

Chapitre IV

Modélisation et simulation des machines à courant continu

I. Introduction

Les équations décrivant l'évolution d'un système dynamique sont obtenues en appliquant les lois de la physique. Il est possible toutefois que le modèle obtenu ne donne qu'une représentation approchée des phénomènes réels. En effet, il est en général difficile de prendre en compte l'ensemble des phénomènes physiques mis en jeu. dans ce chapitre on présente la modélisation de la MCC sous sa fonction de transfert du deuxième ordre ainsi que sa représentation d'état puis une modélisation élargie selon les axes(d,q), en clôturant ce chapitre avec une simulation d'une GCC sur Matlab/Simulink.

II.1 Description du moteur à courant continu

Un moteur à courant continu (MCC), dont le schéma de principe est donné à la figure (IV.1), est un dispositif électromécanique qui convertit une énergie électrique d'entrée en énergie mécanique. L'énergie électrique est apportée par un convertisseur de puissance qui alimente le bobinage disposé sur l'induit mobile (rotor).

II.2 Modélisation

Le MCC étant un système électromécanique, les équations dynamiques résultent de la combinaison des modélisations mécanique et électrique du moteur, schématiquement décrites par la figure (1).

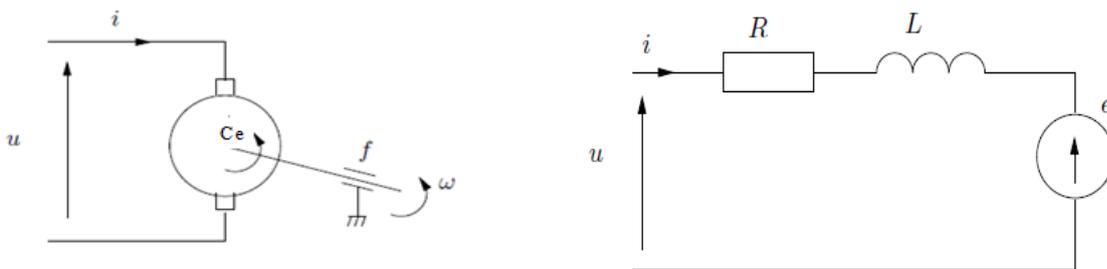


Figure (IV.1) : Schéma d'un moteur à courant continu

Pour la partie électrique, on calcule la tension aux bornes de l'induit. L'équation électrique, liant la tension u aux bornes de l'induit et le courant d'induit i s'écrit :

$$u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (\text{IV.1})$$

R : résistance de l'induit du moteur. L : son inductance.

La force électromotrice, qui est proportionnelle à la vitesse de rotation du rotor :

$$e(t) = k_e \omega \quad (\text{IV.2})$$

Pour la partie mécanique, on applique le principe fondamental de la dynamique autour de l'axe de rotation. L'équation mécanique rendant compte des couples agissant sur le rotor s'écrit :

$$C_e - C_r = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega \quad (IV.3)$$

C_e : est le couple moteur.

f : le coefficient de frottement visqueux.

J : le moment d'inertie du rotor.

C_e : couple de charge ou résistant.

Le couple C_e est proportionnel au courant de l'induit i :

$$C_e = k_m \cdot i \quad (IV.4)$$

En règle générale les coefficients k_e et k_m sont si proches qu'il est raisonnable de les considérer égaux, en posant $K = k_e = k_m$, les équations (3) et (4) donnent (avec $C_r = 0$):

$$k i = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega \quad (IV.5)$$

En dérivant (2.5), il vient :

$$k \frac{di}{dt} = J \frac{d^2\omega}{dt^2} + f \frac{d\omega}{dt} \quad (IV.6)$$

Par combinaison des équations (5), (6) et (1), (2) on aura :

$$\frac{R}{k} \left(f\omega + J \frac{d\omega}{dt} \right) + \frac{L}{k} \left(J \frac{d^2\omega}{dt^2} + f \frac{d\omega}{dt} \right) + K\omega = u \quad (IV.7)$$

Par arrangement on aura :

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{RJ+Lf}{LJ} \frac{d\omega}{dt} + \frac{Rf+K^2}{LJ} \omega = \frac{K}{LJ} u \quad (IV.8)$$

Cette équation différentielle relie ω et u par l'intermédiaire des paramètres constants dans le temps.

C'est d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 2.

D'après l'équation (8), la fonction de transfert du MCC s'écrit :

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{LJ}}{s^2 + \frac{RJ+Lf}{LJ}s + \frac{Rf+K^2}{LJ}} \quad (IV.9)$$

le numérateur : $N(s) = \frac{K}{LJ} = cte$

le dénominateur : $D(s) = s^2 + \frac{RJ+Lf}{LJ}s + \frac{Rf+K^2}{LJ}$ Détermine les pôles du système.

La fonction de transfert peut être écrite :

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_G}{\tau_{el}\tau_{em}}}{\left(s + \frac{1}{\tau_{el}}\right)\left(s + \frac{1}{\tau_{em}}\right)} \quad (IV.10)$$

$$\text{ou : } G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_G}{(1 + \tau_{el}s)(1 + \tau_{em}s)} \quad (IV.11)$$

$$\text{avec : } \tau_{el} = \frac{L}{R}; \quad \tau_{em} = \frac{RJ}{Rf+K^2} \quad \text{et} \quad K_G = \frac{K}{Rf+K^2}$$

le MCC possède donc deux pôles :

$$p_1 = -\frac{1}{\tau_{el}} \quad \text{et} \quad p_2 = -\frac{1}{\tau_{em}}$$

associés à deux constantes de temps, avec p_2 pôle dominant (réponse lente) :

τ_{el} : constante de temps électrique.

