الفصل الرابع: التحريك: *La dynamique*

IV-1 مقدمة:

إن التحريك أو الديناميك كلمة إغريقية « dynamis » تعني الاستطاعة و القوة . فالديناميك جزء من الميكانيك الذي يهتم بدراسة الأسباب التي تؤدي إلى حركة الأجسام في الطبيعة. في القديم اهتم علماء كثيرين بدراسة الحركة خاصة دراسة حركة الكواكب أي كانوا مولوعين بعلم الفلك. و قد توصلوا و استنتجوا قوانين الحركة, من أشهرهم: من العلماء العرب و المسلمين نجد: الزرقائي و زكريا الرازي و ألمبيك. و من الغرب نجد العلماء: كبلر و قاليلي و تيكو براهي (**Kepller, Galilei et Thyco Brahé**). ثم جاء بعدهم العالم الانجليزي إسحاق نيوتن (**Isaac Newton**) فصاغ هذه القوانين في مبادئ سميت باسمه و ذلك بإدخال مفهوم القوة. هذه المبادئ أو القوانين لا يمكن البرهنة عليها رياضيا و لكن توافقها الدائم مع نتائج التجارب يجعلنا نسلم بها.

IV -2 قوانين التحريك (قوانين نيوتن):

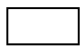
2-1 **القانون الأول: مبدأ العطالة** *(Principe de l'inertie)*: يعتبر غاليلي أول من اقترح هذا المبدأ والذي صاغه نيوتن في نص المبدأ الأول كما يلي:

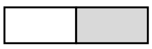
" **تحافظ النقطة المادية المعزولة (الحرة) على حالها من: سكون أو حركة مستقيمة منتظمة ما لم تؤثر عليها قوة خارجية تضطرها إلى تغيير هذه الحالة".**

من هذا القانون تم استنتاج تعريف **النقطة (الجملة) المادية المعزولة** *(le point (le système) matériel isolé)*

" نقول عن نقطة مادية أنها معزولة إذا كانت لا تؤثر عليها أية قوة خارجية أو بعيد جدا عن النقاط الأخرى (أو مجموع القوى المطبقة عليها معدوم)**"**.

مثال:



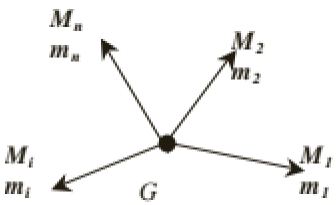


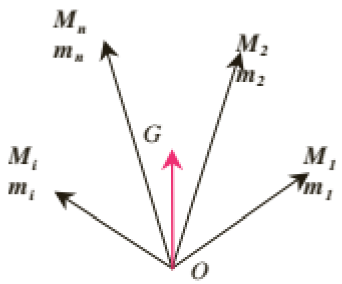
A : كتلة معزولة　　　C و B : غير معزولة　　　(B+C): جملة معزولة.

الجملة شبه المعزولة: محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجملة معدومة (و كأن الجملة معزولة).

مركز العطالة:

مركز العطالة للجملة المادية أو مركز الثقل يوافق مركز الثقل للنقاط المادية في كتلها. يرمز له ب ***I*** نسبة إلى ***Inertie*** أو ***G*** نسبة إلى ***Gravitation*** .





من أجل جملة مادية تحتوي على n نقطة مادية $M_1, M_2 .... M_i ... M_n$ ذات كتلة على الترتيب $m_1, m_2 ....$

$m_n .. m_i$ (الشكل أعلاه) ، نحسب مركز الثقل بالعلاقة :

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$$

يمكن تعين هذه النقطة بالنسبة لمبدأ O. باستعمال علاقة شال نحصل على:

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0} \Rightarrow \sum_{i=1}^{i=n} m_i (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OM_i}) = \vec{0}$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GO} + \sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{OM_i} = \vec{0}$$

$$-\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GO} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{OM_i}$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{OM_i}}{\sum_{i=1}^{i=n} m_i}$$

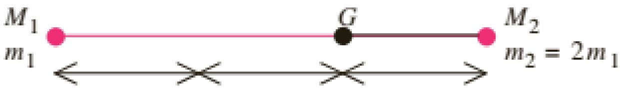
$$m = \sum_{i=1}^{i=n} m_i$$

مثال:

إيجاد مركز العطالة لجملة كتلتين m_1 عند M_1 و $m_2=2\,m_1$ عند M_2 حيث: $M_1 M_2=d=6cm$.

