

# Chapitre 4

## Résistance des sols au cisaillement

### 1. Introduction :

La résistance des sols au cisaillement représente la partie la plus importante dans de nombreux problèmes d'ingénierie géotechnique tels que la capacité portante des fondations, la conception des autoroutes, les problèmes de stabilité des pentes et des murs ...etc. Dans ce cas, on doit concevoir et étudier les ouvrages de façon à éviter qu'une rupture ne se produise lorsqu'ils sont soumis aux charges extérieures.

Dans ce chapitre, on va décrire en premier lieu les contraintes agissantes sur un plan de cisaillement et expliquer les relations qui existent entre elles. Nous étudions ensuite les contraintes à la rupture, ainsi que les deux paramètres de résistance au cisaillement. Enfin, nous présentons les différents essais couramment utilisés pour mesurer les paramètres de la résistance au cisaillement des sols.

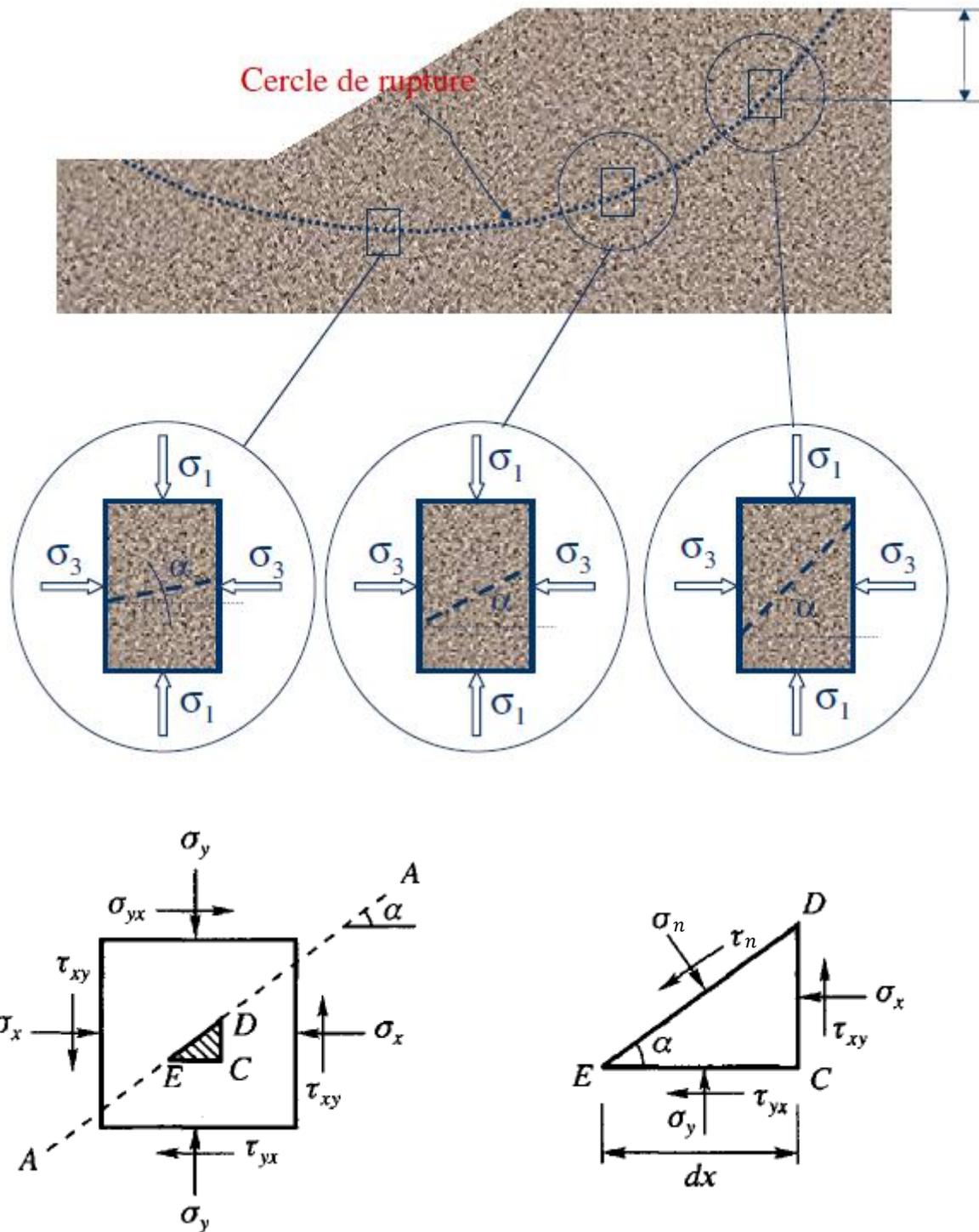
### 2. Contraintes sur un plan de cisaillement :

En supposant un terrain en pente sur le quel est appliqué un ensemble de forces externes. Les contraintes verticales et horizontales qui agissent sur le sol induisent un plan de cisaillement ayant un angle d'inclinaison  $\alpha$  par rapport à l'horizontale (figure 1).