τ_{em} : constante de temps électromécanique. (D'autant plus grande que l'inertie J est grande).

K_G est le gain statique du MCC.

En général, la partie électromécanique réagit moins vite que la partie électrique et on a : $\tau_{el} \geq \tau_{em}$

Sous forme développée, on a :

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_G}{\tau_{el}\tau_{em}s^2 + (\tau_{el} + \tau_{em})s + 1} \quad (\text{IV.12})$$

II.3 Modèle d'état du MCC

On peut facilement déterminer un modèle d'état du MCC. L'entrée du système est la tension d'induit u et sa sortie la vitesse de rotation ω du rotor. On choisit deux variables indépendantes du système : la vitesse de rotation $x_1 = \omega$ et le courant d'induit $x_2 = i$. L'équation électrique (1) s'écrit alors :

$$Rx_2 + L \frac{dx_2}{dt} + Kx_1 = u$$

L'équation mécanique (3) donne :

$$Kx_2 - fx_1 = J \frac{dx_1}{dt}$$

Donc :

$$J \frac{dx_1}{dt} = Kx_2 - fx_1 \Rightarrow \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} = -\frac{f}{J}x_1 + \frac{K}{J}x_2$$

$$L \frac{dx_2}{dt} = -Rx_2 - Kx_1 + u \Rightarrow \dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} = -\frac{K}{L}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{1}{L}u$$

D'où la représentation d'état :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} u, \\ y &= (1 \ 0) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Le choix effectué n'est pas unique. D'où on peut implémenter le schéma bloc de la simulation de ce système sur Simulink, figure (IV.2).

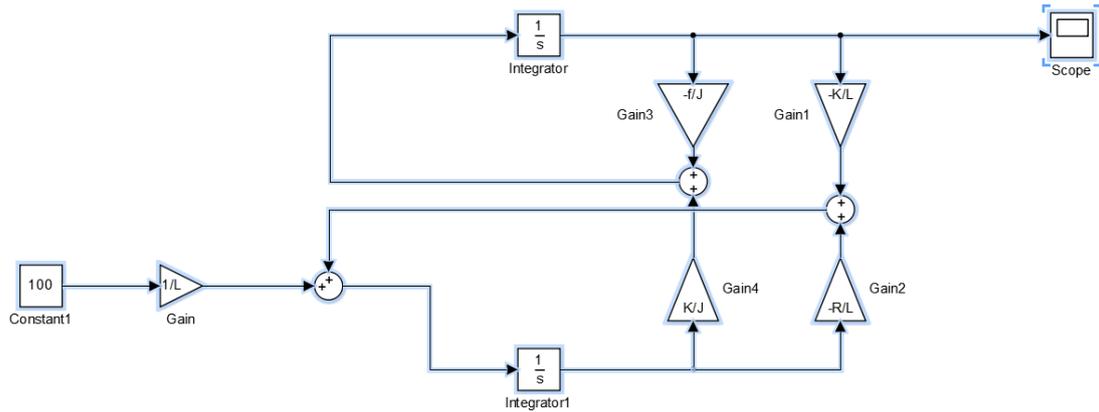


Figure (IV.2) : Schéma de simulation de la MCC (ME)

II.4 Passage du modèle d'état à l'équation de transfert

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} ; B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} ; C = (1 \ 0) \text{ et } D = 0.$$

En appliquant la relation : $\Omega(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B + D$

$$\Omega(s) = (1 \ 0) \begin{pmatrix} s + \frac{f}{J} & -\frac{K}{J} \\ \frac{K}{L} & s + \frac{R}{L} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} U(s)$$

soit :

$$\Omega(s) = (1 \ 0) \frac{1}{\left(s + \frac{f}{J}\right)\left(s + \frac{R}{L}\right) + \frac{K^2}{LJ}} \begin{pmatrix} s + \frac{R}{L} & +\frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & s + \frac{f}{J} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} U(s)$$

qui donne tous calcul fait :

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K}{LJ}}{s^2 + \frac{RJ+Lf}{LJ}s + \frac{Rf+K^2}{LJ}}$$

Expression identique à celle du (9).

La figure (IV.3) donne le schéma bloc de la simulation de la MCC sur Simulink.

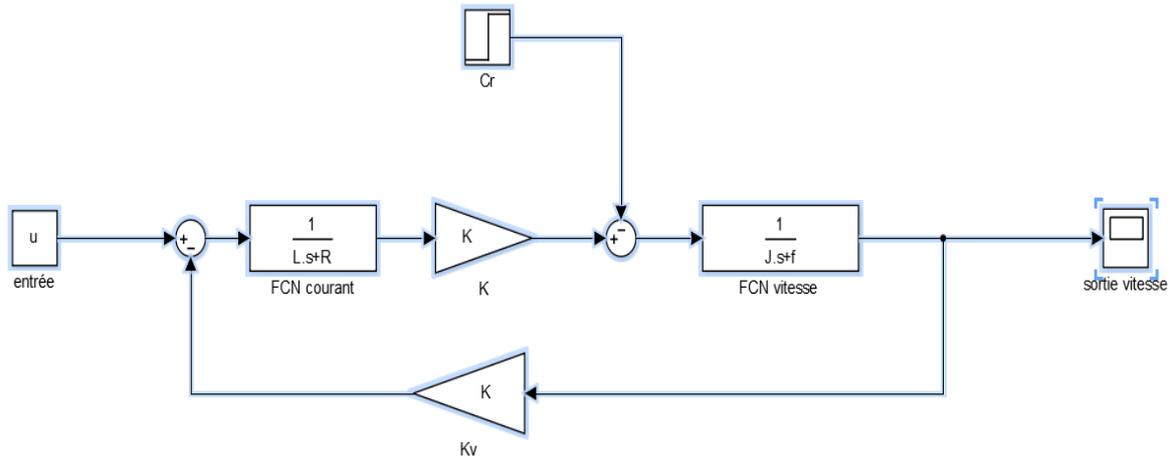


Figure (3) : Schéma de simulation de la MCC (FT)