باستعمال العلاقة $\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$ نكتب:

$$m_1\overrightarrow{GM_1} + m_2\overrightarrow{GM_2} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GM_1} = \frac{m_2}{m_1}\overrightarrow{GM_2} = -2\overrightarrow{GM_2}$$



بالتعويض بالطويلة نجد:

$$\left\|\overrightarrow{GM_1}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{GM_2}\right\| \Rightarrow GM_1 = 2GM_2$$

لايجاد المجهولين GM_1 و GM_2 نحتاج معادلة ثانية (مجهولين : معادلتين):

$$GM_1 + GM_2 = d$$

بالتعويض نجد:

$$2GM_2 + GM_2 = d$$
$$3GM_2 = d$$

$$GM_2 = \frac{d}{3} = 2cm$$

$$GM_1 = 2GM_2 = \frac{2d}{3} = 4cm$$

يتوضع مركز العطالة بين الكتلتين، جهة الكتلة الأكبر، نسبة المسافات مساوية لعكس نسبة الكتل.

2-2 <u>القانون الثاني: المبدأ الأساسي للتحريك (م.أ.ت):</u> *Le Principe Fondamental de la Dynamique (P.F.D)*

نعرف مقدار فيزيائي جديد يربط كتلة النقطة المادية و سرعتها يطلق عليه اسم **<u>كمية الحركة</u>**:

(la quantité de mouvement) يرمز له بالرمز $\vec{P}$ حيث:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

وحدته في النظام الدولي هي : ***kg.m.s^{-1}***

نحصل على شعاع كمية الحركة لجملة مادية متكونة من n كتلة m_i عند النقاط M_i و تتحرك بالسرعة $\vec{v}_i$ في معلم معطى، بجمع أشعة كمية الحركة:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i\vec{v}_i = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{p}_i$$

باعتبار الكتل ثابتة مع الزمن، يمكن كتابة العلاقة السابقة بالشكل:

$$\vec{P}=\sum_{i=1}^{i=n} m_i \frac{d\overrightarrow{OM_i}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{OM_i}\right)$$

$$\vec{P}=\frac{d}{dt}\left(m\overrightarrow{OG}\right)=m\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}=m\vec{v}_G$$

- **شعاع كمية الحركة لجملة مادية يساوي شعاع كمية الحركة لنقطة مادية وهمية توافق مركز العطالة للجملة حيث ترتكز فيها الكتلة الكلية للجملة.**

نص القانون الثاني:

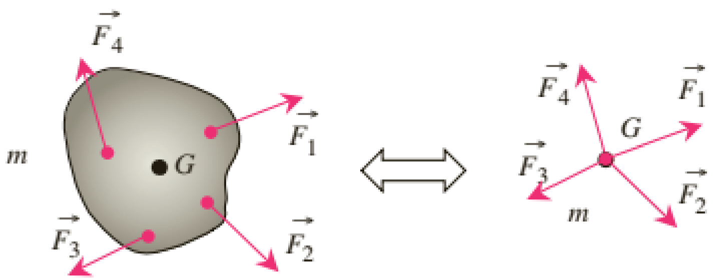
" إن تغير كمية حركة نقطة مادية بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المسببة لهذا التغيير"

$$\sum \vec{F}_{ext}=\frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\sum \vec{F}_{ext}=m\frac{d\vec{v}_G}{dt}=m\vec{\gamma}_G$$

ملاحظات:

- مهما كانت الجملة المدروسة، فهذا يؤول لدراسة نقطة مادية توافق مركز العطالة.