Pour maintenir l'équilibre, une contrainte tangentielle  $\tau_n$  qu'on appelle la résistance au cisaillement, et une contrainte normale  $\sigma_n$  se développent sur le plan ED (figure 1). Les expressions de  $\sigma_n$  et  $\tau_n$  peuvent être obtenues en appliquant les principes de la statique pour l'état d'équilibre du corps. Pour cela, la somme de toutes les forces dans les directions x et y doivent être égale à zéro, on obtient :

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (1)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad (2)$$



**Figure 1** : Contraintes appliquées sur élément de sol en deux dimensions.

Un "plan principal" est défini comme un plan sur lequel la contrainte est tout à fait normale, ou qui ne comporte pas de contrainte de cisaillement  $\tau = 0$ . Les contraintes normales agissantes sur ces plans principaux sont connues sous le nom de "contraintes principales". Les trois plans principaux doivent être mutuellement perpendiculaires. Dans l'ordre de grandeur

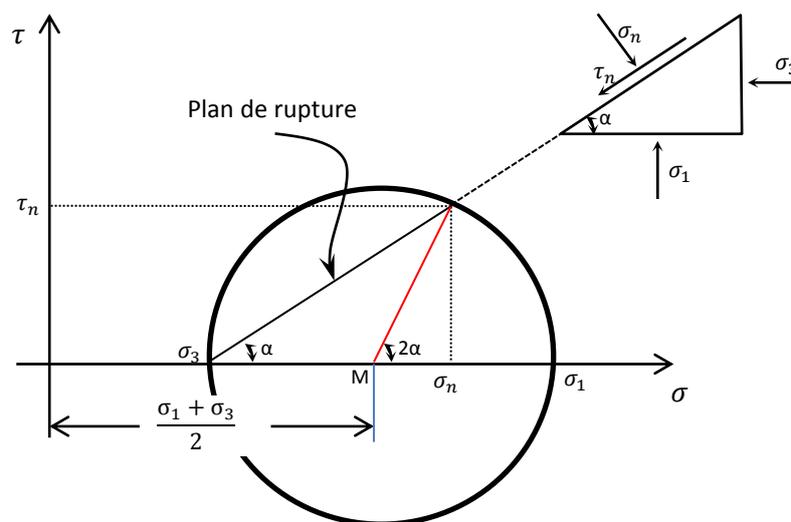
décroissant, les contraintes principales sont désignées par "contrainte principale majeure  $\sigma_1$ ", "contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2$ " et "contrainte principale mineure  $\sigma_3$ ". En mécanique des sols, on considère que  $\sigma_2$  est égale à  $\sigma_3$ , ce qui permet de simplifier les problèmes en les ramenant à deux dimensions.

On peut maintenant formuler les équations 1 et 2 en fonction des contraintes principales de la manière suivante :

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha \quad (3)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad (4)$$

Lorsque l'angle  $\alpha$  varie tandis que les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  demeurent constantes, les contraintes  $\tau$  et  $\sigma$  issues des deux équations précédentes peuvent tracer un cercle sur un graphique  $\tau - \sigma$  dont le rayon est  $\sigma_1 - \sigma_3/2$  et un centre situé à  $\sigma_1 + \sigma_3/2$ . Ce cercle porte le nom de cercle de Mohr, il représente l'état des contraintes en un point à l'équilibre.



**Figure 2 :** Cercle de Mohr.

### 3. Critère de rupture de Mohr – Coulomb :

La théorie de Mohr-Coulomb sur la résistance au cisaillement d'un sol est proposée pour la première fois par Coulomb (1776) et généralisée ensuite par Mohr, c'est le concept le plus couramment utilisé. La relation fonctionnelle entre la contrainte normale et la résistance au cisaillement disponible sur un plan quelconque a été supposée linéaire par Coulomb ; c'est-à-dire que la résistance au cisaillement à la rupture est directement proportionnelle à la contrainte normale ; plus cette dernière augmente plus la résistance devient grande. Il formula la relation suivante connue sous le nom d'équation de Coulomb :

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (5)$$

Où :

$\tau$  : la résistance au cisaillement par unité de surface

$c$  : la cohésion de sol ;

$\sigma$  : la contrainte normale sur le plan de cisaillement ;

