

## **Chapitre III**

### **Modélisation et simulation des machines synchrones**

#### **I. Machine synchrone**

La machine synchrone est un convertisseur électromécanique réversible qui peut fonctionner soit en génératrice (alternateur), soit en moteur ;

- En génératrice : elle produit un courant électrique dont la fréquence est déterminée par la vitesse de rotation de la machine.
- En moteur : elle absorbe un courant électrique dont la fréquence détermine la vitesse de rotation de la machine.

#### **II. Constitution et Principe**

Ces machines comportent un induit et un inducteur ;

**II.1 Induit** : c'est le stator dans lequel est logé un enroulement à  $2p$  pôles réuni à la source fournissant les tensions et les courants de fréquence ( $f_s$ ).

**II.2 Inducteur** : c'est le rotor. Il sert à créer le champ magnétique qui va balayer les conducteurs de l'induit.

Ce champ peut être élaboré de différentes manières;

- A partir d'aimants permanents dans le cas de machines dont la puissance peut aller jusqu'à quelques dizaines de kilowatts.
- A partir de courants continus circulant dans l'enroulement inducteur reparté de façon à créer des pôles alternativement nord et sud. Ce sont les rotors bobinés qui peuvent être classés en deux catégories;

**a. Rotor à pôles lisses** : ce rotor concerne les machines à grandes vitesses périphériques du rotor. Dans ce cas ; le bobinage à courant continu est logé dans des encoches fraisées dans la masse cylindrique du rotor, figure (V.1a).

**b. Rotor à pôles saillants** : ce rotor est utilisé dans les machines à faibles vitesses périphériques du rotor. L'enroulement dans ce cas est identique à celui d'une machine à courant continu (électroaimant alimenté en continu). figure (V.1b).

#### **II.3 Principe du moteur synchrone**

Les courants de fréquence ( $f_s$ ) fournis par la source triphasée créent dans l'entrefer une force magnétomotrice tournant à la fréquence synchrone  $n_s$  définie par :  $n_s = f_s / p$  (tr/s).

Les pôles de cette *f.m.m.* tirent les pôles du rotor et font entrainer celui-ci à la vitesse synchrone.

D'où le nom du moteur synchrone donné à cette machine.

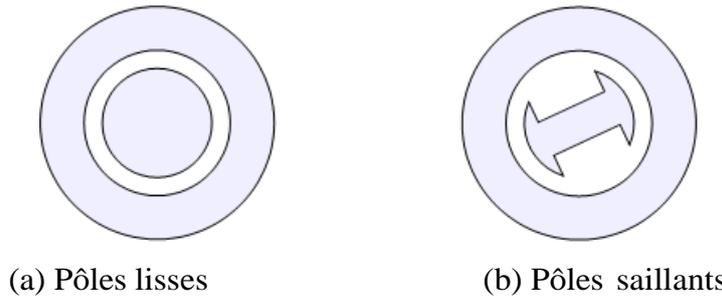


Figure (III.1) : vue de la structure simplifiée des machines à pôles lisses et à pôles saillants

### III. Modèle du moteur synchrone à pôle lisse à aimants permanents (MSAP)

les aimants sont implantés sur les surfaces latérales du cylindre rotorique. L'existence de l'aimant annule les tensions et les courants rotoriques, le rotor tourne avec la vitesse du synchronisme, pulsation des courants statoriques, donc le glissement est nul. Ce qui implique que l'équation des tensions rotoriques n'existe pas.

$$\bar{v}_r = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\varphi}_r}{dt} + j(\omega_s - \omega) \bar{\varphi}_r$$

$\uparrow$   $v_r=0$  ;  $\uparrow$   $i_r=0$  ;  $\uparrow$   $\varphi_r=\text{cte}$  (flux de l'aimant),  $\omega_s - \omega = 0$ ;

il ne reste que l'équation aux tensions du stator, en triphasé, figure (III.2) :

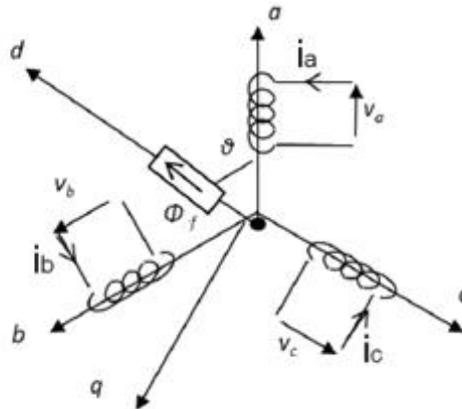


Figure (III.2) : MSAP dans le repère triphasé.

Les équations électriques :

$$\text{phase sa/ : } v_{sa} = R_s i_{sa} + \frac{d\varphi_{sa}}{dt} \tag{III.1}$$

$$\text{phase sb/ : } v_{sb} = R_s i_{sb} + \frac{d\varphi_{sb}}{dt} \tag{III.2}$$

$$\text{phase sc/ : } v_{sc} = R_s i_{sc} + \frac{d\varphi_{sc}}{dt} \tag{III.3}$$

En complexes ;

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega \bar{\varphi}_s \quad (\text{III.4})$$

les équations des flux :

le flux totalisé dans la phase (sa) du stator, en exploitant les résultats de la machine généralisée, est :

$$\bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + \bar{\varphi}_r \quad (\text{III.5})$$

$$\bar{\varphi}_r = \bar{\varphi}_f \quad (\text{III.6})$$

$\bar{\varphi}_f$  ; flux de l'aimant à une seule composante, selon la direction de l'axe "d", c.à.d. à composante imaginaire nulle.

