

## *Chapitre III*

### *Modélisation et Simulation de la Machine Asynchrone*

#### **I. Introduction**

La machine asynchrone, de par sa construction, fait l'objet d'un intérêt accru dans le domaine de l'industrie et occupe une large plage d'applications au détriment des machines synchrones et à courant continu. Elle présente un système dynamique non linéaire. Par conséquent, sa commande nécessite la disponibilité d'un modèle représentant fidèlement son comportement au niveau de ses modes électriques, électromagnétiques et mécanique.

La simulation est un moyen efficace et économique, utilisé pour faire des études préliminaires et/ou comparatives, tant au stade du développement (conception), qu'au cours du fonctionnement normal des systèmes.

Ce chapitre présentera la modélisation et la simulation de la machine asynchrone vectorielle/scalaire sous SIMULINK/MATLAB.

#### **II. Description et Principe de fonctionnement**

##### **II.1. Description**

La machine asynchrone se compose :

D'un primaire, généralement le stator fixe, portant un bobinage le plus souvent triphasé, logé dans des encoches régulièrement réparties sur la face interne du stator et relié à la source d'alimentation.

D'un secondaire, généralement le rotor mobile autour de l'axe de symétrie de la machine, qui peut être soit bobiné et fermé sur lui-même, soit à cage d'écureuil.

##### **II.2 Principe de fonctionnement**

le stator, au bobinage triphasé, est alimenté par un système triphasé équilibré de tensions de pulsation  $\omega_s$ , crée un champ magnétique tournant à la vitesse synchrone :  $\omega_s = \frac{\Omega_s}{p}$

Ce champ tournant induit des courants dans les enroulements rotoriques. Ces courants, sous l'effet du champ magnétique statorique, produisent un couple et le rotor se met en mouvement. La vitesse de rotation du rotor  $\Omega$  est inférieure  $\Omega_s$ . La différence relative entre la vitesse de rotation du rotor et la vitesse de synchronisme est appelée le glissement, qui est

$$\text{noté } g : g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s}$$

### II.3. Hypothèses de travail

Afin de faciliter l'étude de la machine asynchrone et la mise en équation, les hypothèses généralement admises sont ceux décrites au paragraphe (II.1) du chapitre (1):

La machine asynchrone est triphasée au stator et au rotor figure (II.1). Les trois types d'équations traduisant son comportement sont :

- Les équations électriques.
- Les équations magnétiques.
- L'équation mécanique.

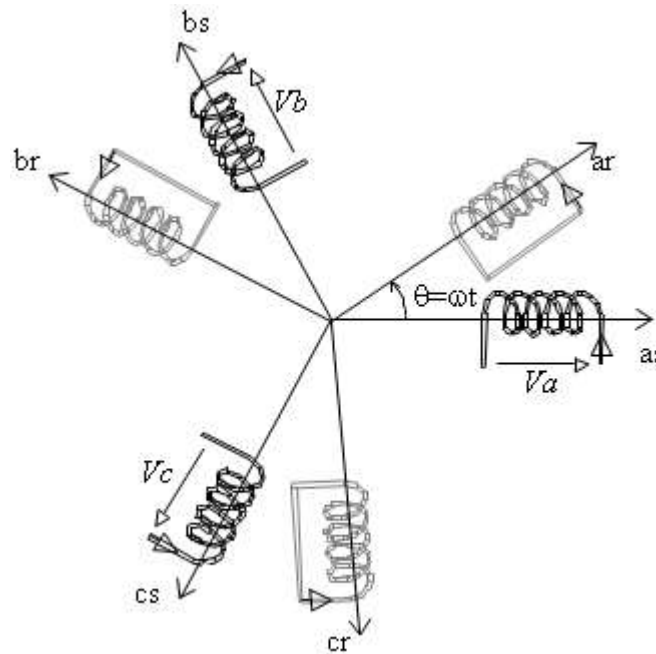


Figure (II.1) : Model triphasé de la machine asynchrone.

### II.4 Schéma de simulation d'une machine asynchrone alimentée en tension.

#### II.4.1 Schéma vectoriel de la machine asynchrone

Le modèle de la machine asynchrone est déduit du modèle de la machine triphasée généralisée à partir des équations (I.67)-(I.70), dans le référentiel tournant (T) :

$$\begin{cases} \bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega_{OBS} \bar{\varphi}_s \\ \bar{v}_r = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\varphi}_r}{dt} + j(\omega_{OBS} - \omega) \bar{\varphi}_r \end{cases} \quad (II.1)$$

$$\begin{cases} \bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + M \bar{i}_r \\ \bar{\varphi}_r = L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_s \end{cases} \quad (II.2)$$

$$C_{em} = k.p\Im(\bar{i}_s \cdot \bar{\varphi}_s^*) \quad (\text{II.3})$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_v \Omega \quad (\text{II-4})$$

Selon le repère choisi on peut résoudre ce système d'équation.