- هذا القانون يوضح الارتباط بين القانون الأول و الثاني حيث إذا كانت لا تؤثر على النقطة المادية أية قوة خارجية أي:

$$\vec{F}=\vec{0}$$

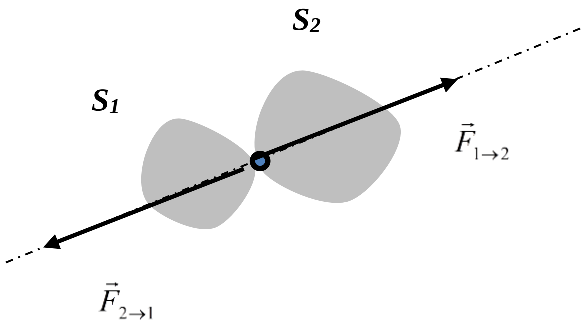
فإن $\vec{\gamma}=\vec{0}$ و منه :

- النقطة المادية ساكنة
- تتحرك حركة مستقيمة منتظمة

أي النقطة المادية عطالية.

2-3 **القانون الثالث: مبدأ الفعل و رد الفعل** ***Principe de l'action et de la réaction***: نص هذا القانون هو:

"من أجل جملة معزولة مكونة من جسمين: S_1 و S_2 في حالة تأثير متبادل فيما بينهما سواء كان عن بعد أو بالتلامس فإن القوة التي يطبقها الجسم S_1 على الجسم S_2 تساوي و تعاكس القوة التي يطبقها الجسم S_2 على الجسم S_1."



$\vec{F}_{1\to2}$: القوة التي يؤثر بها الجسم 1 على الجسم 2

$\vec{F}_{2\to1}$: القوة التي يؤثر بها الجسم 2 على الجسم 1

حيث: $\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$

إنحفاظ كمية الحركة ***conservation de la quantité de mouvement***:

لتكن $\vec{P}_1$ كمية الحركة للجسم الأول و $\vec{P}_2$ كمية الحركة للجسم الثاني فإن:

$$\vec{F}_{12} = \frac{d\vec{P}_2}{dt}$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{P}_1}{dt}$$

حسب مبدأ الفعل و رد الفعلّ:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$\frac{d\vec{P}_2}{dt} = -\frac{d\vec{P}_1}{dt} \Rightarrow \frac{d(\vec{P}_1 + \vec{P}_2)}{dt} = 0$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \overrightarrow{cte}$$

"كمية الحركة الكلية لجملة معزولة هي شعاع ثابت أي يبقى محفوظ خلال الزمن"

نقول أيضا أن كمية الحركة مصانة: ما يفقده أحد الجسمين يكتسبه الأخر

IV – 3 المعالم العطالية أو القاليلية:

إن قوانين نيوتن لا تطبق في كل المعالم, حيث تفقد محتواها و معناها إن لم نحدد المعالم التي تتحقق فيها. تسمى هذه المعالم بالمعالم العطالية أو القاليلية نسبة إلى العلم الإيطالي قاليلي قاليليو و الذي يعود إليه الفضل في اكتشاف مبدأ العطالة. و يعرف المعلم العطالي بأنه كل معلم ثابت أو يتحرك حركة مستقيمة منتظمة. و من بين المعالم العطالية نجد:

*__المعلم الفلكي__ *(Copernic)*: هو معلم مركزه متصل بالشمس و محاوره موجهة ناحية ثلاث نجوم. يقدر تسارع الشمس و الناتج عن دورانها حول نفسها ب $3\times10^{-10}m/s^2$ و هي قيمة صغيرة جدا بالإمكان إهمالها. أي يصبح تسارع الشمس معدوم و بالتالي يمكن اعتبار معلم كوبرنيك معلما عطاليا.

*__المعلم المتصل بالأرض__: لا تعتبر المعالم المتصلة بالأرض معالم عطالية بالمعنى الدقيق. حيث يقدر تسارع الأرض و الناتج عن دورانها حول نفسها ب $3\times10^{-2}m/s^2$ بينما تسارعها الناتج عن دورانها حول الشمس فيقدر ب $6\times10^{-3}m/s^2$. و هذين التسارعين كبيرين مقارنة بتسارع الشمس. و لكن و نظرا لكون كل الدراسات تتم على سطح الأرض و لتسهيلها فإننا نهمل هذين التسارعين و نعتبر المعالم المتصلة بالأرض معالم عطالية.

