliste des précipitations

Le principe du test consiste à dire qu'un changement dû à des causes météorologique ne changera pas la pente de la courbe puisque les stations voisines seront affectées. Seuls les changements occasionnés par des erreurs systématiques à la station à contrôler conduiraient à une modification de la pente du graphe.

Exemple :

Année	Station X	Station 1	Station 2	Station3	Moyenne station 1,2 et 3	Cumul station A	Cumul Moy Station 1..3
2002	869	800	850	750	800	869	800
2003	596	543	553	551	549	1465	1349
2004	994	856	860	858	858	2459	2207
2005	643	546	536	538	540	3102	2747
2006	736	655	656	660	657	3838	3404
2007	734	674	679	678	677	4572	4081
2008	699	702	704	700	702	5271	4783
2009	546	389	394	396	393	5817	5176
2010	953	806	830	824	820	6770	5996
2011	882	837	842	844	841	7652	6837
2012	945	728	731	737	732	8597	7569
2013	694	459	458	460	459	9291	8028
2014	875	516	526	524	522	10166	8550
2015	849	546	536	538	540	11015	9090
2016	791	511	507	515	511	11806	9601



On voit sur le graphique que les points s'alignent sur deux segments de droite différentes c'est-à-dire qu'il y a une cassure sur la droite au cours de l'année 2009. On suppose que le déplacement (ou autre cause d'erreur)

Etude statistique et probabiliste des précipitations

s'est produit en 2009. Les données mesurées après 2009 sont jugées bonnes et on ne doit corriger que les données précédentes (2002 ;2003,2004,2005,2006,2007,2008 et 2009)

On calcul les pentes m_1 du segment de droite qui contient les données de 2016 à 2009, et m_2 du segment qui contient les données de 2008 à 2002 . On calcul le rapport des pentes m_1/m_2 , avec lequel on va multiplier les données des années 2009 à 2002 pour les corriger. Les résultats sont les suivants :

$$P_{\text{corrigée}} = \frac{m_1}{m_2} P_{\text{mesurée}}$$

m_1 : pente de la portion du graphe à corriger, m_2 : pente de la portion fiable du graphe

$$P_{\text{corrigée}} = 0.8268 P_{\text{mesurée}}$$

Station A corrigée
869
596
994
643
736
734
699
451,4328
787,9404
729,2376
781,326
573,7992
723,45
701,9532
653,9988

Plusieur tests statistiques sont utilisés pour s'assurer de l'homogénéité d'une série statistique

Les tests statistiques

La quasi-totalité des tests (test de Mann et Whitney, test de Kruskal et Wallis et Wilcoxon...), supposent que la loi de la variable aléatoire étudiée est suit la loi normale cette condition n'étant pas toujours satisfait, toutes ces tests dit non paramétriques car ils ne nécessitent pas d'estimation de la moyenne et de la variance meme les valeurs x_i , mais seulement leur rangs dans la série ordonnée de toutes valeurs. Dans cette partie du cours nous étudieront le test de Wicoxon.

Test de Wilcoxon :

Le pricipe de ce test est le suivant : Si l'échantillon X est issu d'une meme population Y , l'échantillon XUY (Union de X et de Y) en est également issu.

On procède con suit :

Soit une série d'observation de taille N à partir de laquelle on tire deux échantillon X et Y : N_1 et N_2 sont respectivement lmes tailles de ces échantillons , avec $N=N_1+N_2$ et $N_1 \leq N_2$

Etude statistique et probabiliste des précipitations

On classe ensuite les valeurs de notre série par ordre croissant. Par la suite, nous ne nous intéresserons qu'au rang de chacun des éléments des deux échantillons dans cette série. Si une valeur se répète plusieurs fois, on lui associe le rang moyen correspondant.