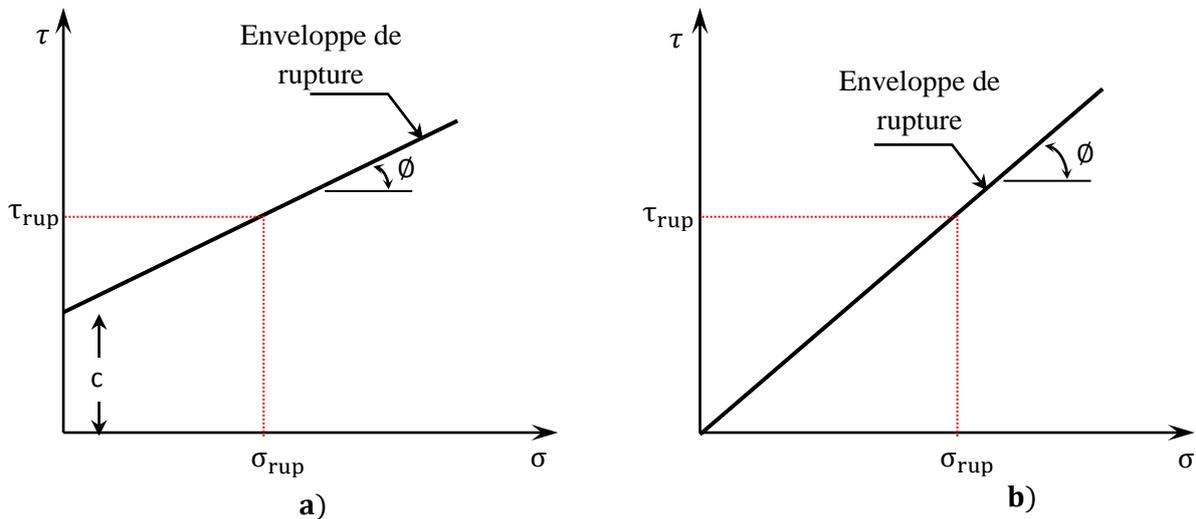
$\phi$  : l'angle de frottement de sol.

Les paramètres servant à calculer la résistance au cisaillement d'un sol à la rupture sont donc la cohésion et l'angle de frottement.

**La cohésion** représente une force de liaison qui fixe les molécules d'eau aux particules de sol. La valeur de  $c$  pour le sable et le limon inorganique est de zéro. Pour les argiles normalement consolidées, la cohésion peut être proche de zéro. Les argiles surconsolidées ont des valeurs de  $c$  supérieures à 0.

**L'angle de frottement interne** correspond à l'angle formé naturellement par un matériau mis en tas, par rapport à l'horizontale. Il dépend du type de sol et plus particulièrement la forme de ses grains : plus ces derniers sont anguleux, plus l'angle de frottement interne sera élevé

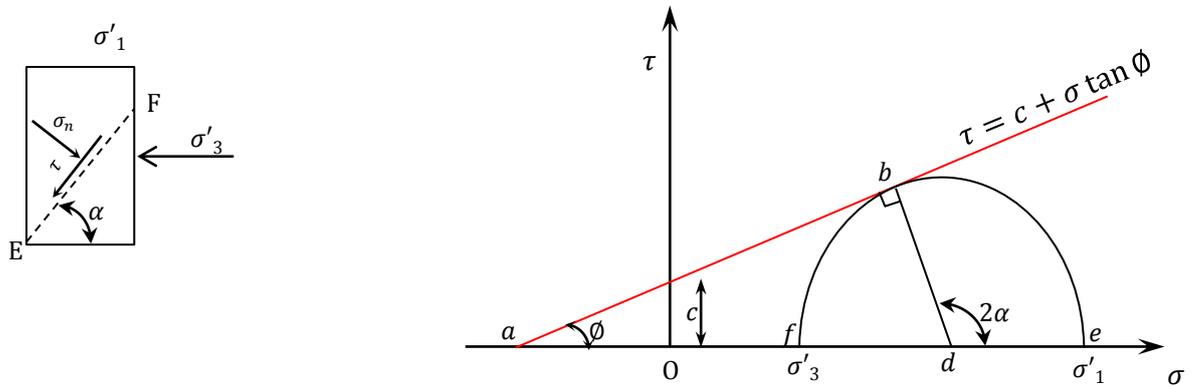
Un tracé de l'équation 5 sur le plan  $\tau - \sigma$  donne l'enveloppe de rupture de Mohr illustré à la figure 3. Cette enveloppe n'est pas nécessairement une ligne droite. Nous avons vu que pour chaque point dans la masse du sol, l'état de contrainte est représenté par un cercle de Mohr unique. Si ce cercle touche l'enveloppe de rupture où  $\tau = \tau_{rup}$ ; la rupture par cisaillement se produit, par contre le sol est considéré comme stable si le cercle est bien à l'intérieur de l'enveloppe de rupture ( $\tau < \tau_{rup}$ ). Au-delà de cette droite l'équilibre est rompu.