IV – 4 دراسة بعض أنواع القوى:

تتغير حالة الجسم من حركة أو سكون بالتأثير عليه بقوى خارجية تؤدي لتغير سرعته وتسارعه، وقد تسبب له تشوها مؤقتا أو دائما. تمثل القوة بشعاع مرفق بنقطة توافق نقطة التأثير.

تطبيق قوانين الديناميك يتطلب اجراء حوصلة للقوى المأثرة على الجملة. يمكن تميز نوعان من القوى:

- **قوى التأثير عن بعد**: الجسم المؤثر والجسم المتأثر لا يتصلان، مثل: قوى الجاذبية والقوى الكهرومغناطيسية و القوى النووية...
- **قوى التلامس**: الجسم المؤثر والجسم المتأثر يتلامسان مثل قوى الاحتكاك و التوتر ...

قوة الجاذبية:

أعلن نيوتن سنة 1650 أن قوة الجاذبية بين كتلتين m و M تتناسب طرديا مع جداء الكتلتين و عكسيا مع مربع البعد بينهما.

القوة $\vec{f}_{12}$ التي تأثر بها الكتلة m_1 على الكتلة m_2

$$\vec{f}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_{12}$$

$\vec{u}_{12}$: شعاع الوحدة الموجهة من m_1 نحو m_2 (انظر الشكل التالي)

و $G = 6,67.10^{-11} m^3.Kg^{-1}.s^{-2}$ ثابت التجاذب العام

حسب مبدأ الفعل و رد الفعل فإن **m** تأثر **M** على بقوة :

$$\vec{f}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_{21} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}_{12} = -\vec{f}_{12}$$

عند تقريب نقطة مادية **M** كتلتها **m** من جملة مادية، مكونة من **N** نقطة مادية ذات كتل m_i، فإن هذه الأخيرة

تؤثر على بقوة جاذبية عبارتها حسب مبدأ التراكب:

$$\vec{F} = m\sum_{i=1}^{N} -\frac{Gm_i}{r_i^2}\vec{u}_i = m\vec{g}(M)$$

$\vec{g}(M)$: يمثل حقل الجاذبية عند النقطة **M**

حقل الجاذبية الناتج عن توزيع كتلي متناظر كروي ذو مركز **O** :

$$\vec{g}(r) = -\frac{Gm(r)}{r^2}\vec{u}_r$$

r المسافة **OM**

- $\vec{u}_r$ شعاع الوحدة القطري
- **m(r)** كتلة الكرة ذات نصف القطر

من أجل كرة متناظرة ذات كتلة **m** و نصف قطر **R** تنتج خارجها حقلا جاذبيا يماثل الحقل الذي تنتجه كتلة نقطية ممركزة في مركزها

$$\vec{g}(r \geq R) = -\frac{Gm}{r^2}\vec{u}_r$$

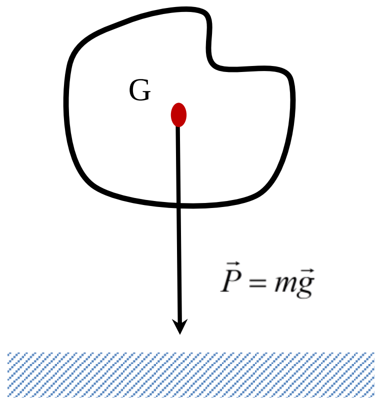
على سطح الأرض قوة الثقل $\vec{P}$ ، المسببة للسقوط الحر للأجسام ناتجة أساسا من قوة الجاذبية الأرضية و يمكن كتابة:

$$\vec{P} \approx m\vec{g}$$

بجوار سطح الأرض $\vec{g}$ منتظم و شدته $g = 9{,}8N.Kg^{-1}$ بالمطابقة مع المبدأ الأساسي للتحريك فإنه يمثل مقدار مجانس للتسارع يمكن كتابته $g = 9{,}8m.s^{-2}$

حقل الجاذبية الأرضية $\vec{g}$ شعاع موجه وفق الشاقول باتجاه مركز الأرض وشدته تتعلق بالارتفاع عن سطح الأرض.