On calcule ensuite la somme W_x des rangs des éléments du premier échantillon dans la série commune :

$$W_x = \sum Rang \ x$$

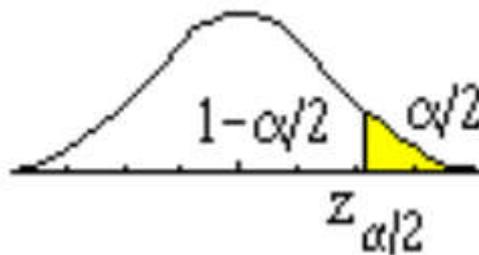
Wilcoxon a montré que, dans le cas où les deux échantillons X et Y constituent une série homogène, la quantité W_x est comprise entre deux bornes W_{max} et W_{min} , données par les formules suivantes :

$$W_{min} = \frac{(N1 + N2 + 1)N1 - 1}{2} - Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{N1N2(N1 + N2 + 1)}{12}}$$

$$W_{max} = (N1 + N2 + 1)N1 - W_{min}$$

$Z_{1-\alpha/2}$ représente la valeur de la variable centrée réduite de la loi normale correspondant à $1-\alpha/2$

(au seuil de confiance de 95 %, nous avons $Z_{1-\alpha/2}$)



Nous allons utiliser le test de Wilcoxon pour vérifier l'homogénéité des données de précipitation annuelle de la station de Bordj BOou Naama (wilaya de Tissemsilt) au niveau de signification de 5%.

Les données sont portées sur le tableau :

Année	P(mm)	Année	P(mm)	Année	P(mm)	Année	P(mm)	Année	P(mm)	Année	P(mm)
1	641.2	8	582.1	15	780.2	22	953.8	29	340.7	36	570.3
2	659.1	9	827.3	16	685.1	23	801.7	30	819.5	37	758.5
3	1176.9	10	530.4	17	500.9	24	709.8	31	391.6	38	550.5
4	557.1	11	1125.3	18	1030.3	25	519.8	32	618.8	39	522.2
5	367.5	12	659	19	898.7	26	1006	33	720.7	40	416.1
6	410.5	13	787.7	20	1085.4	27	838.5	34	712.2		
7	1014.8	14	641.8	21	588.7	28	826	35	458.5		

Pour faciliter les calculs, on commence par diviser notre série pluviométrique en deux échantillons de longueurs respectives $N1 = 18$ valeurs et $N2 = 22$ valeurs.

Etude statistique et probabiliste des précipitations

Dans la première colonne, on porte le premier échantillon X ; dans la deuxième colonne, on porte le deuxième échantillon Y ; dans la troisième et quatrième colonne, on porte respectivement les rangs et les valeurs classées de la série originale et, la cinquième colonne, l'origine de la valeur de la série, c'est-à-dire on note si elle provient de l'échantillon X ou Y.

1	2	3	4	5	3	4	5
X	Y	Rang	XUY	Origine	Rangs	XUY	Origine
641.2	898.7	1	340.7	Y	23	712.2	Y
659.1	1085.4	2	367.5	X	24	720.7	Y
1176.9	588.7	3	391.6	Y	25	758.5	Y
557.1	953.8	4	410.5	X	26	780.2	X
367.5	801.7	5	416.1	Y	27	787.7	X
410.5	709.8	6	458.5	Y	28	801.7	Y
1014.8	519.8	7	500.9	X	29	819.5	Y
582.1	1006	8	519.8	Y	30	826	Y
827.3	838.5	9	522.2	Y	31	827.3	X
530.4	826	10	530.4	X	32	838.5	Y
1125.3	340.7	11	550.5	Y	33	898.7	Y
659	819.5	12	557.1	X	34	953.8	Y
787.7	391.6	13	570.3	Y	35	1006	Y
641.8	618.8	14	582.1	X	36	1014.8	X
780.2	720.7	15	588.7	Y	37	1030.3	X
685.1	712.2	16	618.8	Y	38	1085.4	Y
500.9	458.5	17	641.2	X	39	1125.3	X
1030.3	570.3	18	641.8	X	40	1176.9	X
	758.5	19	659	X			
	550.5	20	659.1	X			
	522.2	21	685.1	X			
	416.1	22	709.8	Y			

$$\sum Rangs(x) = 380$$

$$W_{\min} = 296.4$$

$$W_{\max} = 441.6$$

Sachant que $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ pour un niveau de signification $\alpha = 5\%$

On vérifie l'ingalité : $W_{\min} < \sum rang(x) < W_{\max}$

C'est-à-dire : $296.4 < 380 < 441.6$

L'ingalité est donc vérifiée et notre série donc homogène