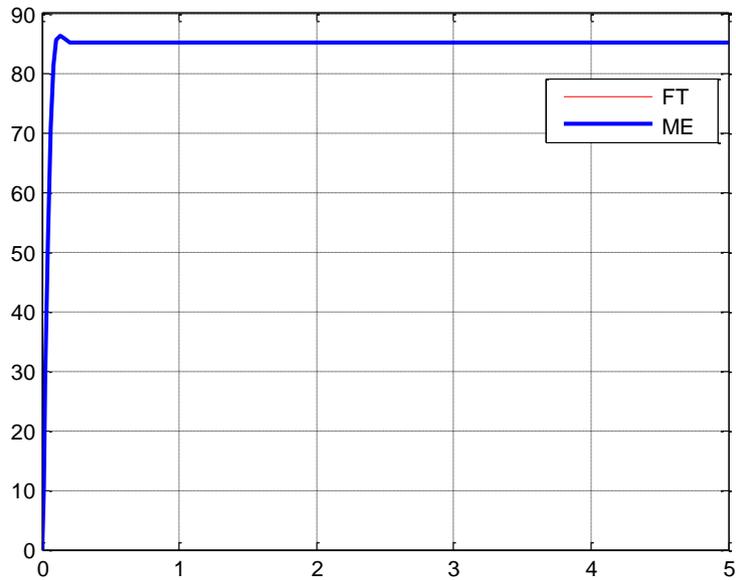


Figure (4) : Graphes de simulation pour la vitesse du MCC par FS et ME

Les paramètres de la machine simulée $R=42.31$; $L=0.63$ $J=0.0012$; $f=0.001$; $K=1.137$;
 Dans les deux simulations, les courbes sont identiques.

III. modèle la machine à courant continu sur les axes (d,q).

La MCC peut être représentée par un modèle sur les axes (d,q).

Les enroulements du modèle sont :

- Les enroulements d'excitation série (s) et shunt (f).
- Les enroulements d'induit (d,q), auxiliaire (x) et de compensation (c)

Les pôles auxiliaires et de commutation produisent une f.é.m. de signe opposé de sorte qu'elle annule l'effet de la réaction magnétique d'induit et la f.é.m. qui cause les étincelles. Ces enroulements sont placés en série avec l'enroulement de l'induit par rapport à l'axe q.

la figure (IV.5) donne la disposition des enroulements de la MCC sur les deux axes (d,q).

III.1 Equation des tensions

D'après le modèle de la figure(IV.5), les relations de tensions traduisant le fonctionnement en générateur selon les axes (d,q), sont comme suit :

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + \frac{d\varphi_f}{dt} \\ v_s = R_s i_s + \frac{d\varphi_s}{dt} \\ v_c = R_c i_c + \frac{d\varphi_c}{dt} \\ v_f = R_f i_f + \frac{d\varphi}{dt} \\ v_x = R_x i_x + \frac{d\varphi_x}{dt} \end{cases} \quad (IV.13)$$

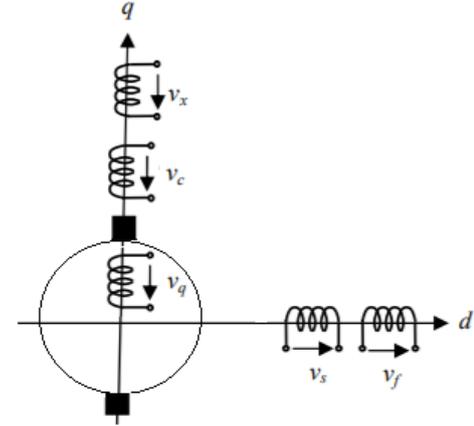


figure (IV.5) : Disposition des enroulements de la MCC sur les deux axes

III.2 Equation aux flux

$$\begin{cases} \varphi_f = L_f i_f + M_{fs} i_s \\ \varphi_s = L_s i_s + M_{sf} i_f \\ \varphi_c = L_c i_c + M_{cq} i_q + M_{cx} i_x \\ \varphi_x = L_x i_x + M_{xq} i_{xq} + M_{xc} i_{xc} \\ \varphi_d = M_{fd} i_d + M_{sd} i_s \\ \varphi_q = L i_q + M_{qc} i_c + M_{qx} i_x \end{cases} \quad (IV.14)$$

$M_{fs} = M_{sf}$: Mutuelle inductance des enroulements (f) et (s) couplés magnétiquement.

$M_{cx} = M_{xc}$: Mutuelle inductance des enroulements (c) et (x) couplés magnétiquement.

$M_{sd} = M_{ds}$: Mutuelle inductance des enroulements (s) et (d) couplés magnétiquement.

$M_{qx} = M_{xq}$: Mutuelle inductance des enroulements (x) et (q) couplés magnétiquement.

Les équations (IV.13) et (IV.14) peuvent être réduites en considérant la tension et le flux total aux bornes du circuit d'induit et l'emplacement série de ces enroulements.