$\varphi_{as}$ ,  $\varphi_{bs}$ ,  $\varphi_{cs}$  flux totalisés à travers les phases a, b et c du stator.

le flux totalisé dans la phase (sa) du stator est :

$$\varphi_{sa} = \varphi_{sap} + \varphi_{s/sa} + \varphi_{r/sa} \quad (\text{III.7})$$

avec :  $\varphi_{r/sa} = \varphi_f$

$$\begin{aligned} \varphi_{sa} &= \varphi_{sap} + \varphi_{s/sa} + \varphi_{r/sa} = l_s i_{sa} + M_s(i_{sb} + i_{sc}) + \varphi_f = l_s i_{sa} - M_s i_{sa} + \varphi_f = (l_s - \\ &M_s) i_{sa} + \varphi_f = L_s i_s + \varphi_f \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

de même pour les autres phases.

le couple électromagnétique :

$$C_{em} = k \cdot p \Im m(\bar{i}_s \cdot \bar{\varphi}_s^*) = kp i_{sq} \cdot \varphi_f \quad ; \text{ identique à celui d'une MCC à flux constant.}$$

l'équation mécanique est :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_v \Omega \quad (\text{III -9})$$

### III.1 Modèle vectoriel de la MSAP à pôle lisse

Par intégration du flux :

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega_s \bar{\varphi}_s \quad (\text{III.10})$$

$$\bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + \bar{\varphi}_r \Rightarrow \bar{i}_s = \frac{\bar{\varphi}_s - \bar{\varphi}_r}{L_s}$$

$$\frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} = \bar{v}_s - R_s \bar{i}_s - j\omega \bar{\varphi}_s = \bar{v}_s - \frac{R_s}{L_s} (\bar{\varphi}_s - \bar{\varphi}_r) - j\omega \bar{\varphi}_s$$

Par intégration du courant :

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega \bar{\varphi}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d(L_s \bar{i}_s + \bar{\varphi}_r)}{dt} + j\omega (L_s \bar{i}_s + \bar{\varphi}_r)$$

$$\frac{d\bar{i}_s}{dt} = \frac{1}{L_s} [\bar{v}_s - R_s \bar{i}_s - jp\Omega L_s - jp\Omega \varphi_f] \quad (\text{III.11})$$

### III.2 Modèle de la MSAP lisse en (d,q) :

Par intégration du flux :

$$\frac{d\varphi_{sd}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}(\varphi_{sd} - \varphi_f) + \omega\varphi_{sq} + v_{sd} \quad (\text{III.12})$$

$$\frac{d\varphi_{sq}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}\varphi_{sq} - \omega\varphi_{sd} + v_{sq} \quad (\text{III.13})$$

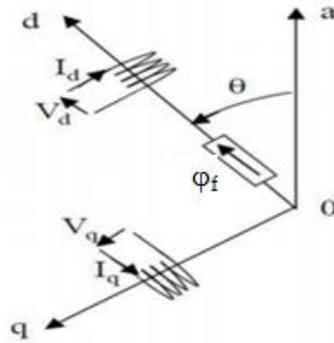


Figure (III.3) : MSAP sur (d,q)

sous forma matricielle :

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_{sd} \\ \dot{\varphi}_{sq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \frac{p\Omega}{L_s} \\ -\frac{p\Omega}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{p\Omega}{L_s} \end{pmatrix} \varphi_f \quad (\text{III.14})$$

Par intégration du courant :

$$\frac{di_{sd}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}i_{sd} - p\Omega i_{sq} + \frac{1}{L_s}v_{sd} \quad (\text{III.15})$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}i_{sq} - p\Omega i_{sd} + \frac{1}{L_s}v_{sq} - \frac{p\Omega}{L_s}\varphi_f \quad (\text{III.16})$$

sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & -p\Omega \\ -p\Omega & -\frac{R_s}{L_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{p\Omega}{L_s} \end{pmatrix} \varphi_f \quad (\text{III.17})$$

### III.3 Modèle vectoriel de la MSAP à pôle saillant :

L'entrefer dans cette machine n'est pas uniforme. Pour :

selon le théorème d'Ampère :  $H.e = Ni$  ;

$$\varphi = B.S ; B = \mu_0.H$$

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{\varphi}{\mu_0.S} \Rightarrow \frac{\varphi}{\mu_0.S} . e = Ni \Rightarrow \varphi = \frac{Ni\mu_0.S}{e}$$

L'inductance propre d'une bobine de N spires traversée par

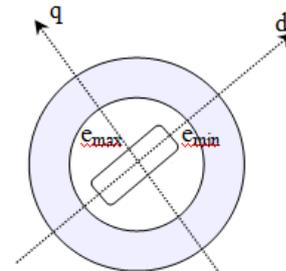


figure (III.4) : MSAP à PS

le courant  $I$  et crée le flux  $\varphi$ :

$$L_{p/Bobine} = \frac{N\varphi}{i} = \frac{N Ni\mu_0 \cdot S}{i e} \sim \frac{1}{e}$$

Donc, pour :  $e=e_{\max} \rightarrow L_q$  et  $e=e_{\min} \rightarrow L_d$ , alors :  $L_d > L_q$  pour  $L_d = L_q$  c'est le pôle lisse.

l'équation du flux du stator :