**Figure 3 :** Enveloppe de rupture ; a) Sols cohérents. b) Sols pulvérulents.

Comme l'indique le critère de rupture de Mohr-Coulomb, la rupture due au cisaillement se produira lorsque la contrainte de cisaillement sur un plan atteint la contrainte de rupture donnée par l'équation 5. Pour déterminer l'inclinaison du plan de rupture avec le plan

principal majeur, on se réfère à la figure 4, où  $\sigma'_1$  et  $\sigma'_3$  sont respectivement les contraintes principales effectives majeurs et mineurs. Le plan de rupture EF fait un angle  $\alpha$  avec le plan principal. Pour déterminer l'angle  $\alpha$  et la relation entre  $\sigma'_1$  et  $\sigma'_3$ , on suit les étapes suivantes :



**Figure 4 :** Cercle de Mohr et enveloppe de rupture.

Pour calculer l'angle  $\alpha$ , le triangle  $abd$  permet de formuler l'équation suivante :

$$\phi + 90^\circ + 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ$$

L'angle du plan de rupture par rapport à l'angle de frottement est :

$$\alpha = \frac{\phi}{2} + 45^\circ$$

Et pour calculer  $\sigma'_1$  en fonction de  $\sigma'_3$ , on a :

$$ad = a0 + Od$$

Avec :

- $ad \sin \phi = \text{Rayon}$
- $a0 = c \cot \phi$
- $Od = \sigma'_1 + \sigma'_3 / 2$

On obtient :

$$\sin \phi = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{\frac{c}{\tan \phi} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}} \quad (6)$$

Ou :

$$\sigma_1 = \sigma_3 \left( \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \right) + 2c \left( \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} \right)$$

On peut remplacer :

$$\frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2 \left( 45 + \phi/2 \right)$$

$$\frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} = \tan \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

On obtient :

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) + 2c \tan \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (7)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2 \left( 45 - \frac{\phi}{2} \right) - 2c \tan \left( 45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (8)$$

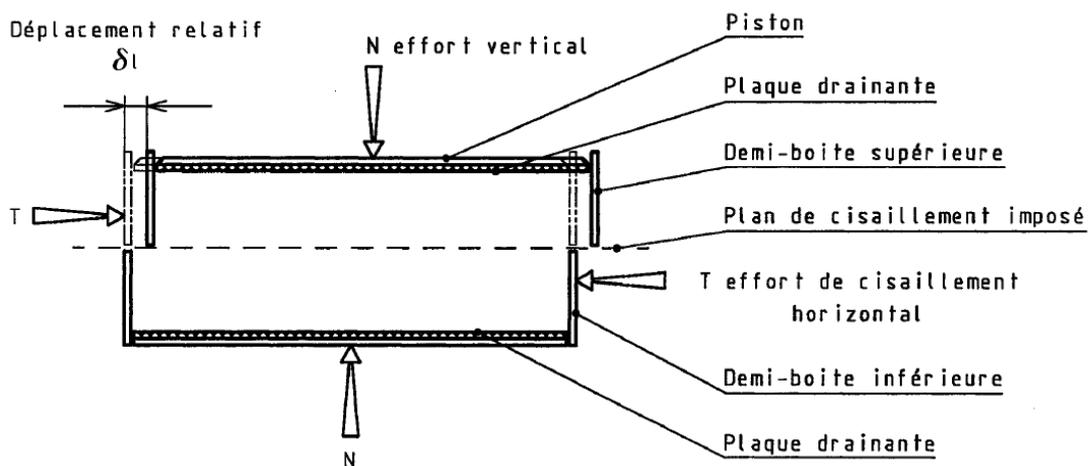
#### 4. La mesure des paramètres de résistance au cisaillement :

Il existe plusieurs méthodes permettant de déterminer les paramètres de résistance au cisaillement de divers échantillons de sol en laboratoire. Ces méthodes sont les suivantes :

- L'essai de cisaillement direct
- L'essai triaxial
- L'essai de compression simple
- L'essai au scissomètre de laboratoire

##### 4.1. L'essai de cisaillement direct :

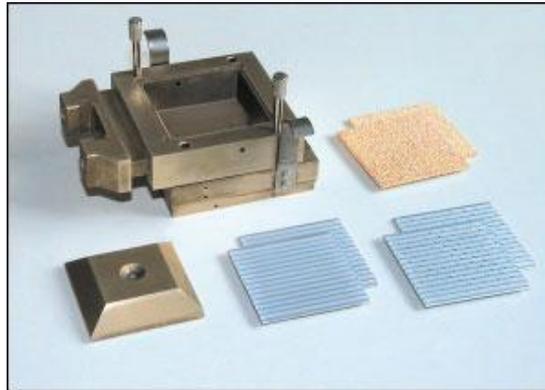
L'essai de cisaillement direct est un essai très répandu pour déterminer les paramètres de résistance au cisaillement. Il s'effectue sur une éprouvette de sol cohérent ou pulvérulent placée dans une boîte de cisaillement constituée de deux demi-boîtes indépendantes. Le plan de séparation des deux demi-boîtes constitue un plan de glissement (voir Fig. 5).