Pour le repère du synchronisme (d,q) on a  $\omega_{\text{obs}} = \omega_s$ , alors le système d'éq. (II.1) devient:

$$\begin{cases} \bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} + j\omega_s \bar{\varphi}_s \\ \bar{v}_r = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\varphi}_r}{dt} + j(\omega_s - \omega) \bar{\varphi}_r \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

de ces équations on intègre les flux:

$$\bar{\varphi}_s = \int \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} = \int (\bar{v}_s - R_s \bar{i}_s - j\omega_s \bar{\varphi}_s) dt \quad (\text{II.6})$$

$$\bar{\varphi}_r = \int \frac{d\bar{\varphi}_r}{dt} = \int (\bar{v}_r - R_r \bar{i}_r - j(\omega_s - \omega) \bar{\varphi}_r) dt \quad (\text{II.7})$$

les courants sont exprimés de (II.2) :

$$\begin{bmatrix} \bar{\varphi}_s \\ \bar{\varphi}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}_r \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}_r \end{bmatrix} = \frac{1}{L_s L_r - M^2} \begin{bmatrix} L_r & -M \\ -M & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_s \\ \bar{\varphi}_r \end{bmatrix}$$

$$\bar{i}_s = a_{ss} \bar{\varphi}_s + a_{sr} \bar{\varphi}_r \quad (\text{II.8})$$

$$\bar{i}_r = a_{rs} \bar{\varphi}_s + a_{rr} \bar{\varphi}_r \quad (\text{II.9})$$

le couple électromagnétique est :  $C_{em} = \frac{3}{2} p (\varphi_{sd} i_{sq} - \varphi_{sq} i_{sd})$

avec :  $a_{ss} = \frac{1}{\sigma L_s}$ ,  $a_{rr} = \frac{1}{\sigma L_r}$ ,  $a_{sr} = a_{rs} = \frac{\sigma - 1}{\sigma M}$ ;  $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$ : coefficient de dispersion de la machine.

Dans ce cas les variables d'état choisis sont  $(\varphi_s, \varphi_r)$ , c'est un modèle tout flux.

En effet, seules les valeurs instantanées des tensions statoriques et du couple résistant doivent être déterminées pour les imposer à la machine.

Le moteur asynchrone est alimenté directement à partir d'un réseau d'alimentation triphasé équilibré de fréquence  $f_s = 50\text{Hz}$ , et de tensions simples  $v_a, v_b, v_c$  où :

$$v_a = v_{\max} \sin(\omega_s t)$$

$$v_b = v_{\max} \sin\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_c = v_{\max} \sin\left(\omega_s t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$\text{Avec : } \omega_s = 2\pi f_s ; v_{\max} = 220\sqrt{2}.$$