$\bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + \bar{\varphi}_f$  ; par projection sur les deux axes (d,q) :

$$\begin{pmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varphi_f \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.18})$$

l'équation au tension du stator c'est toujours :  $\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega \bar{\varphi}_s$

Par intégration du flux et la projection sur (d,q) :

$$\frac{d\varphi_{sd}}{dt} = -R_s i_{sd} + p\Omega \varphi_{sq} + v_{sd} \quad (\text{III.19})$$

$$\frac{d\varphi_{sq}}{dt} = -R_s i_{sq} - p\Omega \varphi_{sd} + v_{sq} \quad (\text{III.20})$$

$$\text{avec : } i_{sd} = \frac{\varphi_{sd} - \varphi_f}{L_d}$$

le Couple électromagnétique :

$$C_{em} = k \cdot p \Im m(\bar{i}_s \cdot \bar{\varphi}_s^*) = kp[(L_d - L_q)i_{sd} \cdot i_{sq} + \varphi_f i_{sq}]$$

si  $L_d=L_q \Rightarrow C_{em} = kp[\varphi_f i_{sq}]$  ; MSAP à pôle lisse.

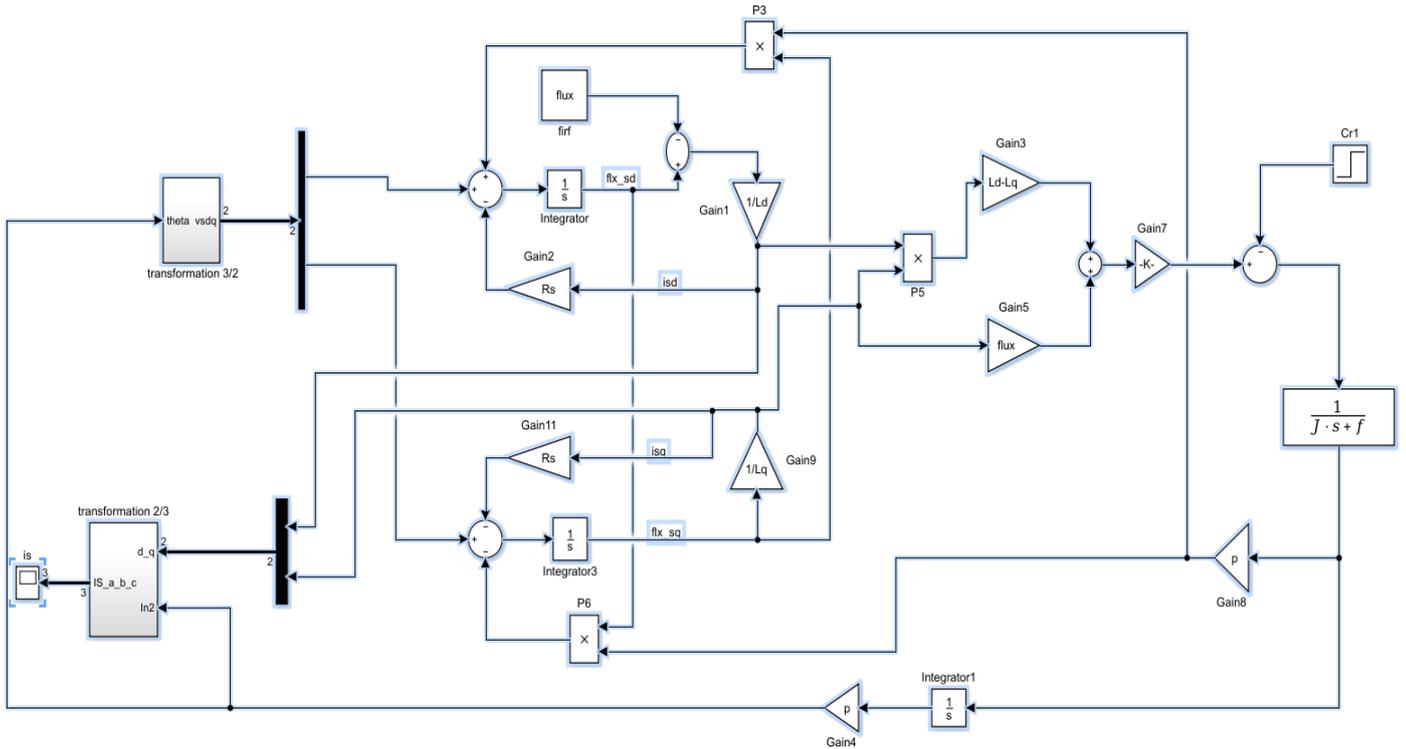
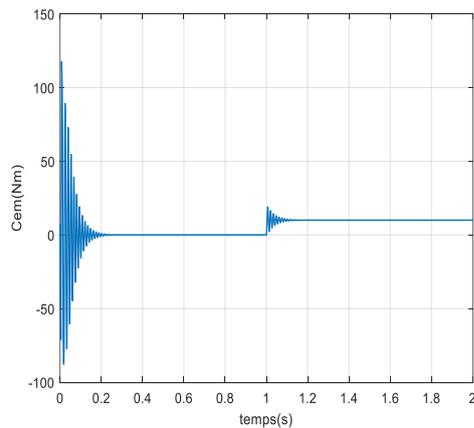
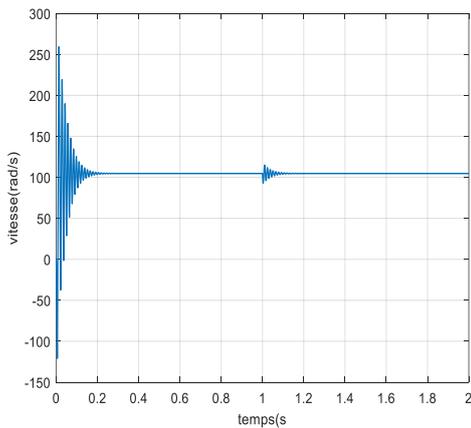


figure (III.5) : Modèle de la MSAP à pôle saillant sur Simulink en (d,q), modèle flux.