On peut adopter cette formulation des tensions et courants ce qui nécessite l'apparition des équations des flux, comme suit :

$$\begin{cases} v_a = v_q + v_x + v_c \\ i_q = i_s = -i_c = -i_x \\ \varphi_a = \varphi_q - \varphi_x - \varphi_c \end{cases} \quad (IV.15)$$

alors :

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + \frac{d\varphi_f}{dt} \\ v_s = R_s i_s + \frac{d\varphi_s}{dt} \\ v_a = -R_s i_q - \frac{d\varphi_a}{dt} + \omega \varphi_d \end{cases} \quad (\text{IV.16})$$

finalement, on aura :

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} + M_{fs} \frac{di_q}{dt} \\ v_s = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} + M_{fs} \frac{di_f}{dt} \\ v_a = -R_s i_q - L_a \frac{di_q}{dt} + \omega (M_{fd} i_d + M_{sd} i_q) \end{cases} \quad (\text{IV.17})$$

avec :

$$R_a = R + R_c + R_x \quad (\text{IV.18})$$

$$L_a = L + L_c + LR_x - 2(M_{qc} + M_{qx} - M_x) \quad (\text{IV.19})$$

III.3 Expression du couple électromagnétique

La puissance électrique instantanée de la MCC est donnée par :

$$p(t) = v_q i_q + v_f i_f + v_s i_s + v_c i_c + v_x i_x$$

ou encore :

$$p(t) = v_a i_q + v_f i_f + v_s i_s$$

L'énergie absorbée par la MCC pendant un intervalle de temps :

$$dW = p(t)dt$$

$$dW = (R_a i_q^2 + R_s i_s^2 + R_f i_f^2)dt + (d\varphi_f i_f + d\varphi_a i_q + d\varphi_s i_s) + \omega \varphi_d i_q dt$$

dW peut être décomposée en :

$$dW = dW_j + dW_{mag} + dW_{mec}$$

ou :

$$dW_j = (R_a i_q^2 + R_s i_s^2 + R_f i_f^2)dt ; \text{ énergie dissipée sous forme de Joule.}$$

$$dW_{mag} = (d\varphi_f i_f + d\varphi_a i_q + d\varphi_s i_s) ; \text{ variation de l'énergie magnétique de couplage.}$$

$$dW_{mec} = \omega \varphi_d i_q dt ; \text{ l'énergie transformée en énergie mécanique.}$$

enfin, le couple électromagnétique est donné par :

$$C_{em} = \frac{dW_{mec}}{d\theta} = \varphi_d i_q = (M_{fd} i_d + M_{sd} i_s) \cdot i_q \quad (\text{IV.20})$$

IV.44 2quation mécanique

L'étude des régimes transitoires fait intervenir également l'équation de mouvement avec celles des tensions, courants et flux.

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_v \Omega \quad (IV.21)$$

IV. Application aux divers modes d'excitation

IV.1 Fonctionnement en génératrice

La machine à deux excitations, l'une en série (s) et l'autre en shunt (f) avec deux enroulements d'excitation (x) et auxiliaire (c).

Les équations du flux :

$$\begin{bmatrix} \varphi_f \\ \varphi_s \\ \varphi_d \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f & M_{fs} & 0 \\ M_{fs} & L_s & 0 \\ M_{fd} & M_{sd} & 0 \\ 0 & 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_s \\ i_q \end{bmatrix} \quad (IV.22)$$

les équations des tensions et du couple :

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + \frac{d\varphi_f}{dt} \\ v_s = R_s i_s + \frac{d\varphi_s}{dt} \\ v_a = -R_a i_q - \frac{d\varphi_a}{dt} + \omega \varphi_d \\ C_{em} = \varphi_d \cdot i_q \end{cases} \quad (IV.23)$$

en remplaçant les flux (IV.22) dans (IV.23), on obtient:

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} + M_{fs} \frac{di_s}{dt} \\ v_s = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + M_{fs} \frac{di_f}{dt} \\ v_a = -R_a i_q - L_a \frac{di_q}{dt} + \omega (M_{fd} i_d + M_{sd} i_s) \\ C_{em} = \varphi_d \cdot i_q = (M_{fd} i_d + M_{sd} i_s) \cdot i_q \end{cases} \quad (IV.24)$$

IV.1.1 Génératrice à excitation séparée

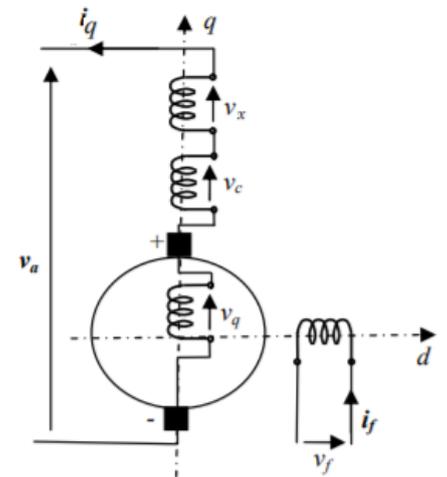
L'excitation est séparée si le courant dans l'inducteur (enroulement d'excitation (f)) est fourni par une source extérieure, figure (IV.6).

