Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf-Mila
Institut des Sciences et de la Technologie
Matière : Equation de la physique mathématique

Série d'exercices N° 3

Exercice 1:

Résoudre par la méthode de séparation des variables le problème suivant :

$$1\text{-}\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0 \Lambda \ x \in [0,\pi], t \geq 0 \\ u_x(0,t) = u_x(\pi,t) = 0 \\ u(x,0) = A\cos 2x \\ u_t(x,0) = 0 \end{cases}$$

Exercice2:

Résoudre les problèmes suivants :

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} = 0 \Lambda \ x \in [0,e], t \geq 0 \\ u_x(0,t) = u_x(e,t) = 0 \\ u(x,0) = f(x) \end{cases}$$

Exercice3:

Soit A un operateur linéaire définie sur l'espace des fonctions C^∞(IR) tel que :

$$A = \frac{d^2}{dx^2} - \frac{d}{dx}.$$

Calculer les valeurs propres et les fonctions propres de A.

Exercice 4:

Montrer que la fonction f est harmonique :

1- $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2)^{1/2}$ sur $\Re^* \times \Re^*$

2- $f(x,y) = \dfrac{1 - x^2 - y^2}{(1+x)^2 + y^2}$ sur D (le disque d'unité)

Exercice 5:

Soit *u(x,y)* une fonction dans $c^2(IR^2)$. Montrer que l'expression de Laplacien en coordonnées polaires est :

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{dr} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}.$$