### III.4 Simulation et Résultats :

La simulation est effectuée par Simulink, en choisissant Range Kutta d'ordre 4 comme outils de solution. Les principales grandeurs sont présentées ci-dessous. La vitesse, le couple électromagnétique, les flux et les courants ainsi que les tensions d'alimentation. Des fortes oscillations au démarrage qui sont dues à l'inertie de la machine.



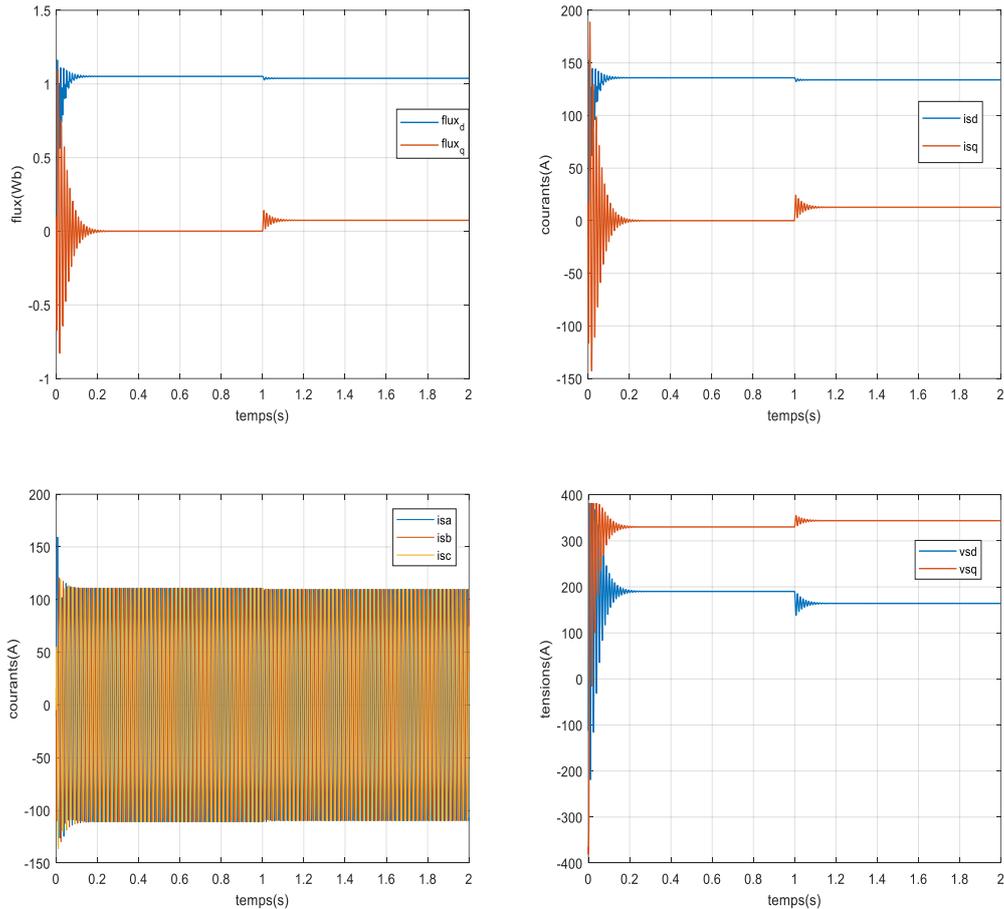


Figure (III.6) : Résultats de simulation.

#### IV. Modélisation du moteur synchrone à inducteur

Deux types de configurations existant avec amortisseurs et sans amortisseurs.

##### IV .1 Avec amortisseurs

C'est une machine qui son rotor a des barres de cuivre logées dans des encoches court-circuitées dont les flux qui y sont générés lors les transitoires constituent un amortisseur électromagnétique s'opposant à toute variation rapide du flux à travers le rotor et offrant une certaine stabilité à la machine. En veillant à garder la machine synchrone à son synchronisme, la figure (III.7) schématise le MS avec amortisseurs.

les équations vectorielles décrivant ce modèle sont :

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega \bar{\varphi}_s \quad (III.21)$$

$$\bar{v}_f = R_f \bar{i}_f + \frac{d\bar{\varphi}_f}{dt} \quad (III.22)$$

$$\bar{v}_k = R_k \bar{i}_k + \frac{d\bar{\varphi}_k}{dt} \quad (III.23)$$

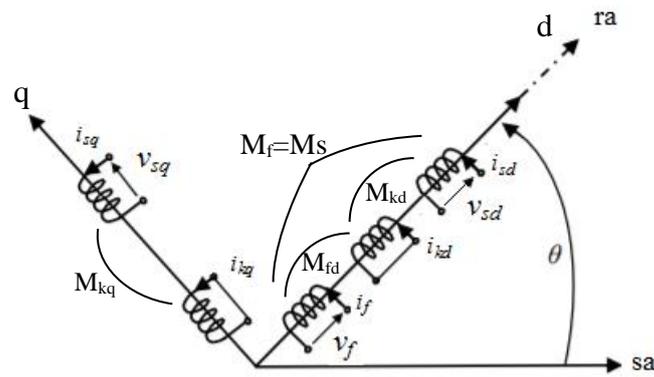


figure (III.7) : Disposition des enroulements MS avec amortisseurs.