les équations (IV.22) et (IV.24) deviennent :

$$\begin{bmatrix} \varphi_f \\ \varphi_d \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f & 0 \\ M_{fd} & 0 \\ 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_q \end{bmatrix} \quad (IV.25)$$

et

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \\ v_a = -R_a i_q - L_a \frac{di_q}{dt} + \omega M_{fd} i_f \\ C_{em} = M_{fd} i_f i_q \end{cases} \quad (IV.26)$$



figure(IV.6) Machine à excitation séparée

IV.1.2 Génératrice à excitation shunt

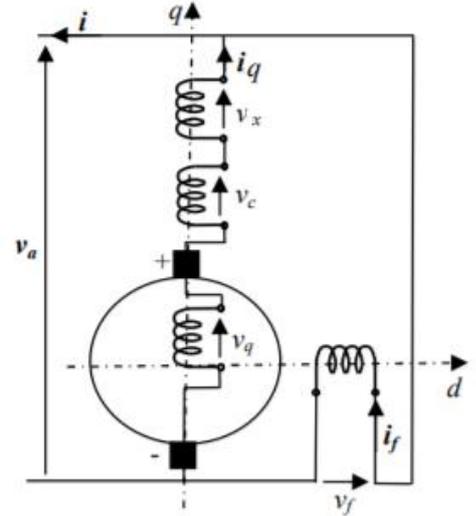
La machine est à excitation shunt lorsque le circuit inducteur (**f**) est monté en parallèle avec l'induit, figure (IV.7). Dans ce cas $v_f=v_a$ (la tension aux bornes de l'inducteur est identique à celle aux de l'induit) et $i_a=i_f+i_q$

Dans ce cas, les équations les équations (IV.18) et (IV.19) seront :

$$\begin{bmatrix} \varphi_f \\ \varphi_d \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f & 0 \\ M_{fd} & 0 \\ 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_q \end{bmatrix} \quad (\text{IV.27})$$

et

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \\ v_a = -R_s i_q - L_a \frac{di_q}{dt} + \omega M_{fd} i_d \\ C_{em} = M_{fd} i_d i_q \end{cases} \quad (\text{IV.28})$$



figure(IV.7) Machine à excitation shunt

IV.1.3 Génératrice à excitation série

L'enroulement inducteur (**s**) est connecté en série avec l'induit, figure (IV.8), avec :

$$i_s = i_q \text{ et } v = v_a - v_s$$

v_a : tension aux bornes de la génératrice.

v_s : tension aux bornes de l'excitation série.

les équations du flux :

$$\begin{bmatrix} \varphi_f \\ \varphi_d \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f & 0 \\ M_{fd} & 0 \\ 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_q \end{bmatrix} \quad (\text{IV.29})$$

$$\begin{cases} v_s = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} \\ v_a = -R_a i_q - L_a \frac{di_q}{dt} + \omega M_{sd} i_q \\ v = -(R_s + R_a - \omega M_{sd}) i_q - (L_a + L_s) \frac{di_q}{dt} \\ C_{em} = M_{sd} i_q^2 \end{cases} \quad (\text{IV.30})$$

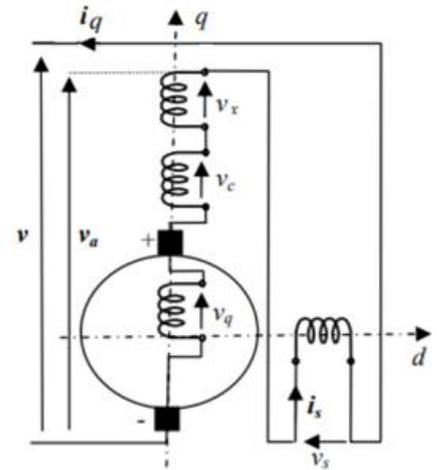


Figure (IV.8) : génératrice à excitation série

IV.1.4 Génératrice à excitation composée

Elle comporte sur ces pôles principaux un enroulement shunt (**f**) et un enroulement série (**s**).

Deux types existant selon leur branchement avec l'induit. courte dérivation et longue dérivation.

a. Courte Dérivation

Lorsque le circuit inducteur shunt est branché aux bornes de l'induit. la tension aux borne de la génératrice est : $v=v_a - v_s$, $v_f = v_a$ et $i_q = i_f + i_s$

alors, les équations de tensions et le couple électromagnétique sont :

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + (L_f - M_{fs}) \frac{di_f}{dt} + M_{fs} \frac{di_q}{dt} \\ v_s = R_s (i_q - i_f) + L_s \frac{di_q}{dt} + (M_{fs} - L_s) \frac{di_f}{dt} \\ v_a = (-R_a + \omega M_{sd}) i_q - L_a \frac{di_q}{dt} + \omega (M_{fd} - M_{sd}) i_f \\ v = -(R_a + R_s - \omega M_{sd}) i_q - (L_a + L_s) \frac{di_q}{dt} + (L_s - M_{fs}) \frac{di_f}{dt} + (M_{fd} - M_{sd}) \omega + R_s i_f \\ C_{em} = (M_{fd} - M_{sd}) i_f i_q + M_{sd} i_q^2 \end{cases} \quad (IV.31)$$

et les flux sont :

$$\begin{bmatrix} \varphi_f \\ \varphi_s \\ \varphi_d \\ \varphi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f & M_{fs} & 0 \\ M_{fs} & L_s & 0 \\ M_{fd} & M_{sd} & 0 \\ 0 & 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_s \\ i_q \end{bmatrix} \quad (IV.32)$$

b. Longue dérivation

Lorsque le circuit inducteur shunt est aux bornes de la machine, figure (IV.10).

alors : $v=v_a - v_s$, $v_f = v$ et $i_s = i_q$,

les équations sont :

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} + M_{fs} \frac{di_q}{dt} \\ v_s = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} + M_{fs} \frac{di_f}{dt} \\ v_a = (-R_a + \omega M_{sd}) i_q - L_a \frac{di_q}{dt} + \omega M_{fd} i_f \\ v = -(R_a + R_s - \omega M_{sd}) i_q - (L_a + L_s) \frac{di_q}{dt} - M_{fs} \frac{di_f}{dt} + M_{fd} \omega i_f \\ C_{em} = (M_{fd}) i_f i_q + M_{sd} i_q^2 \end{cases} \quad (IV.33)$$