**Figure 5 :** Principe de l'essai de cisaillement direct à la boîte.

L'appareil est constituée d'une boîte comporte deux demi-boîtes (l'une inférieur, l'autre supérieure), cylindriques intérieurement, de même section droite ( $L = 60 \text{ mm}$  ou  $100 \text{ mm}$ ) et

de hauteur d'environ 25 mm. La demi-boîte inférieure est équipée d'une plaque drainante plane qui est reliée à des orifices pour la circulation des fluides (figure 6).



**Figure 6 :** Les éléments d'une boîte de cisaillement

L'essai consiste à :

1. Appliquer sur la face supérieure de l'éprouvette un effort vertical (N) maintenu constant pendant toute la durée de l'essai.
2. Produire sous l'effort (N) un cisaillement dans l'éprouvette selon le plan horizontal de glissement en imposant un déplacement relatif à vitesse constante.
3. Mesurer l'effort horizontal de cisaillement (T) correspondant.

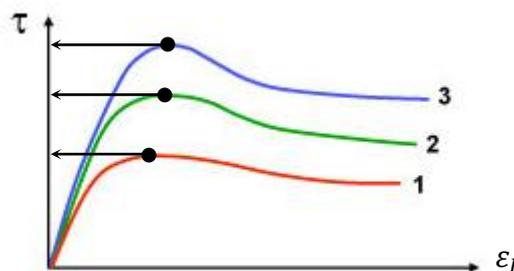
De plus, on mesure le déplacement vertical de l'éprouvette  $\Delta h$  et le déplacement horizontal  $\Delta l$  par rapport à un repère fixe à l'aide des capteurs.

A partir de là, on peut déterminer en fonction du temps :

- La contrainte normale  $\sigma_n = \frac{N}{A}$
- La contrainte tangentielle  $\tau = \frac{T}{A}$
- La déformation verticale  $\varepsilon_h = \frac{\Delta h}{H}$
- La déformation horizontale  $\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{L}$

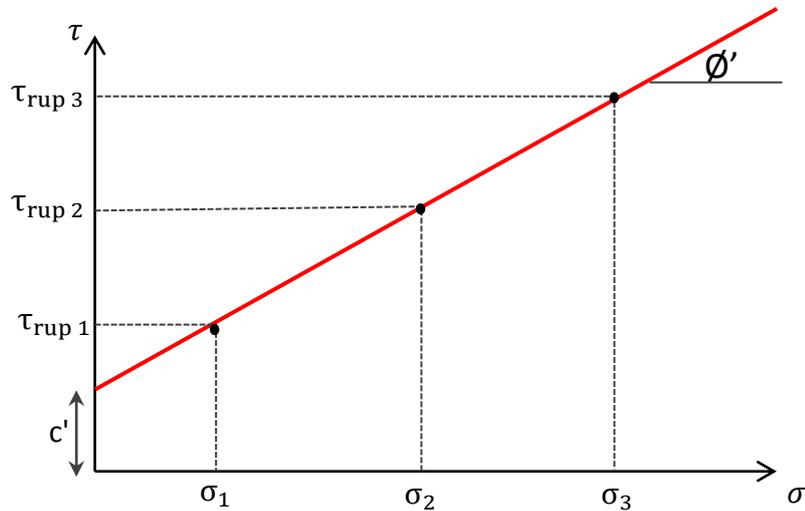
Pour un effort vertical donné, c'est à dire pour une contrainte normale  $\sigma_n$ , on construit deux courbes (figure 7).

- $\tau$  en fonction de  $\varepsilon_l$
- $\varepsilon_h$  en fonction de  $\varepsilon_l$ .



**Figure 7 :** Courbes expérimentales obtenues lors d'un essai de cisaillement direct.

Pour tracer une courbe intrinsèque, il est nécessaire de réaliser l'essai avec plusieurs valeurs de  $N$ , et déterminer sur la courbe  $(\tau - \varepsilon_1)$  le point qui correspond à la rupture  $\tau_{rup}$  pour chaque chargement, ce qui donne les points dans le plan de Mohr (figure 8). dans ce cas la résistance au cisaillement d'un sol est définie comme étant le maximum de la contrainte de cisaillement  $\tau$ .



**Figure 8 :** Courbe intrinsèque lors d'un essai de cisaillement direct.



**Figure 9 :** L'échantillon après un essai de cisaillement direct.

L'essai de cisaillement direct est réalisé en condition drainée. Il est particulièrement adapté aux sols pulvérulents, le sable est de grande perméabilité, les pressions interstitielles se dissipent rapidement. Par contre pour les argiles, les échantillons sont plus délicats à manipuler et le drainage est très long. Il permet néanmoins de déterminer les paramètres  $c'$  et  $\phi'$  dans les sols cohérents.