les équation des flux sont :

$$\bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + M_f \bar{i}_f + M_k \bar{i}_k \quad (\text{III.24})$$

$$\bar{\varphi}_f = L_f \bar{i}_f + M_s \bar{i}_s + M_k \bar{i}_k \quad (\text{III.25})$$

$$\bar{\varphi}_k = L_k \bar{i}_k + M_f \bar{i}_f + M_s \bar{i}_s \quad (\text{III.26})$$

les équations aux tensions sous forme matricielle :

$$[v] = [R][I] + \frac{d[\varphi]}{dt} + [J][Q][\varphi]\omega \quad (\text{V.27})$$

$$[v] = [v_{sd} \quad v_{sq} \quad v_f \quad 0 \quad 0]^t$$

$$[R] = \text{diag}[R_s \quad R_s \quad R_f \quad R_{kd} \quad R_{kq}]$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} [I]_{2 \times 2} & [0]_{3 \times 2} \\ [0]_{3 \times 2} & [0]_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

$[I]_{2 \times 2}$  : matrice identité d'ordre 2.

$[0]_{i \times j}$  : matrice zéro d'ordre  $i \times j$ .

$$[J] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} : \text{matrice de rotation de Park } P\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

les équations aux flux sous forme matricielle:

$$[\Phi] = [L][I] \quad (III.28)$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \\ \varphi_f \\ \varphi_{kd} \\ \varphi_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sd} & 0 & M_f & M_{kd} & 0 \\ 0 & L_{sq} & 0 & 0 & M_{kq} \\ M_f & 0 & L_f & M_{kd} & 0 \\ M_{kd} & 0 & M_{fd} & L_{kd} & 0 \\ 0 & M_{kq} & 0 & 0 & L_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix} \quad (III.29)$$

$$\begin{bmatrix} L_{sd} & 0 & M_f & M_{kd} & 0 \\ 0 & L_{sq} & 0 & 0 & M_{kq} \\ M_f & 0 & L_f & M_{kd} & 0 \\ M_{kd} & 0 & M_{fd} & L_{kd} & 0 \\ 0 & M_{kq} & 0 & 0 & L_{kq} \end{bmatrix}; \text{ matrice des inductances.}$$

$$[I] = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_f \quad i_{kd} \quad i_{kq}]^t; \text{ matrice des courants.}$$

$$[\Phi] = [\varphi_{sd} \quad \varphi_{sq} \quad \varphi_f \quad \varphi_{kd} \quad \varphi_{kq}]^t; \text{ matrice des flux.}$$

en remplaçant (V.28) dans (V.27), on aura :

$$[L] \frac{d[I]}{dt} = -[R][I] - [J][Q][L][I]\omega + [v] \quad (III.30)$$

$$\frac{d[I]}{dt} = [L]^{-1}(-[R][I] - [J][Q][L][I]\omega + [v]) \quad (III.31)$$

le schéma bloc de simulation sous Simulink interprétant l'équation (V.31) est donné par la figure (V.8).

sur la figure  $D = [J][Q][L]$

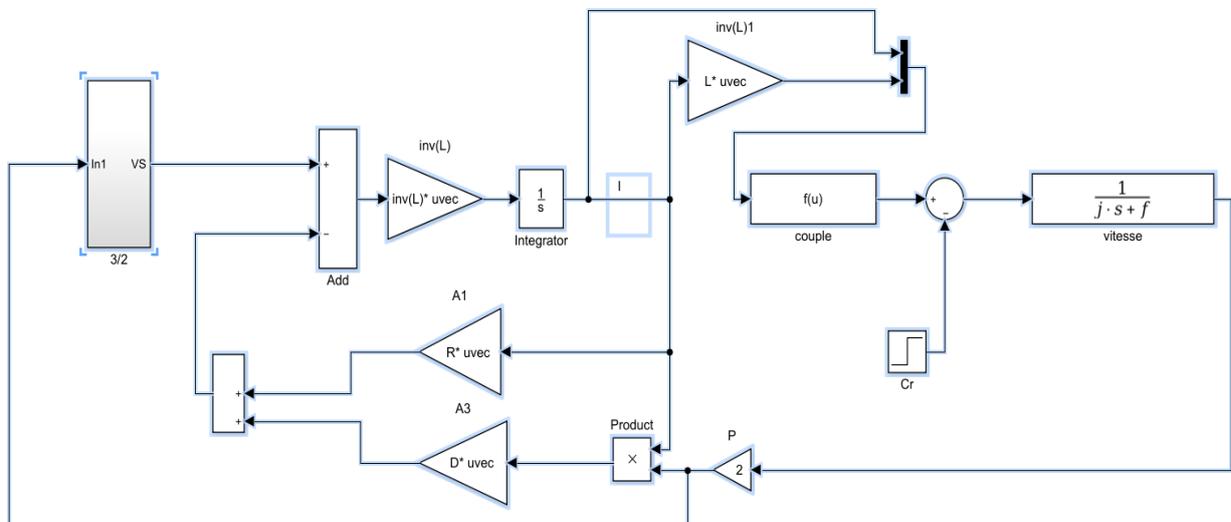


figure (III.8) : Modèle de la MSRB avec amortisseur.