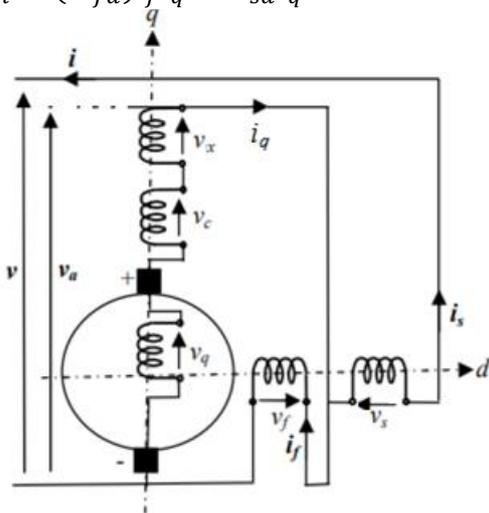


Figure (IV.9) : Génératrice à excitation composée courte dérivation

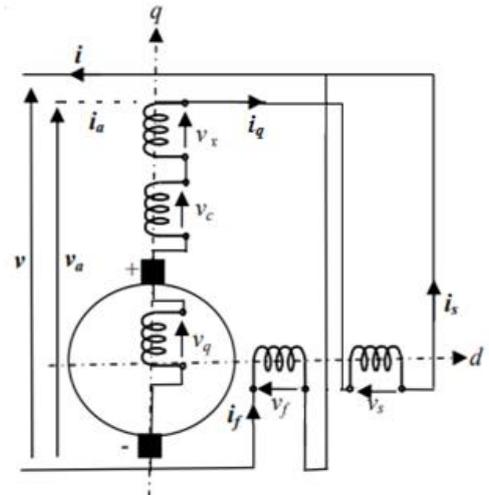


Figure (IV.10) : Génératrice à excitation composée courte dérivation

IV.2 Fonctionnement en moteur

Pour passer au mode moteur on doit effectuer un changement de variable aux équations mode génératrice précédentes pour passer au mode moteur par inversion du courant et le couple.

IV.2.1 Moteur à excitation séparée

Un changement de signe est effectué sur les équations (IV.26), on aura:

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \\ v_a = +R_a i_q + L_a \frac{di_q}{dt} - \omega M_{fd} i_f \\ C_{em} = -M_{fd} i_f i_q \end{cases} \quad (IV.34)$$

IV.2.2 Moteur à excitation shunt

les équations (IV.28) seront :

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \\ v_a = +R_a i_q + L_a \frac{di_q}{dt} - \omega M_{fd} i_f \\ C_{em} = -M_{fd} i_f i_q \end{cases} \quad (IV.35)$$

IV.2.2 Moteur à excitation série

Pour le moteur série; on aura: $v = v_s + v_a$

$$\begin{cases} v_s = -R_s i_q - L_s \frac{di_q}{dt} \\ v_a = +R_s i_q + L_a \frac{di_q}{dt} - \omega M_{sd} i_q \\ v = +(R_s + R_a - \omega M_{sd}) i_q + (L_a + L_s) \frac{di_q}{dt} \\ C_{em} = M_{sd} i_q^2 \end{cases} \quad (IV.36)$$

IV.2.2 Moteur à excitation composée

a. Courte dérivation

on a : $v = v_s + v_a$ et $v_f = v_a$ et $i_s = i_f + i_q$

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + (L_f + M_{fs}) \frac{di_f}{dt} + M_{fs} \frac{di_q}{dt} \\ v_s = R_s (i_q + i_f) + L_s \frac{di_q}{dt} + (M_{fs} + L_s) \frac{di_f}{dt} \\ v_a = (+R_a + \omega M_{sd}) i_q + L_a \frac{di_q}{dt} + \omega (M_{fd} + M_{sd}) i_f \\ v = +(R_a + R_s - \omega M_{sd}) i_q + (L_a + L_s) \frac{di_q}{dt} + (L_s + M_{fs}) \frac{di_f}{dt} + (M_{fd} + M_{sd}) \omega + R_s i_f \\ C_{em} = (M_{fd} + M_{sd}) i_f i_q + M_{sd} i_q^2 \end{cases} \quad (IV.37)$$

a. Longue dérivation

on a : $v = v_a + v_s$; $v_f = v$, $i_s = i_q$ et $i_q = -i_q$

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} + M_{fs} \frac{di_q}{dt} \\ v_s = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} + M_{fs} \frac{di_f}{dt} \\ v_a = (+R_a + \omega M_{sd}) i_q + L_a \frac{di_q}{dt} + \omega M_{fd} i_f \\ v = +(R_a + R_s - \omega M_{sd}) i_q + (L_a + L_s) \frac{di_q}{dt} - M_{fs} \frac{di_f}{dt} + M_{fd} \omega i_f \\ C_{em} = (M_{fd}) i_f i_q + M_{sd} i_q^2 \end{cases} \quad (IV.38)$$

V. Application

V.1 Modélisation et simulation de la génératrice à courant continu (GCC) à excitation séparée

La génératrice est sans compensation et sans pôles auxiliaires.