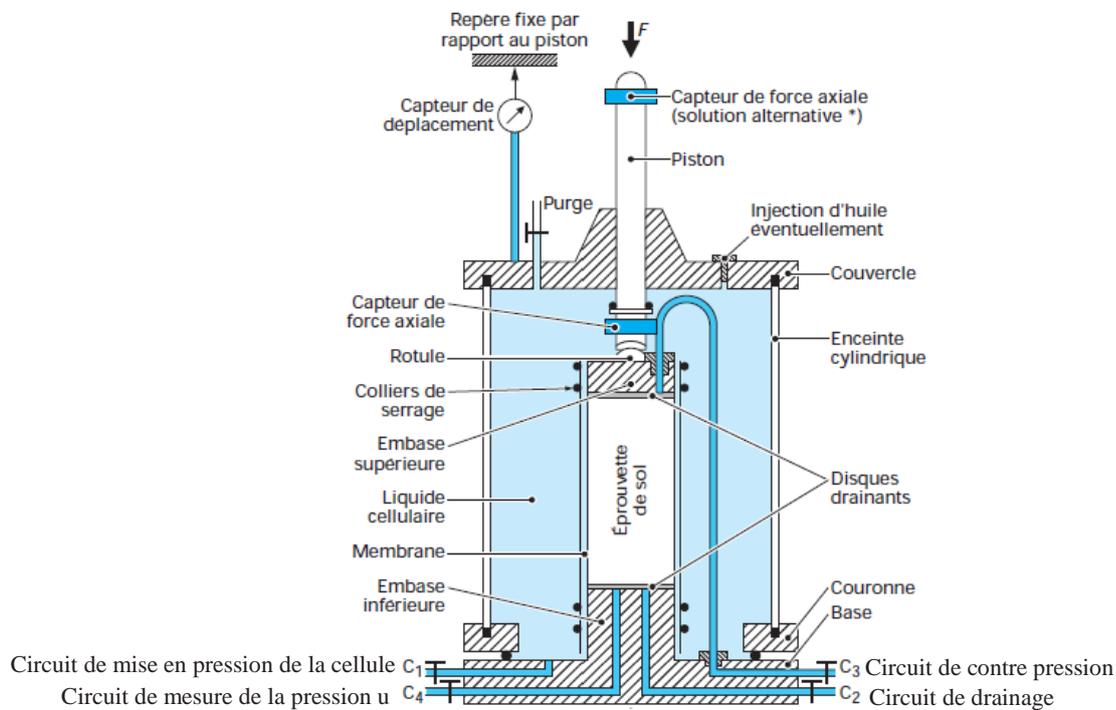
#### 4.2. L'essai triaxial :

L'essai triaxial a été développé pour remédier aux faiblesses que présentait l'essai de cisaillement direct. L'essai consiste à appliquer à la fois une contrainte axiale et radiale sur l'éprouvette de sol et de maîtriser les conditions de drainages. Cet appareil peut être utilisé pour tout type de sols naturels ou artificiels.

#### 4.2.1. Les étapes d'un essai triaxial :

L'essai triaxial est réalisé au moyen d'une cellule triaxiale dans laquelle on place une éprouvette de sol de forme cylindrique ( $\varnothing = 35\text{mm}$ ,  $1,9 \varnothing < h < 2,2 \varnothing$ ) (figure 10, 11). Pour réaliser l'essai, les étapes suivantes sont généralement suivies :

- Placer l'éprouvette sur le disque en papier filtre qui recouvre le disque drainant de l'embase inférieure
- Installer le deuxième disque drainant
- Recouvrir l'éprouvette d'une membrane
- Refermer avec l'embase supérieure
- Mettre en place l'enceinte cylindrique ;
- Remplir la cellule de liquide qui impose une pression hydrostatique  $\sigma_3$
- Appliquer une pression verticale  $F$  jusqu'à la rupture



**Figure 10 :** Schéma d'une cellule triaxiale



**Figure 11 :** Cellule triaxiale en place

#### 4.2.2. Les types d'essais triaxiaux :

En fonction des conditions de drainages de l'éprouvette de sol et la vitesse de chargement choisie, l'essai triaxial peut permettre de réaliser trois types d'essais :