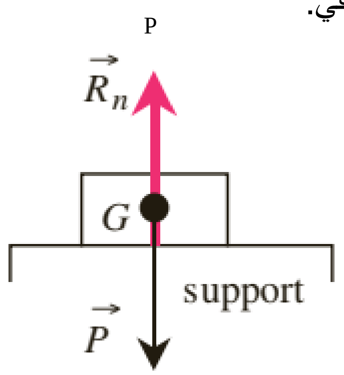
ثقل جملة يوافق محصلة جميع القوى التي تمارسها الأرض على مختلف أجزاء الجملة. نقطة تطبيق هذه المحصلة هو مركز العطالة أو مركز الثقل كما راينا سابقا.



قوى التلامس بين الاجسام الصلبة:

1- قوة الفعل الناظمية

نعتبر جسم موضوع على مستوى أملس أفقي:

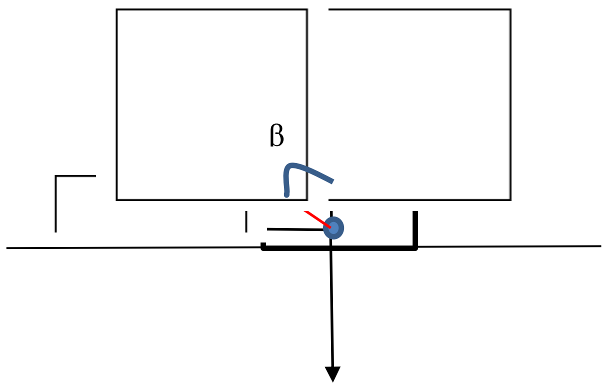


- $\vec{P}$: و يمثل الثقل le poids : وهي القوة التي تطبقها الكتلة على السطح و هي ناتجة عن جاذبية مركز الأرض g للكتل حيث: $\vec{P} = m\vec{g}$.
- $\vec{R}_n$ قوة رد الفعل la réaction و هي القوة التي تطبقها نقاط تلامس السطح على سطح الكتلة.
-

2- **قوة الاحتكاك** *force de frottement*

هي القوة التي تقاوم حركة الأجسام و تعرقلها. و تنتج نتيجة لملامسة النقطة المادية لمستوي خشن. فعندما ندفع كتلة موجودة على مستوي خشن نلاحظ بأنها تتوقف عن الحركة بعد قطع مسافة معينة. من المفروض فيزيائيا بأن الكتلة تواصل حركتها ما لم يتعرض طريقها قوة معاكسة لحركتها. و منه نستنتج بأن الكتلة توقفت عن الحركة نتيجة لوجود قوة معاكسة للحركة ناتجة عن خشونة السطح, تسمى قوة الاحتكاك. يرمز لها بالرمز $\vec{F}_f$. و منه

يصبح لرد الفعل في حالة المستوي الخشن مركبتين: **مركبة عمودية** ناتجة عن نقاط تلامس السطح يرمز لها ب N و **مركبة مماسية** ناتجة عن خشونة السطح و هي F_f .



لقد توصلا العالمان الفرنسيان **Coulomb et Amontons** إلى إيجاد العلاقة بين القوتين $N \; et \; F_f$ حيث:

$$F_f = \mu N$$
$$\mu = tg\,\beta = \frac{F_f}{N}$$

μ : يمثل **معامل الاحتكاك** ***le coefficient de frottement*** حيث $0 \le \mu \le 1$ و منه نجد:

$$\boldsymbol{R = N\sqrt{1+\mu^2}}$$.