## IV.2 Sans amortisseurs

le modèle peut être déduit directement du modèle précédent en éliminant les équations des amortisseurs. selon la figure (III.9) les équations aux tensions sont:

$$\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega \bar{\varphi}_s \quad (\text{III.32})$$

$$\bar{v}_f = R_f \bar{i}_f + \frac{d\bar{\varphi}_f}{dt} \quad (\text{III.33})$$

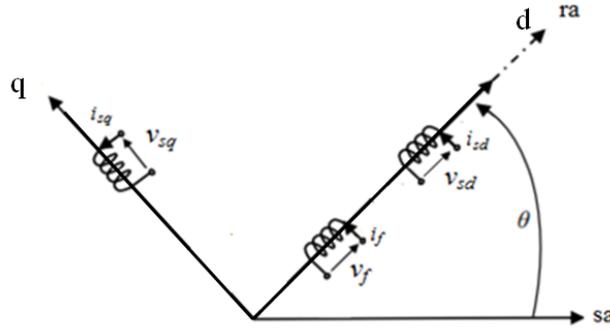


figure (III.9) : Disposition des enroulements MS sans amortisseurs.

les équations des flux sont :

$$\bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + M_f \bar{i}_f \quad (\text{III.34})$$

$$\bar{\varphi}_f = L_f \bar{i}_f + M_s \bar{i}_s \quad (\text{V.35})$$

les équations aux tensions sous forme matricielle :

$$[v] = [R][I] + \frac{d[\varphi]}{dt} + [J][Q][\Phi]\omega \quad (\text{V.36})$$

$$[v] = [v_{sd} \quad v_{sq} \quad v_f]^t$$

$$[R] = \text{diag}[R_s \quad R_s \quad R_f]$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} [I]_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$[I]_{2 \times 2}$  : matrice identité d'ordre 2.

$[0]_{i \times j}$  : matrice zéro d'ordre  $i \times j$ .

$$[J] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} : \text{matrice de rotation de Park } P\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

les équations aux flux sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sd} \\ \varphi_{sq} \\ \varphi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sd} & 0 & M_f \\ 0 & L_{sq} & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} \quad (\text{III.37})$$

$$\begin{bmatrix} L_{sd} & 0 & M_f \\ 0 & L_{sq} & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix}; \text{matrice des inductances.}$$

$$[I] = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_f]^t; \text{matrice des courants.}$$

$$[\Phi] = [\varphi_{sd} \quad \varphi_{sq} \quad \varphi_f]^t; \text{matrice des flux.}$$

De même en remplaçant (V.28) dans (V.36), on aura :

$$[L] \frac{d[I]}{dt} = -[R][I] - [J][Q][L][I]\omega + [v] \quad (\text{III.38})$$

$$\frac{d[I]}{dt} = [L]^{-1}(-[R][I] - [J][Q][L][I]\omega + [v]) \quad (\text{III.39})$$

le schéma de simulation est identique au schéma de la figure (V.8) avec les matrices d'ordre  $3 \times 3$ .

### V. Modélisation de la génératrice synchrone sans amortisseurs

Pour la génératrice le sens du courant est inversé, alors :

$$-\bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega \bar{\varphi}_s \quad (\text{III.40})$$

$$\bar{v}_f = R_f \bar{i}_f + \frac{d\bar{\varphi}_f}{dt} \quad (\text{III.41})$$

$$\bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + M_f \bar{i}_f \quad (\text{III.42})$$

$$\bar{\varphi}_f = L_f \bar{i}_f + M_s \bar{i}_s \quad (\text{III.43})$$

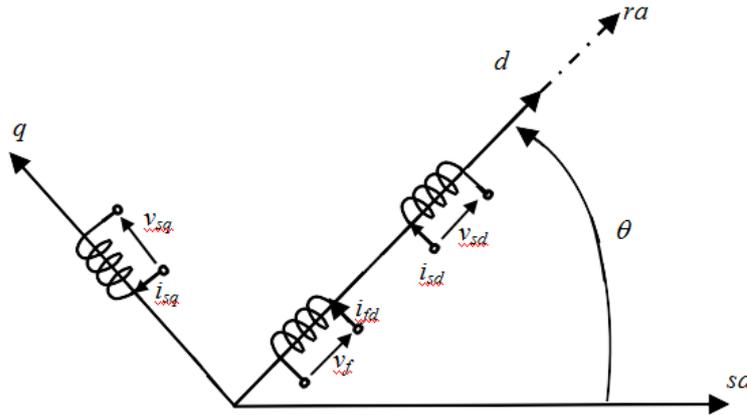


Figure (V.10) : Génératrice synchrone sans amortisseurs en plan (d,q).

projetons les équations des tensions et les flux sur les axes (d,q) :

$$v_{sd} = -R_s i_{sd} - \frac{d\varphi_{sd}}{dt} + \omega \varphi_{sq} \quad (\text{III.44})$$

$$v_{sq} = -R_s i_{sq} - \frac{d\varphi_{sq}}{dt} - \omega \varphi_{sd} \quad (\text{III.45})$$

$$v_f = +R_f i_f + \frac{d\varphi_f}{dt} \quad (\text{III.46})$$

Les flux :

$$\varphi_{sd} = L_{sd}i_{sd} + M_f i_f \quad (\text{III.47})$$

$$\varphi_{sq} = L_{sq}i_{sq} \quad (\text{III.48})$$

$$\varphi_f = L_f i_f + M_f i_{sd} \quad (\text{III.49})$$

en remplaçant les flux dans les équations électriques, il vient sous forme matricielle et après réarrangement des équations;