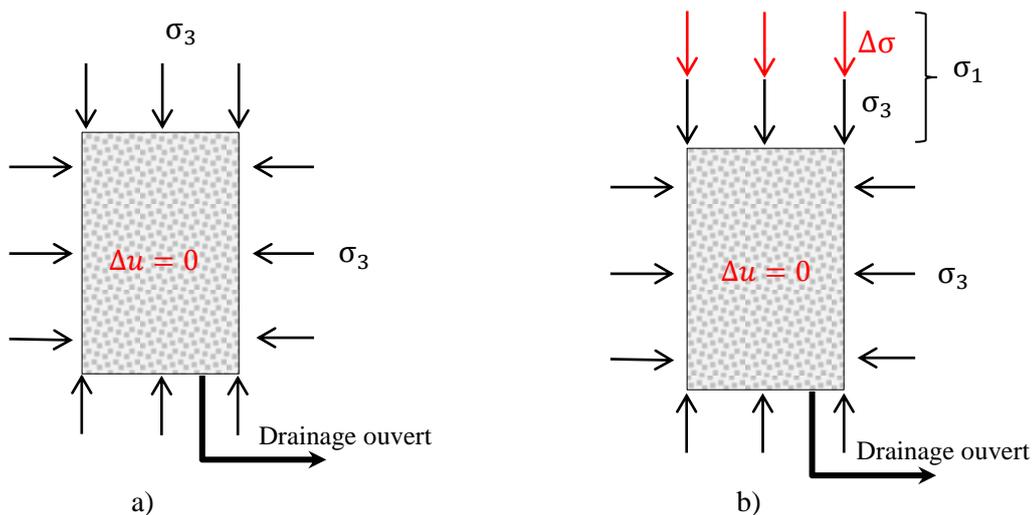
1. Un essai consolidé drainé (CD)
2. Un essai consolidé non drainé (CU)
3. Un essai non consolidé non drainé (UU)

##### 1. L'essai consolidé drainé (CD) :

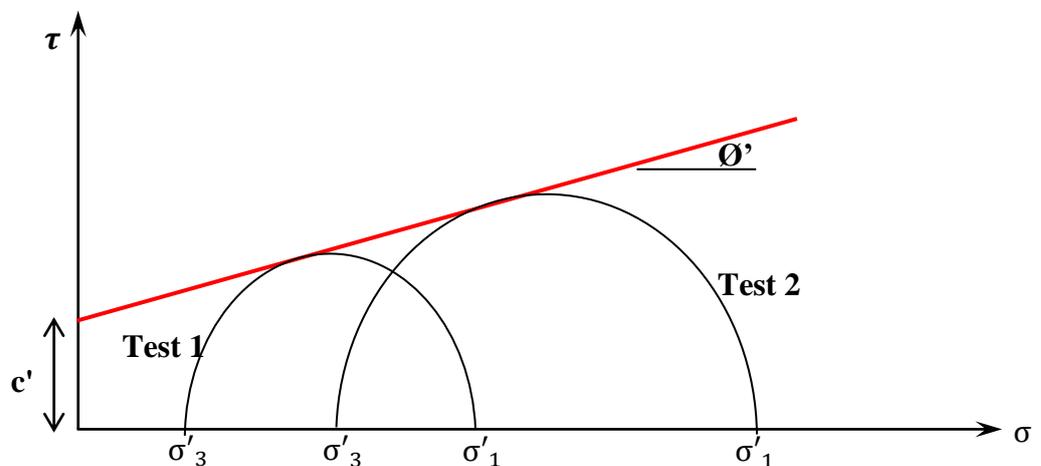
L'essai est réalisé en deux phases (figure 12) :

- Consolidation de l'éprouvette sous contrainte isotrope (contrainte de confinement).
- Cisaillement à drainage ouvert.

L'échantillon est drainé pendant la consolidation et le cisaillement ; de telles sortes que la surpression interstitielle n'augmente pas ( $\Delta u = 0$ ). Les contraintes cellulaires et axiales sont donc appliquées sur les particules de sol. La charge axiale est appliquée très lentement à l'étape de cisaillement. A la rupture, la contrainte effective maximale  $\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma$  avec  $\Delta\sigma$  est le déviateur, et pour déterminer  $c'$  et  $\phi'$ , il faut cisailier au moins trois échantillons.



**Figure 12 :** Principe de l'essai CD. a) consolidation drainée ; b) cisaillement drainé lent



**Figure 13 :** Essai consolidé drainé sur une argile surconsolidée.

À partir des résultats d'un certain nombre de tests effectués sur plusieurs échantillons, on peut tracer les cercles de Mohr à la rupture, comme le montre la figure 13. Les valeurs de  $c'$  et  $\phi'$  sont obtenues en traçant une tangente commune aux cercles de Mohr, qui représente l'enveloppe de Mohr-Coulomb.