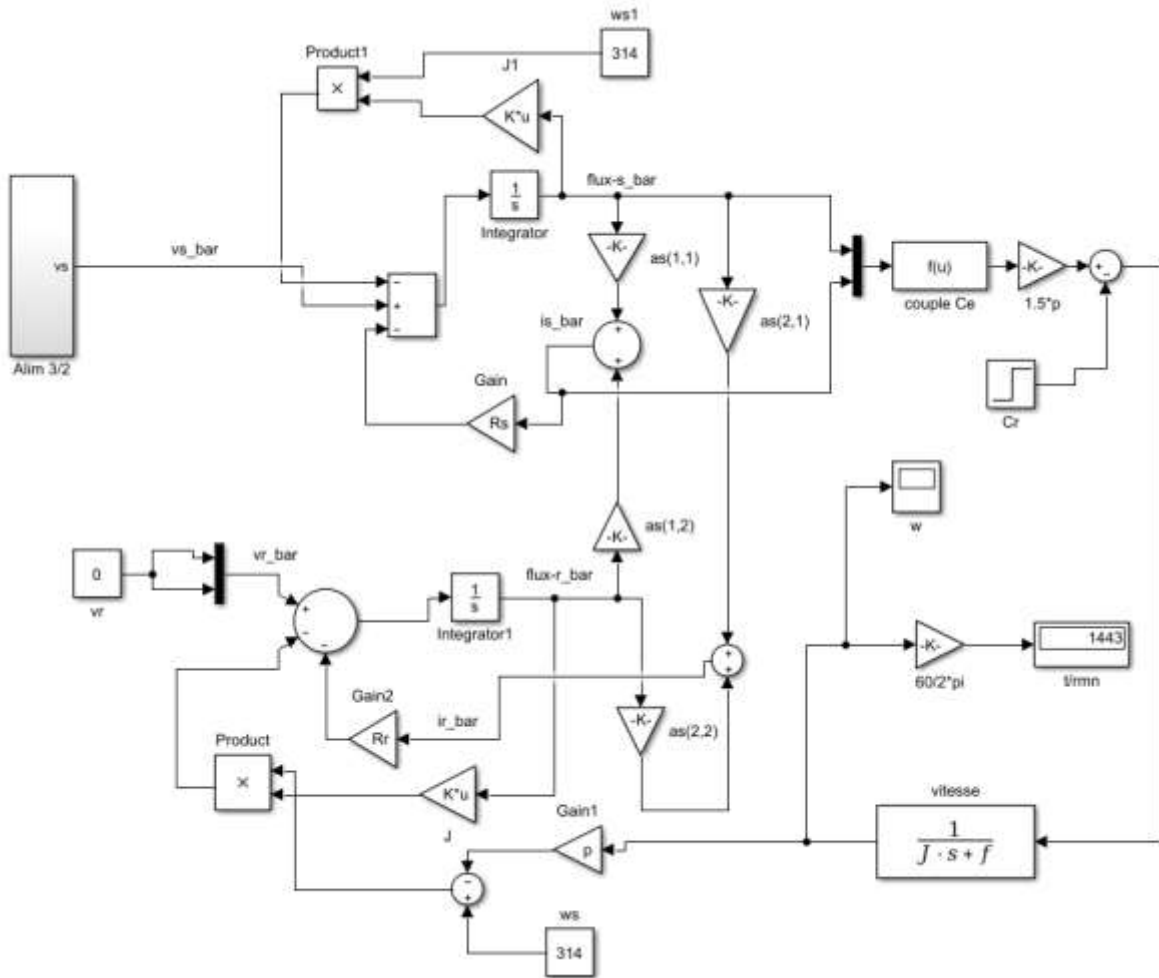


Figure (II.2) : Schéma de simulation de la MAS, réf (d,q), sur Simulink

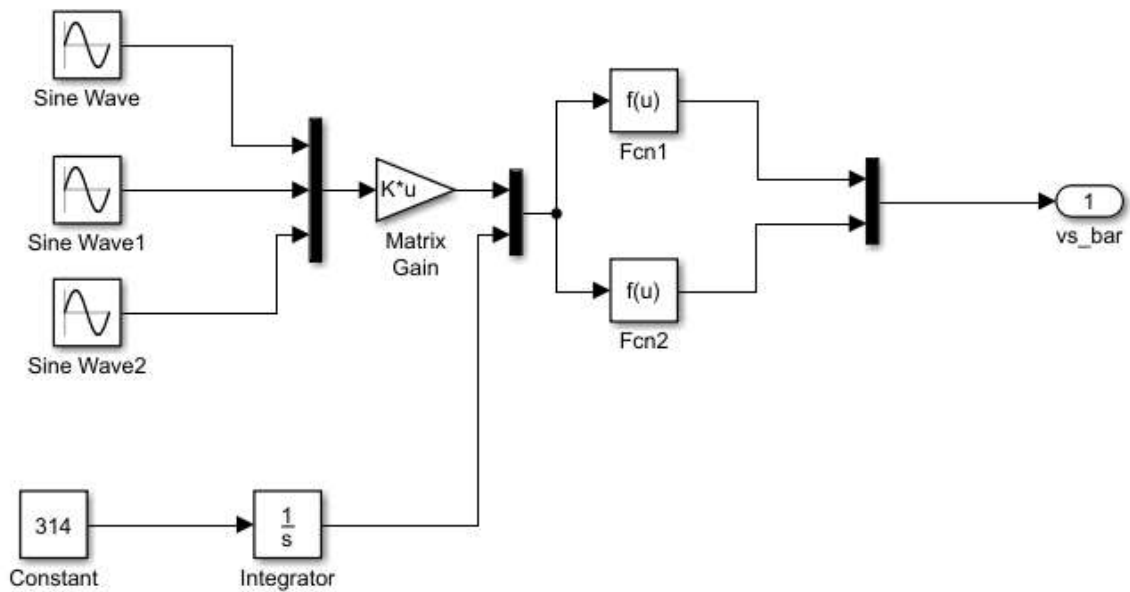


figure (II.3) : Alimentation de la MAS et le passage triphasé/biphasé

L'avantage d'utiliser ce référentiel, est d'avoir des grandeurs constantes en régime permanent. Il est alors aisé d'en faire la régulation.

## II.4.2. Model scalaire de la machine asynchrone

### II.4.2.1 Model d'état de la machine asynchrone

Nous prenons le modèle scalaire de la machine généralisée (I.77)-(I.78), pour le cas du référentiel au synchronisme, on aura :

Equations de tension :

$$\begin{cases} v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \omega_s \varphi_{qs} \\ v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\Phi_{qs}}{dt} + \omega_s \varphi_{ds} \\ v_{dr} = R_r i_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} - (\omega_s - \omega) \varphi_{qr} \\ v_{qr} = R_r i_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} + (\omega_s - \omega) \varphi_{dr} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Equations de flux :

$$\begin{cases} \varphi_{ds} = L_s i_{ds} + M i_{dr} \\ \varphi_{qs} = L_s i_{qs} + M i_{qr} \\ \varphi_{dr} = L_r i_{dr} + M i_{ds} \\ \varphi_{qr} = L_r i_{qr} + M i_{qs} \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

Le système d'équation différentielle d'ordre 4 (II.10) et le système d'équation des flux (II.11) décrivent d'une manière générale le fonctionnement de la machine. Il permet de concevoir une représentation d'état pour le processus de contrôle en choisissant deux variables d'état parmi quatre ( $i_s$ ,  $i_r$ ,  $\varphi_s$ ,  $\varphi_r$ ). les états utilisés sont ceux données au moins par une mesure d'état ( $i_s$ ) tel que ( $i_s$ ,  $i_r$ ), ( $i_s$ ,  $\Phi_s$ ) et ( $i_s$ ,  $\varphi_r$ ).

Le modèle de la machine dans le repère (dq) lié au champ tournant pour un vecteur d'état  $[x]=[i_{ds} \ i_{qs} \ \varphi_{dr} \ \varphi_{qr}]^t$  et de tension de commande  $[v]=[v_{ds} \ v_{qs}]^t$  est donné sous forme condensé tel que :

$$[\dot{x}] = A.[x] + B.[u]$$

$$\begin{cases} \frac{di_{ds}}{dt} = -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)i_{ds} + \omega_s i_{qs} + \frac{1-\sigma}{\sigma M T_r} \varphi_{dr} + \frac{1-\sigma}{M\sigma} p\Omega \varphi_{qr} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds} \\ \frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_s i_{ds} - \left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)i_{qs} - \frac{1-\sigma}{M\sigma} p\Omega \varphi_{dr} + \frac{1-\sigma}{M T_r \sigma} \varphi_{qr} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs} \\ \frac{d\varphi_{dr}}{dt} = \frac{M}{T_r} i_{ds} - \frac{1}{T_r} \varphi_{dr} + (\omega_s - p\Omega) \varphi_{qr} \\ \frac{d\varphi_{qr}}{dt} = \frac{M}{T_r} i_{qs} - (\omega_s - p\Omega) \varphi_{dr} - \frac{1}{T_r} \varphi_{qr} \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

Avec;  $\omega = p\Omega$  : pulsation mécanique.