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & \omega L_{sq} & 0 \\ -\omega L_{sd} & -R_s & -\omega M_f \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_{sd} & 0 & -M_f \\ 0 & -L_{sq} & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} \quad (\text{III.50})$$

Ce modèle dans le cas où la machine est à vide. Si elle débite sur une charge (RL), les tensions (V.50) deviennent :

$$\begin{cases} v_{sd} = R_{ch}i_{sd} + L_{ch} \frac{di_{sd}}{dt} \\ v_{sq} = R_{ch}i_{sq} + L_{ch} \frac{di_{sq}}{dt} \end{cases} \quad (\text{III.51})$$

En remplaçant (V.51) dans (V.50) et après réarrangement, on obtient le système suivant :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(R_s + R_{ch}) & \omega L_{sq} & 0 \\ -\omega L_{sd} & -(R_s + R_{ch}) & -\omega M_f \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(L_{sd} + L_{ch}) & 0 & -M_f \\ 0 & -(L_{sd} + L_{ch}) & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} \quad (\text{III.52})$$

Pour intégrer les courants, le système (V.52) devient :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(L_{sd} + L_{ch}) & 0 & -M_f \\ 0 & -(L_{sd} + L_{ch}) & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -(R_s + R_{ch}) & \omega L_{sq} & 0 \\ -\omega L_{sd} & -(R_s + R_{ch}) & -\omega M_f \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} \right) \quad (\text{III.53})$$

Le système (V.53) est de la forme :

$$\frac{dX}{dt} = AX \cdot BU$$

$$\text{avec ; } [A] = -[L]^{-1}[Z] \quad \text{et} \quad [B] = [L]^{-1}$$

$$[X] = [i_{sd} \ i_{sq} \ i_f]^t ; [v] = [0 \ 0 \ v_f]^t ;$$

$$[Z] = [R_1 + \omega R_2] = \begin{bmatrix} -(R_s + R_{ch}) & 0 & 0 \\ 0 & -(R_s + R_{ch}) & 0 \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & \omega L_{sq} & 0 \\ -L_{sd} & 0 & -M_f \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[L]^{-1} = \begin{bmatrix} -(L_{sd} + L_{ch}) & 0 & -M_f \\ 0 & -(L_{sd} + L_{ch}) & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix}^{-1}$$

Le couple électromagnétiques est :

$$C_{em} = \frac{3}{2}p((L_{sd} - L_{sq})i_{sd}i_{sq} + M_f i_f i_{sq}) \tag{III.54}$$

Le schéma bloc de simulation par Simulink de cette génératrice est représenté par la figure (III.11).

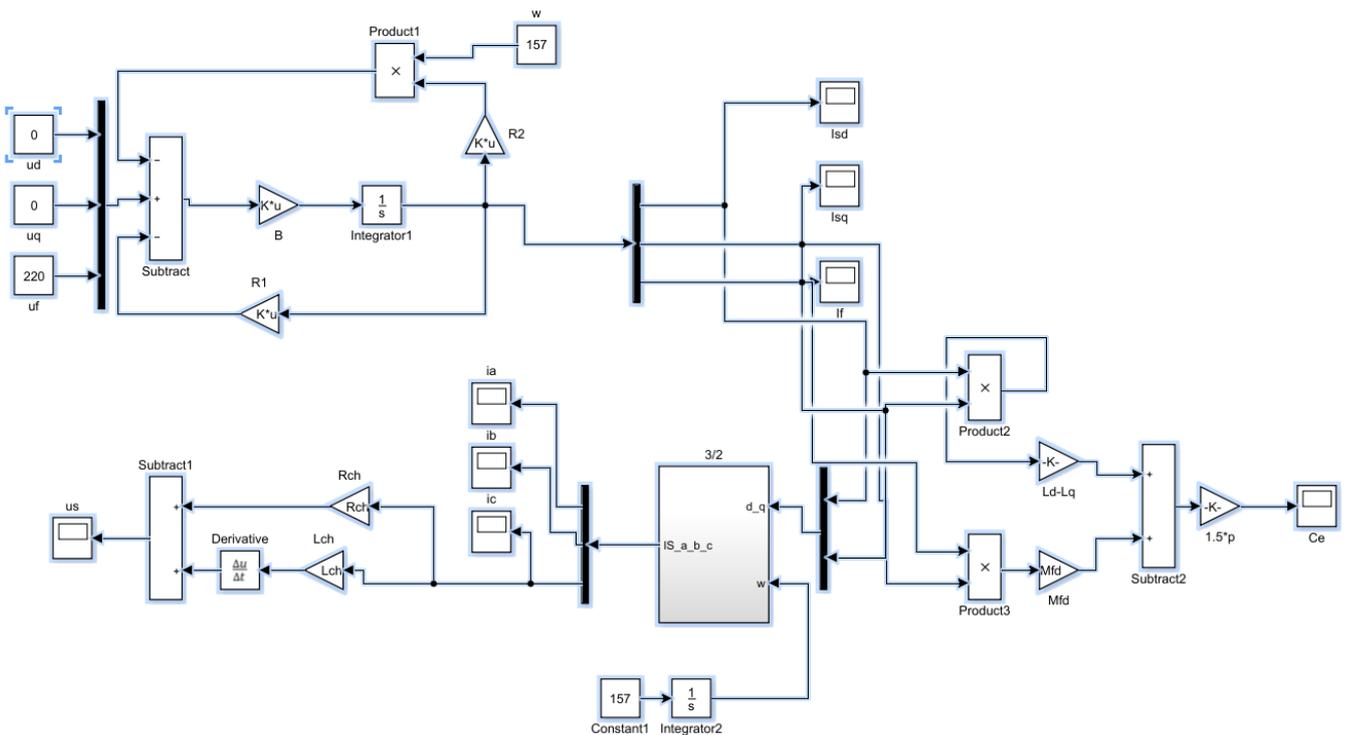


figure (III.11) : Modèle de la génératrice synchrone à rotor bobiné sans amortisseur.