و معامل الاحتكاك نوعان:

عندما نطبق قوة دفع على كتلة كبيرة و كانت هذه القوة معاكسة للمستوي, نلاحظ بأن الكتلة دائما تبقى في وضعية التوازن, لأن القوة المطبقة أقل من قوة الاحتكاك. حيث كلما تزيد قوة الدفع تزداد قوة الاحتكاك, إلى أن تصـل قوة الاحتكاك إلى قيمة معينة فإن الكتلة تتحرك. ثم بعد ذلك تصبح تتحرك بكل سهولة. تسمي هذه القيمة لقوة الاحتكاك **بقوة الاحتكاك السـكوني** ***force de frottement statique*** و هي أقصـى قيمة تأخذها قوة الاحتكاك و يرمز لها بالرمز F_{fS} حيث:

$$F_{fS} = \mu_S N \quad et \quad \mu_S = tg\,\beta_S$$

μ_S : **معامل الاحتكاك السكوني** ***le coefficient de frottement statique*** و

β_S **زاوية الاحتكاك السكوني** ***l'angle de frottement statique***.

$\Leftarrow$ و منه تبدأ حركة الكتلة لما تصبح قوة الدفع أكبر أو تساوي قوة الاحتكاك السكوني.

و أثناء الحركة يقل التلامس بين الكتلة و السـطح و هذا يؤدي إلى تناقص قوة الاحتكاك فتصـبح الكتلة تتحرك بكل سهولة. و أثناء الحركة يصبح لدينا:

<u>معامل الاحتكاك الحركي</u> ***le coefficient de frottement cinétique*** يرمز له بالرمز μ_C أي:

$$F_f = \mu_C N \quad et \quad \mu_C = tg\ \beta$$

<u>زاوية الاحتكاك الحركي</u> β . و لدينا:

$$F_{fS} \rangle F_f \Rightarrow \mu_S \rangle \mu_C \Rightarrow \quad tg\ \beta_S \rangle tg\ \beta \quad \Rightarrow \quad \beta_S \rangle \beta.$$

<u>ملاحظة:</u> كلما زادت خشونة السطح تزداد قوة الاحتكاك. و تنعدم لما يصبح السطح أملس. في هذه الحالة يصبح لرد الفعل مركبة واحدة فقط هي المركبة الناظمية و هي عمودية على مستوي الحركة.

VI- <u>العزم الحركي</u>: *le moment cinétique*

ليكن جسم كتلته m و يتحرك بسرعة $\vec{v}$ و معرف بشعاع موضعه $\overrightarrow{OM}$ في اللحظة t.

نعرف العزم الحركي بالنسبة للنقطة (مبدأ المعلم) بالعلاقة الشعاعية :

$$\vec{L}_{/O} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \wedge m\vec{v} + \overrightarrow{OM} \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \vec{v} \wedge m\vec{v} + \overrightarrow{OM} \wedge \sum \vec{F}_{ext}$$

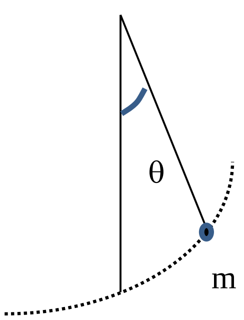
$$\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \overrightarrow{OM} \wedge \sum \vec{F}_{ext} = \vec{M}_{/O}(\vec{F})$$

$\vec{M}_{/O}(\vec{F})$ عزم محصلة القوى بالنسبة للمبدأ ***O***. وحدته: ***m.N***

تمرين 01 سلسلة 04

<u>تمرين 01</u>

يتكون نواس بسيط من كتلة ***m*** و خيط غير قابل للتمدد, طوله ℓ تزاح الكتلة عن موضع توازنها بمقدار θ



1- أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الكتلة من أجل الاهتزازات الصغيرة في الحالتين:

- بيطبيق المبدأ الأساسي للتحريك
- بيطبيق نظرية العزم الحركي

2- أوجد عبارة $\theta\ (t)$ من أجل الاهتزازات الصغيرة و استنتج الدور T_0

3- اعط حلول المعادلة التفاضلية السابقة المحققة للشروط الابتدائية التالية:

$$\theta(t=0) = \theta_0$$
$$\dot{\theta}(t=0) = 0$$

4- استنتج قوة الشد في الخيط.