$T_s = \frac{L_s}{R_s}$  : constante de temps des courants statoriques.

$T_r = \frac{L_r}{R_r}$  : constante de temps des courants rotoriques.

L'équation mécanique :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (C_e - f_v \Omega - C_r) \quad (\text{II.13})$$

$$A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right) & \omega_s & \frac{1-\sigma}{M T_r} & \frac{1-\sigma}{M T_r \sigma} & \frac{1-\sigma}{M\sigma} p\Omega \\ -\omega_s & -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right) & -\frac{1-\sigma}{M\sigma} p\Omega & \frac{1-\sigma}{M T_r \sigma} & \frac{1-\sigma}{M\sigma} p\Omega \\ \frac{M}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & \omega_s - p\Omega & \frac{1-\sigma}{M\sigma} p\Omega \\ 0 & \frac{M}{T_r} & -(\omega_s - p\Omega) & -\frac{1}{T_r} & \frac{1-\sigma}{M\sigma} p\Omega \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.14})$$

$$\text{et } [U] = [V_{ds} \quad V_{qs}]$$

#### II.4.2.2 Simulation du modèle présenté

Pour la simulation du modèle présenté sur SIMULINK on peut maître la matrice d'évolution

[A] sous la forme :

$$[A] = [A_1] + \omega [A_2] \quad (\text{II.15})$$

et système devient :

$$[\dot{x}] = ([A_1] + \omega [A_2])[x] + [B][u]$$

avec :

```
% Paramètres de la MAS
Rs=1.2;Rr=1.8;Ls=0.1568;Lr=Ls;M=0.15;p=2;J=0.07;f=0.001;
ws=314;
sig=1-(M^2/(Ls*Lr));Tr=Lr/Rr;Ts=Ls/Rs;rt1=1/(sig*Ts);
```

```

rt2=Tr*sig;rt3=1-sig;Rt=rt1+(rt3/rt2);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
B=[1/(sig*Ls) 0 0 0;
   0 1/(sig*Ls) 0 0;
   0 0 0 0;
   0 0 0 0];
%Matrice d'évolution **A**
A1=[-Rt, ws, rt3/(rt2*M), 0;
    -ws, -Rt, 0, rt3/(rt2*M);
    M/Tr, 0, -1/Tr, ws;
    0, M/Tr, -(ws), -1/Tr];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A2=[0, 0, 0, rt3/(sig*M);
    0, 0, -rt3/(sig*M), 0;
    0, 0, 0, -1;
    0, 0, 1, 0];