Les graphes de la figure (III.12) sont obtenus pour une vitesse d'entraînement de 157 rad/s et une tension d'excitation de 220V. La machine est entraînée à un couple négative et elle délivre un courant sinusoïdale de valeur maximale de 1.72A et une tension de charge avec une valeur maximale de 86,3 V. Le courant d'excitation if= 0.35A.

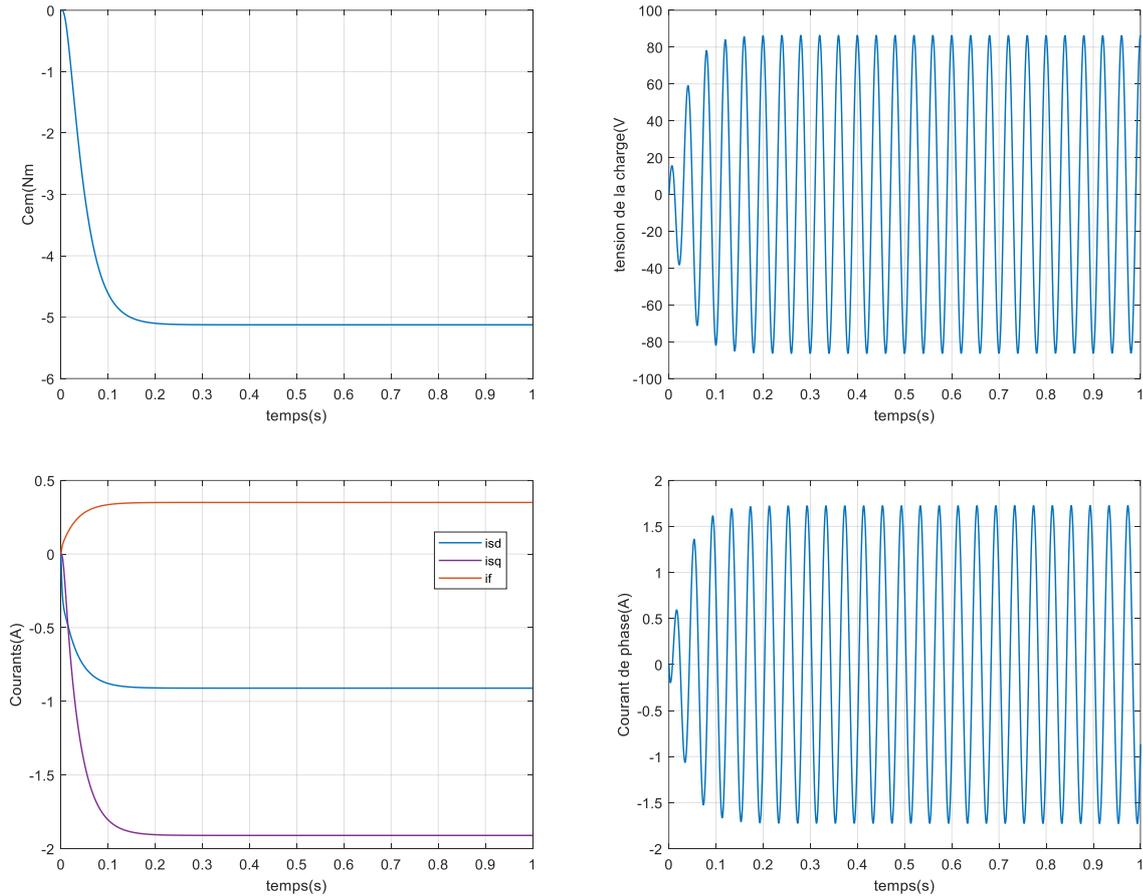


Figure (III.12) : Résultats de simulation de la génératrice synchrone à pôles saillants en charge, sans amortisseurs.

Paramètres de la machine simulée :

$R_s=9.9$ ;  $L_f=29$ ;  $L_d=0.74$ ;  $L_q=0.1818$ ;  $R_f=628$ ;  $R_{ch}=50$ ;  $L_{ch}=0.0006$ ;  
 $M_{fd}=4.003$ ;  $p=2$ ;  $J=0.001$ ;

```
L=[Ld+Lch 0 Mfd;
    0 Lq+Lch 0;
    Mfd 0 Lf];
```

```
B=inv(L);
```

```
R1=[Rs+Rch 0 0;
    0 Rs+Rch 0;
    0 0 Rf];
```

```
R2=[0 -Lq 0;
    Ld 0 Mfd;
    0 0 0];
```

**Application 1 :** Donner le schéma bloc de la MSAP à pôle lisse par intégration des courants.

**Application 2 :** Donner le schéma bloc de la MSRB sans amortisseur.