La génératrice est représentée par le schéma par le schéma donné ci-dessous, figure (IV.11).

$$R_x = R_c = 0$$

$$L_x = L_c = M_x = 0$$

En tenant compte de ces données les équations (IV.18) et (IV.19)

deviennent :

$$R_a = R + R_c + R_x$$

$$L_a = L + L_c + LR_x - 2(M_{qc} + M_{qx} - M_x)$$

$$R_a = R$$

$$L_a = L$$

On aura alors:

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \\ v_a = -R i_q - L \frac{di_q}{dt} + \omega M_{fd} i_f \\ C_{em} = M_{fd} i_f i_q \end{cases} \quad (IV.39)$$

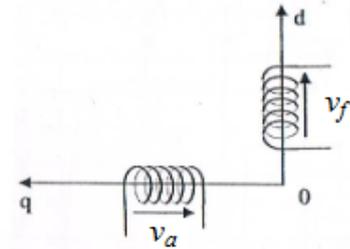


Figure (IV.11) :GCC séparée

à vide, le courant d'induit i_q est nul. L'équation de la tension de l'induit est :

$$v_{a \text{ vide}} = \omega M_{fd} i_f$$

si la génératrice débite sur une charge RL, on obtient :

$$\begin{cases} v_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \\ v_a = -R_T i_q - L_T \frac{di_q}{dt} + \omega M_{fd} i_f \\ C_{em} = M_{fd} i_f i_q \end{cases} \quad (IV.40)$$

avec $R_T = R + R_{ch}$; $L_T = L + L_{ch}$

la puissance de l'induit est définie par : $P_a = v_a \cdot i_q$

$$\begin{cases} \frac{di_f}{dt} = \frac{1}{L_f} (v_f - R_f i_f) \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_T} (-v_a - R_T i_q + \omega M_{fd} i_f) \\ C_{em} = M_{fd} i_f i_q \end{cases} \quad (IV.41)$$

Le schéma bloc de simulation sur simulink donnant la solution de ce système est donné par la figure (IV.12).

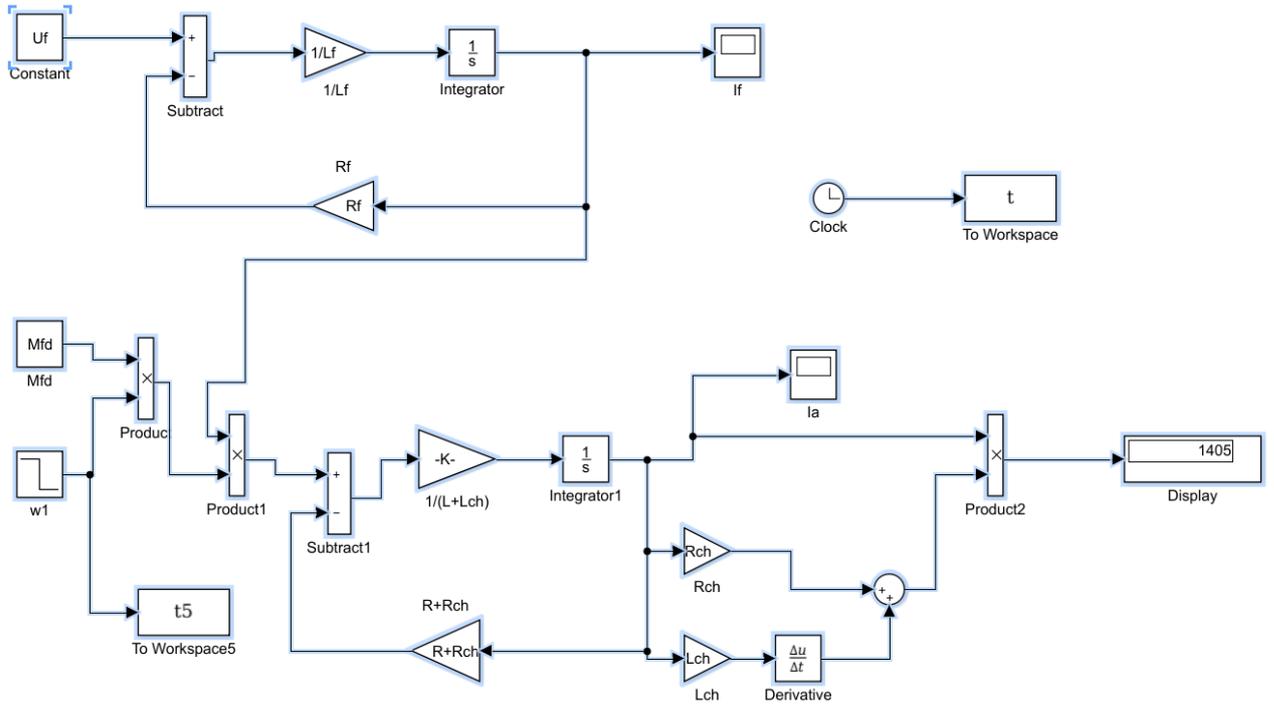


Figure (IV.12) : Schéma bloc de simulation de la GCC à excitation séparée

Les figures (IV.13) de la simulation montrent que :

Pour une tension d'excitation de 220V puis la génératrice est entraînée à une vitesse de 200 rd/s, le courant i_q , la tension de charge v et la puissance ont les valeurs : 16.5A, 150V et 2500 W. Lorsque la vitesse dégrade à 150 rd/s les valeurs précédentes deviennent : 12.6A, 11.2V et 1405W. Le débit de la génératrice est liée à sa vitesse d'entraînement.

paramètres de la machine : $U_f=220$; $R_f=880$; $L_f=55.366$; $M_{fd}=5.213$; $R=6.67$; $L=0.198$; $R_{ch}=8.8$; $L_{ch}=0.2$;