```

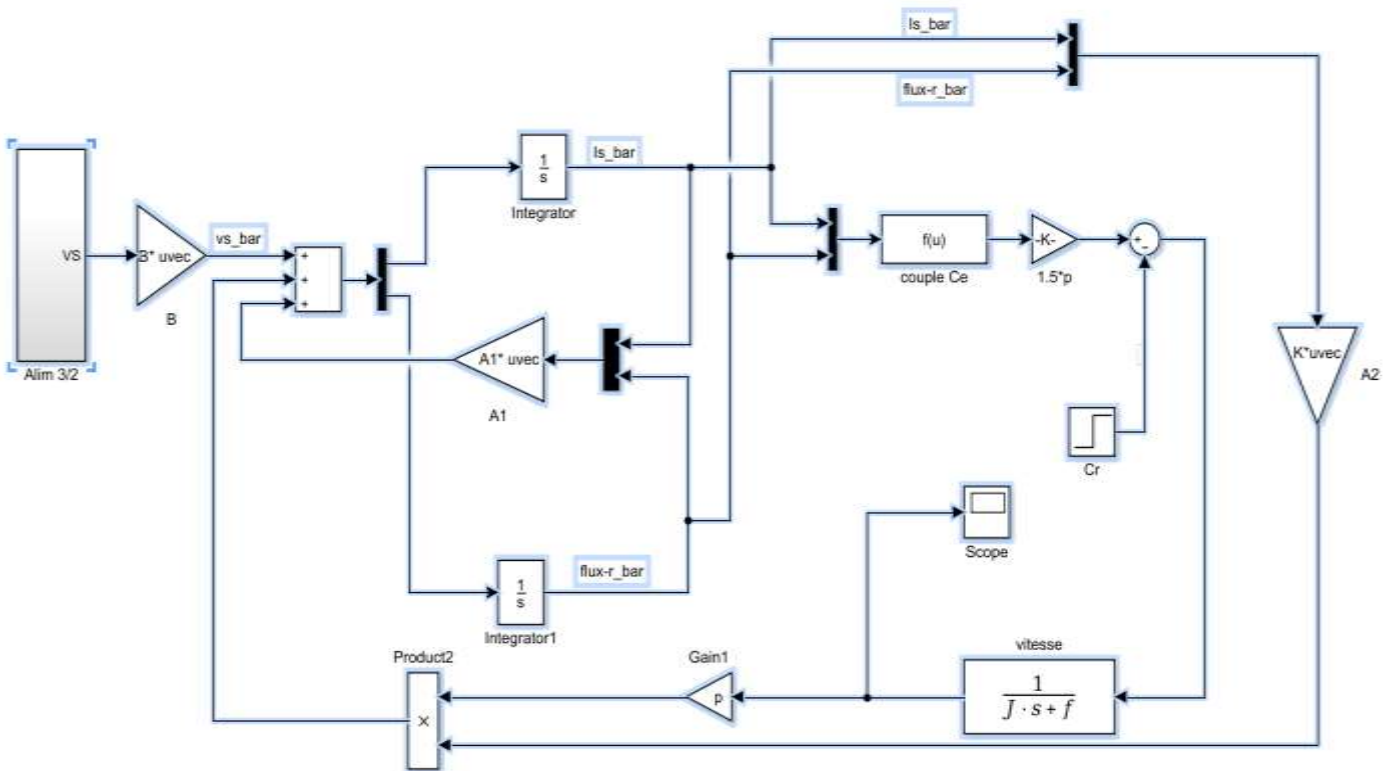


Figure (II.4): Schéma de simulation de la MAS, réf (d,q).

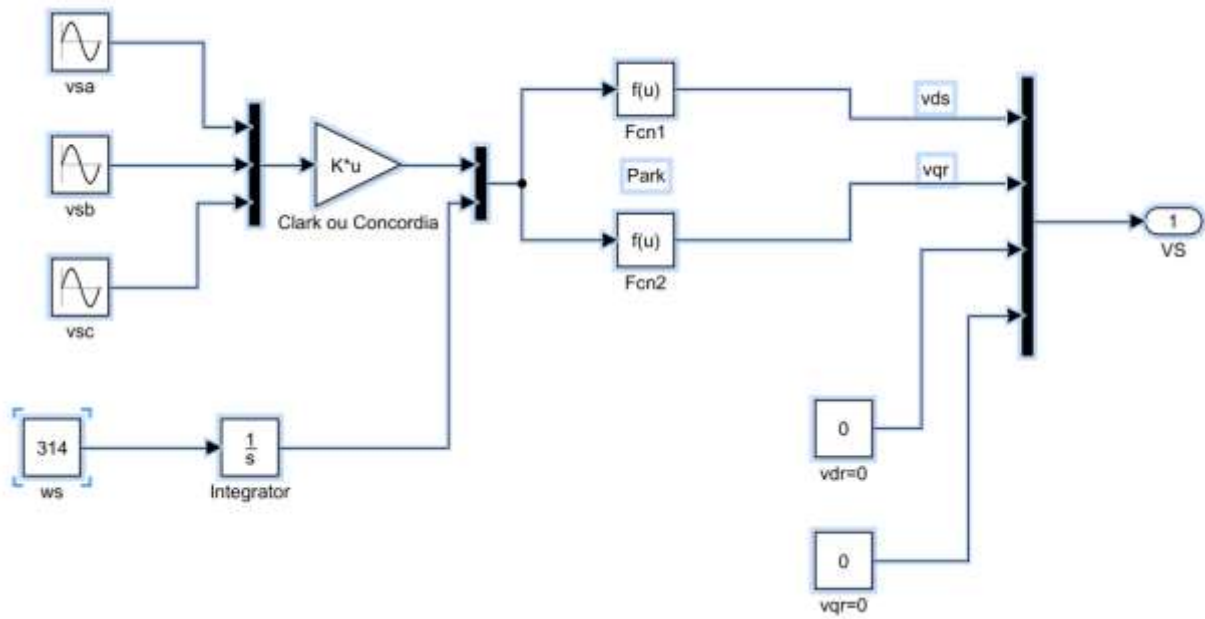


figure (II.5) : Alimentation de la MAS et le passage triphasé/biphasé

### III. Présentation et Interprétation des résultats

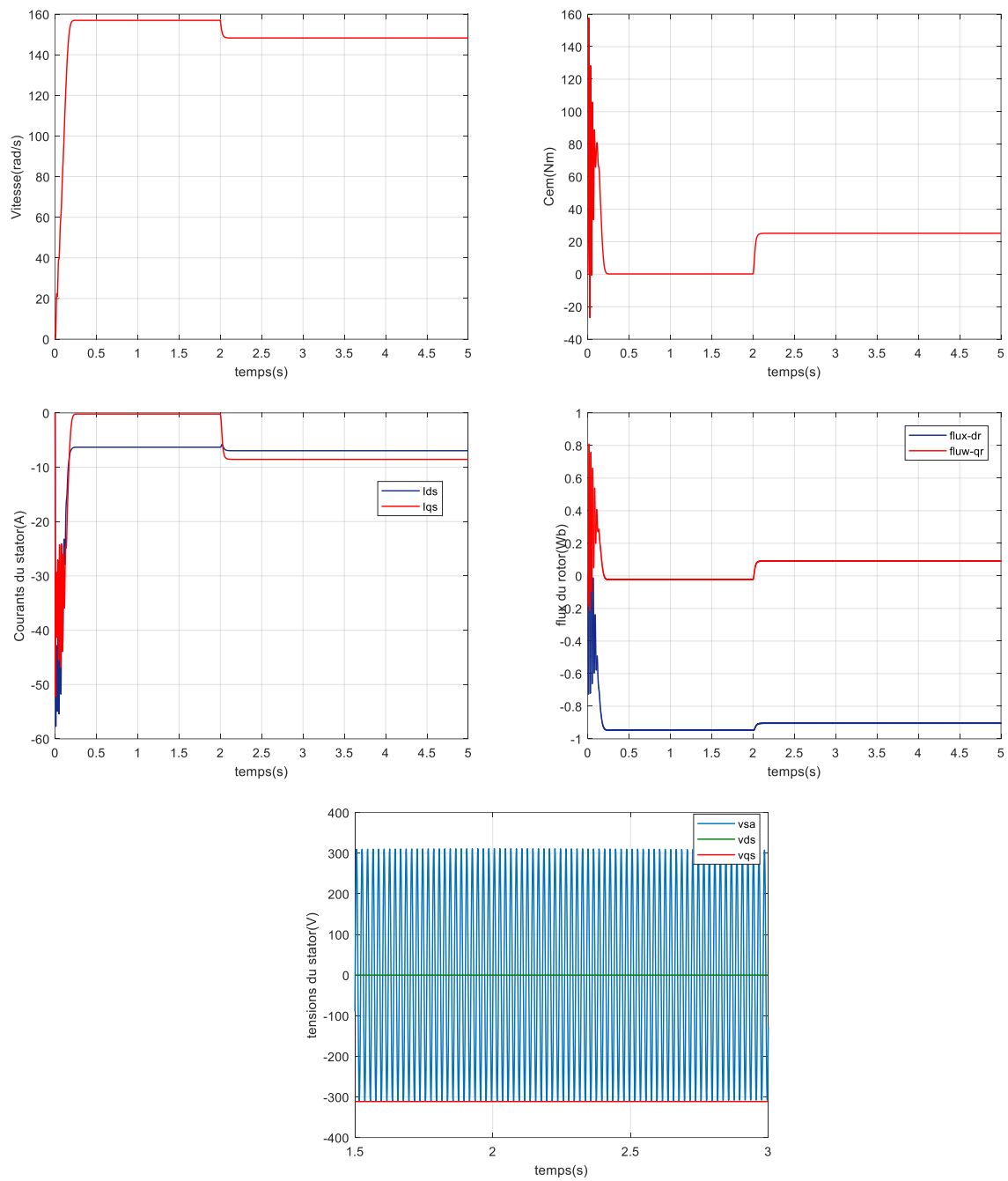
Les courbes de la figure (II.6) présentent les résultats de simulation du démarrage à vide de la MAS suivi de l'application du couple de charge à  $t=2$ . Le modèle est simulé dans le référentiel (d,q) lié au champ tournant (modèle de la figure (II.2) et (II.4)). De ces courbes, on aperçoit que le temps d'établissement est de 0,2s pour toutes les grandeurs.

La vitesse atteint la valeur de synchronisme 157rad/s, machine bipolaire, sans dépassement et se stabilise au régime permanent. Après l'introduction du couple de charge à  $t=2$ s la vitesse se dégrade au dessous de sa valeur nominale.

Le couple admet une forte valeur (fort appel de courant au démarrage, bref mais important) avec des oscillations puis se rétablit et atteint la valeur du couple de charge  $C_r=25\text{Nm}$ .

Le passage triphasé-biphasé est bien illustré sur la courbe des tensions, où la tension simple  $v_{sa}$  sinusoïdale alternative et les deux tensions en biphasé  $v_{ds}$  et  $v_{qs}$  qui sont continues.





**Figure (II.6)** Résultat de simulation de la MAS, démarrage à vide suivi de l'introduction du couple de charge.

**Exercice d'application :**

A partir des équations (II.1)-(II.4), dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  du stator, développer un modèle d'état tous courants  $(\bar{i}_s, \bar{i}_r)$  sous forme :

$$[L][\dot{x}] = A[x] + B[u]$$

ou  $[L]$  : matrice des inductances

1. Donner A (4x4).
2. Mettre A sous forme :  $[A] = [A_1] + \omega[A_2]$
3. Donner la formule du couple  $C_{em} = f(\bar{i}_s, \bar{i}_r)$ .
4. Donner la formule de la vitesse mécanique  $\frac{d\Omega}{dt} = f(J, C_r, C_{em}, f)$ .
5. Donner le schéma bloc décrivant la solution général de ce système sur SIMULINK.

**Solution :**

Dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$  lié au stator, on a :  $\omega_{obs}=0$ . En remplaçant dans nos équations on aura :

$$\begin{cases} \bar{v}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\varphi}_s}{dt} \\ \bar{v}_r = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\varphi}_r}{dt} - j\omega \bar{\varphi}_r \end{cases} \quad \text{par projection sur } (\alpha, \beta) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \frac{d\varphi_{s\alpha}}{dt} \\ v_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \frac{d\varphi_{s\beta}}{dt} \\ 0 = R_r i_{r\alpha} + \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} \\ 0 = R_r i_{r\beta} + \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} \end{cases} \quad (*)$$

$$\begin{cases} \bar{\varphi}_s = L_s \bar{i}_s + M \bar{i}_r \\ \bar{\varphi}_r = L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_s \end{cases} \quad \text{par projection sur } (\alpha, \beta) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \varphi_{cs} = L_s i_{ds} + M i_{cr} \\ \varphi_{\beta s} = L_s i_{\beta s} + M i_{\beta} \\ \varphi_{cr} = L_r i_{cr} + M i_{cs} \\ \varphi_{\beta r} = L_r i_{\beta r} + M i_{\beta s} \end{cases} \quad \text{en remplaçant dans } (*) \text{ et en réarrangeant les équations } \Rightarrow$$