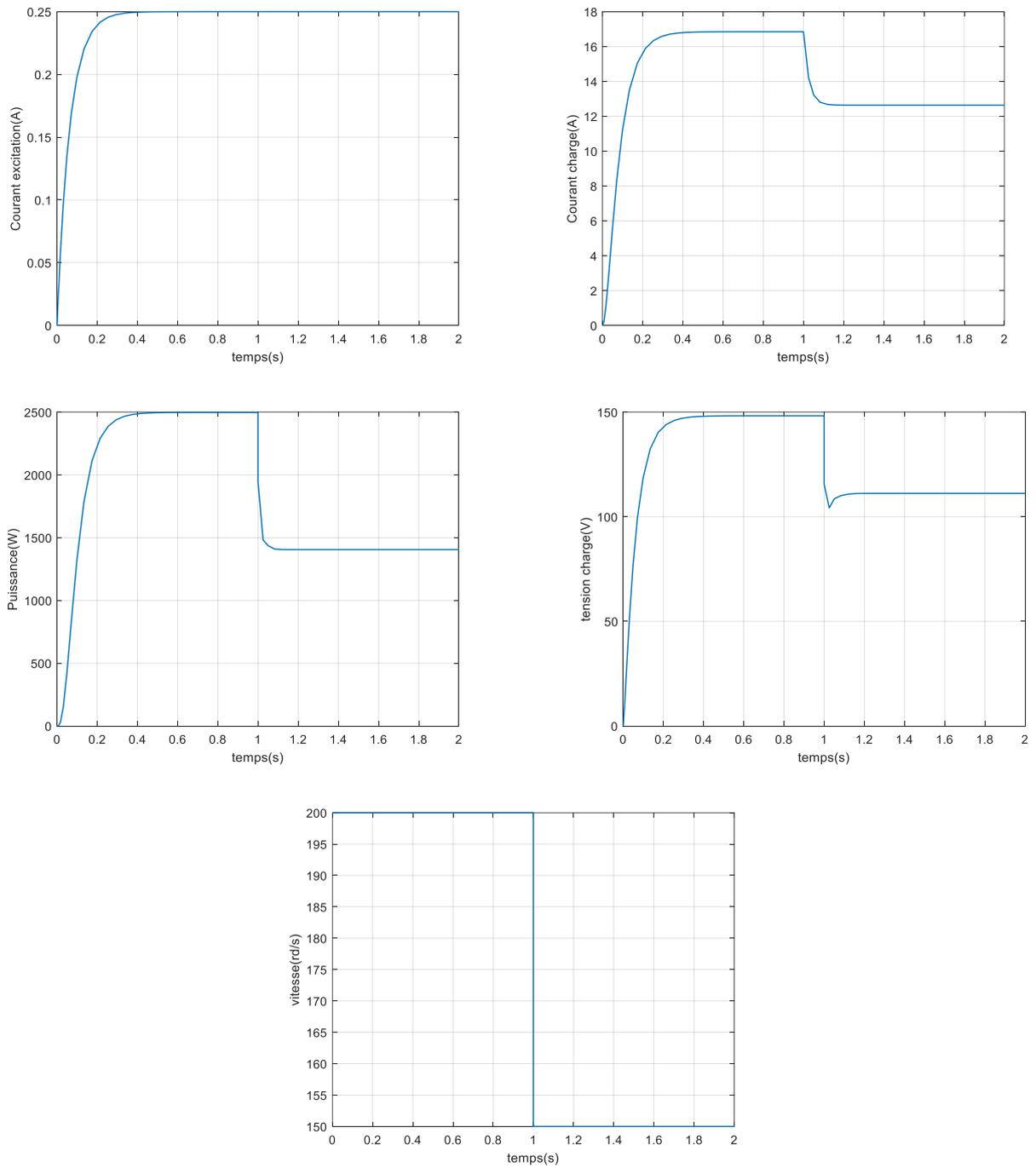


Figure (IV.13) : Résultats de simulation de la génératrice à excitation séparée

Exercice 1 : (Modélisation par représentation d'état)

Soit la fonction du MCC suivante : $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$, $e(t) = k_e \omega$,

$Ce = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega$, $Cr = 0$, $Ce = k_m \cdot i$, on admet que $k = k_e = k_m$

1/ Donner une représentation d'état en posant $x_1=i$ et $x_2=\omega$, entrée la tension u , la sortie la vitesse ω

2/ Donner une représentation d'état en posant $x_1=\omega$ et $x_2 = \frac{d\omega}{dt}$, entrée la tension u , la sortie la vitesse ω

3/ Donner une autre représentation en choisissant : $x_1=\theta$ et $x_2 = \omega = \frac{d\theta}{dt}$, $x_3 = i$
entrée la tension u , la sortie la position θ

Exercice N° 02 :

Soit la fonction de la MCC suivante : $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$, $e(t) = k_e \omega$,

$Ce = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega$, $Cr = 0$, $Ce = k_m \cdot i$, on admet que $k = k_e = k_m$

1/ Donner une représentation d'état en posant $x_1=\omega$ et $x_2 = \frac{d\omega}{dt}$, entrée la tension u , la sortie la vitesse ω

2/ Donner le schéma bloc de simulation pour la représentation demandée en fonction des paramètres de la MCC (R, L, J, f et k) en faisant apparaître l'entrée u et la sortie y .

Exercice d'application :

Donner un schéma de simulation pour un moteur shunt, dont les paramètres sont :

$R_f=880$; $R=6.67$; $L_f=55.366$; $L=0.198$ Mfd=5.123; $J=0.0398$; $p=2$;
 $L_a=0.1$; $R_a=1.4$; $v_f=v_a=220$ V.