$$\begin{cases} L_s \frac{di_{s\alpha}}{dt} + M \frac{di_{r\alpha}}{dt} = v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha} \\ L_s \frac{di_{s\beta}}{dt} + M \frac{di_{r\beta}}{dt} = v_{s\beta} - R_s i_{s\beta} \\ M \frac{di_{s\alpha}}{dt} + L_r \frac{di_{r\alpha}}{dt} = 0 - \omega M i_{s\beta} - R_r i_{r\alpha} - \omega L_r i_{r\beta} \\ M \frac{di_{s\beta}}{dt} + L_r \frac{di_{r\beta}}{dt} = 0 + \omega M i_{s\alpha} + \omega L_r i_{r\alpha} - R_r i_{r\beta} \end{cases} \quad \text{peut être écrite :}$$

$$\begin{bmatrix} L_s & 0 & M & 0 \\ 0 & L_s & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{i}_{r\alpha} \\ \dot{i}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & -\omega M & -R_r & -\omega L_r \\ \omega M & 0 & \omega L_r & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[L][\dot{i}] = [A][i] + [B][v] \Rightarrow [L]^{-1}[L][\dot{i}] = [L]^{-1}([A][i] + [B][v]) \Rightarrow$$

$$[\dot{i}] = [L]^{-1}([A][i] + [B][v]) \Rightarrow [\dot{i}] = [L]^{-1}([A_1 + \omega A_2][i] + [B][v])$$

$$C_{em} = k_p \mathfrak{Im}(\bar{i}_s \cdot \bar{\varphi}_s^*) = 1.5 \cdot p M (i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}) \quad (\text{II.3})$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f \cdot \Omega \quad (\text{II-4})$$

2. L amatrice d'évolution [A] peut être décomposée comme suit :

$$A1 = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix};$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \\ -M & 0 & -L_r & 0 \end{bmatrix};$$

$$L = \begin{bmatrix} L_s & 0 & M & 0 \\ 0 & L_s & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix};$$

$$BB = \text{inv}(L)$$

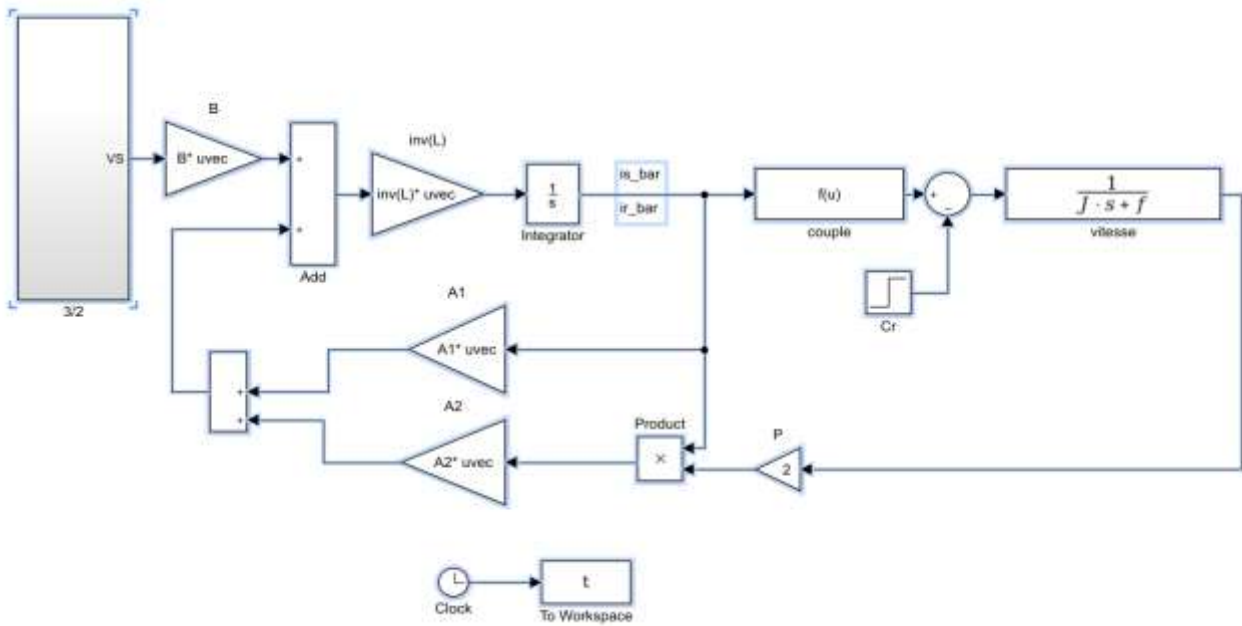
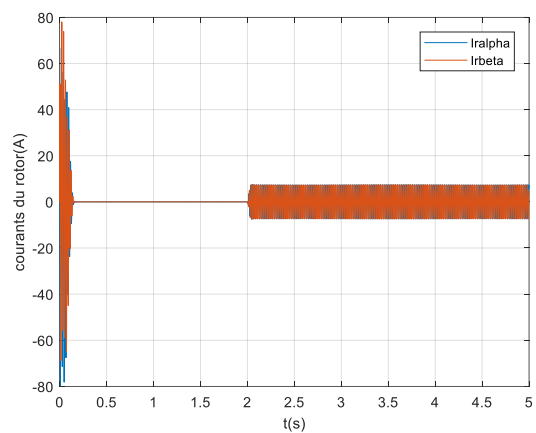
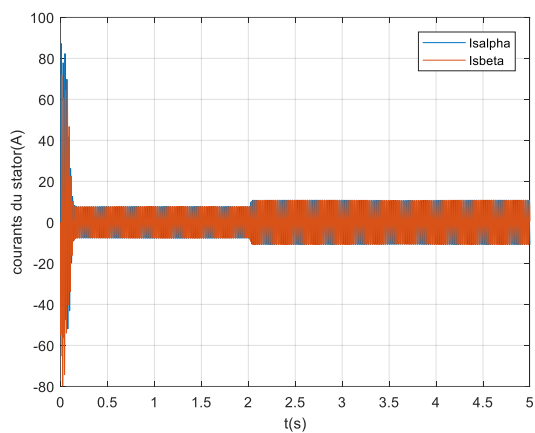
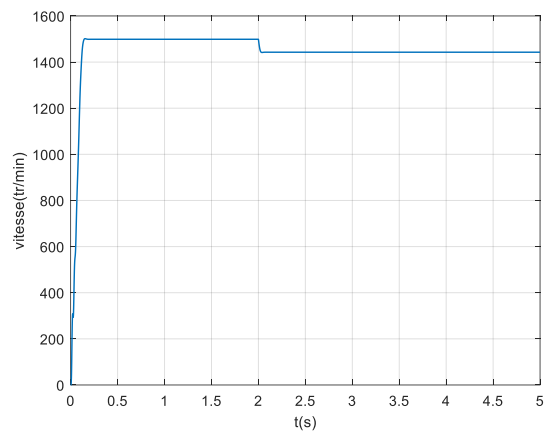
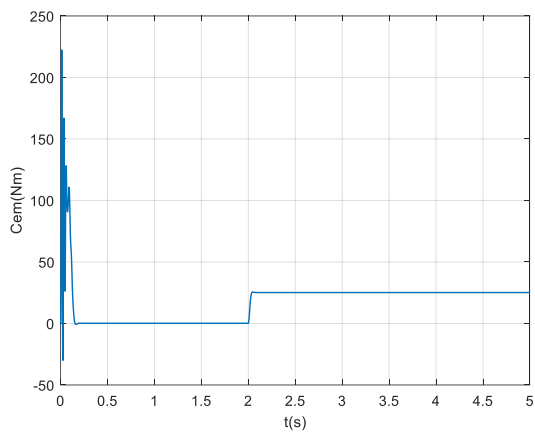
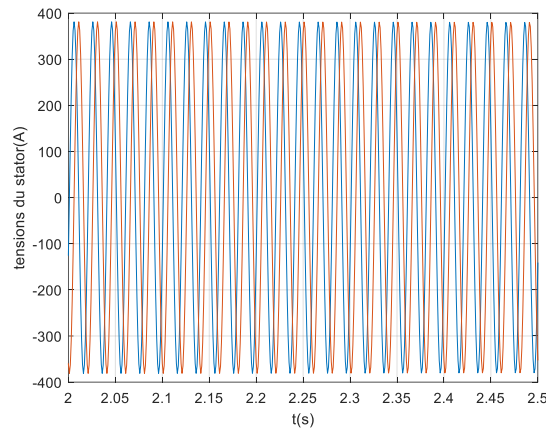


Figure (II.4): Schéma de simulation de la MAS, réf ( $\alpha, \beta$ ).





**Figure (II.8)** Résultat de simulation de la MAS, démarrage à vide suivi de l'introduction du couple de charge.

### Exercice d'application

On se donne un système d'équation vectoriel d'une MAS dans un repère tournant « T » avec une vitesse angulaire  $\omega_{obs}$  constante.

$$\begin{cases} \bar{V}_s = R_s \bar{I}_s + \frac{d\bar{\Phi}_s}{dt} + j\omega_{obs} \bar{\Phi}_s \\ 0 = R_r \bar{I}_r + \frac{d\bar{\Phi}_r}{dt} + j(\omega_{obs} - \omega) \bar{\Phi}_r \end{cases} \quad \text{I} \quad (\text{éq. aux tensions})$$

$$\begin{cases} \bar{\Phi}_s = L_s \bar{I}_s + M \bar{I}_r \\ \bar{\Phi}_r = L_r \bar{I}_r + M \bar{I}_s \end{cases} \quad (\text{éq. aux flux})$$

- Donner la condition pour que le repère « T » se coïncide avec le repère du :
  - stator ( $\alpha, \beta$ )
  - rotor ( $u, v$ ).
  - synchronisme ( $d, q$ ).
- Si on admet que « T » se coïncide avec le repère du stator ( $\alpha, \beta$ ), alors donner le système (I) sous sa nouvelle forme.
- Développer ce modèle en fonction des grandeurs ( $I_s, \Phi_s$ ).
- Mettre ce modèle sous la forme d'état, telle que :  $\dot{X} = A.X + B.U$  ; où les composantes du vecteur  $X = (I_{s\alpha}, I_{s\beta}, \Phi_{s\alpha}, \Phi_{s\beta})$  et A et B sont des matrices à déterminer.
- Mettre la matrice **A** sous forme :  $A = A_1 + \omega A_2$  ; avec  $\omega = p\Omega$ .
- Donner la formule du couple électromagnétique  $C_e = p \text{Im}(I_s \cdot \Phi^* s)$  dans ce repère.
- Donner la formule de la vitesse mécanique  $\Omega = f(C_e, C_r, f, J)$ .
- Développer le schéma bloc décrivant la solution globale du système proposé.
- la machine a  $p=2$  (nombre de paire de pôle) :
  - Donner sa vitesse au synchronisme à vide par (rd/s) ou (tr/mn) pour  $f_s=50\text{hz}$ .
  - avec une alimentation de 220V efficace triphasé, on introduit un couple résistant après l'établissement, la vitesse est 150rd/s. \* Calculer le glissement en pourcent.