- Cet essai est très lent : comportement à long terme



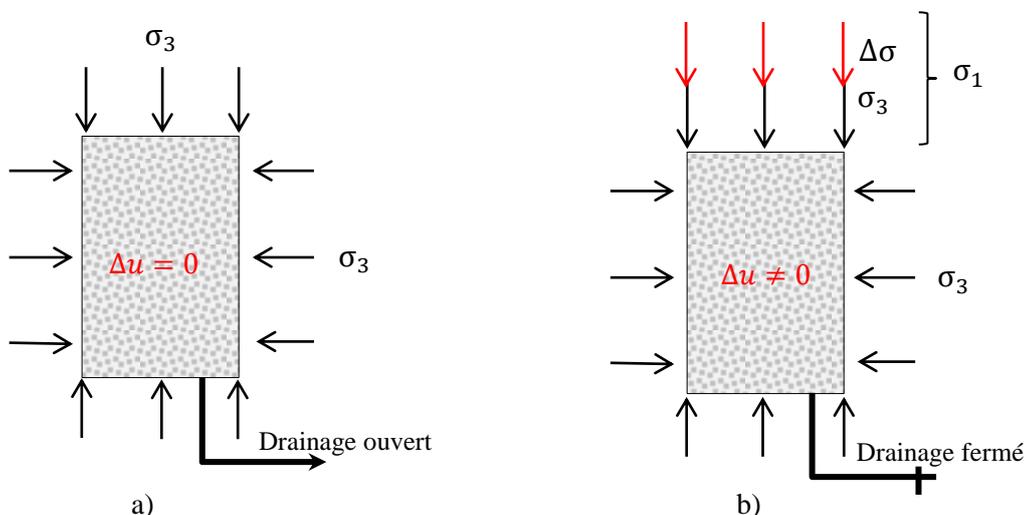
**Figure 14 :** Rupture d'un échantillon de sable après l'essai triaxial.

## 2. Essai consolidé non drainé (CU) :

Compte tenu de la difficulté liée à la réalisation de l'essai consolidé drainé et la durée très importante pour amener la rupture de l'échantillon de sol, les essais triaxiaux en condition non drainée CU sont plus pratiques pour obtenir les paramètres de résistance en contraintes effectives. Cette condition s'applique à court terme s'il y a peu de dissipation des surpressions d'eau.

Sur un sol saturé uniquement, l'essai est réalisé en deux phases (figure 15) :

- Consolidation de l'éprouvette sous contrainte isotrope (drainage ouvert)
- Cisaillement non drainé avec mesure de  $u$ .



**Figure 15 :** Principe de l'essai CU. a) consolidation drainée ;b) cisaillement non drainé.

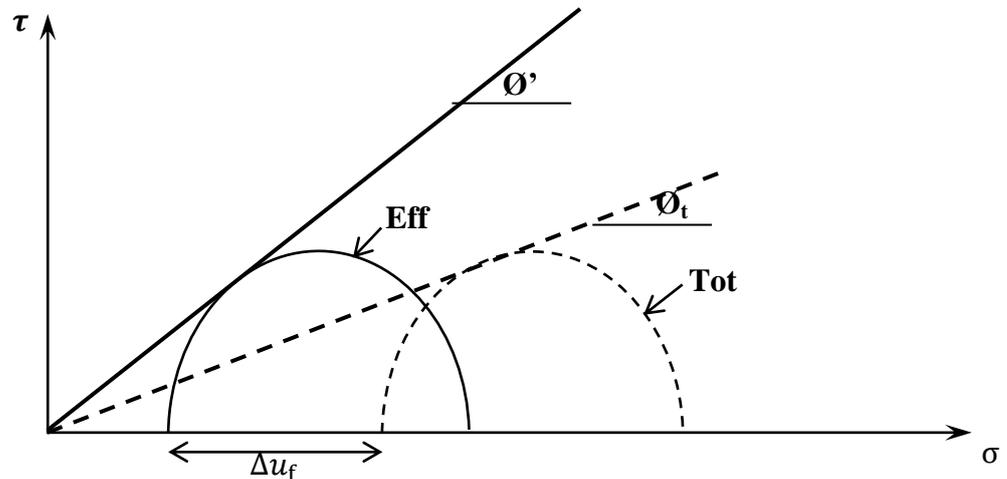
Lors de cet essai, la pression interstitielle induite pendant le cisaillement peut être mesurée de façon à connaître les contraintes totales et les contraintes effectives.

A la rupture, on peut tracer les cercles de Mohr en contraintes totales et effectives à partir d'une série d'échantillon de sol (figure 16). Il est à noter que les deux cercles ont le même diamètre parce que la rupture est définie à la valeur maximale, c'est-à-dire :

$$\sigma'_1 - \sigma'_3 = (\sigma_1 - \sigma_3)_{max} \quad (9)$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma'_3 \left[ \left( \frac{\sigma'_1}{\sigma'_3} \right) - 1 \right] \quad (10)$$

On remarque également que l'angle de frottement en contrainte totale  $\phi_t$  est plus petit par rapport à  $\phi'$



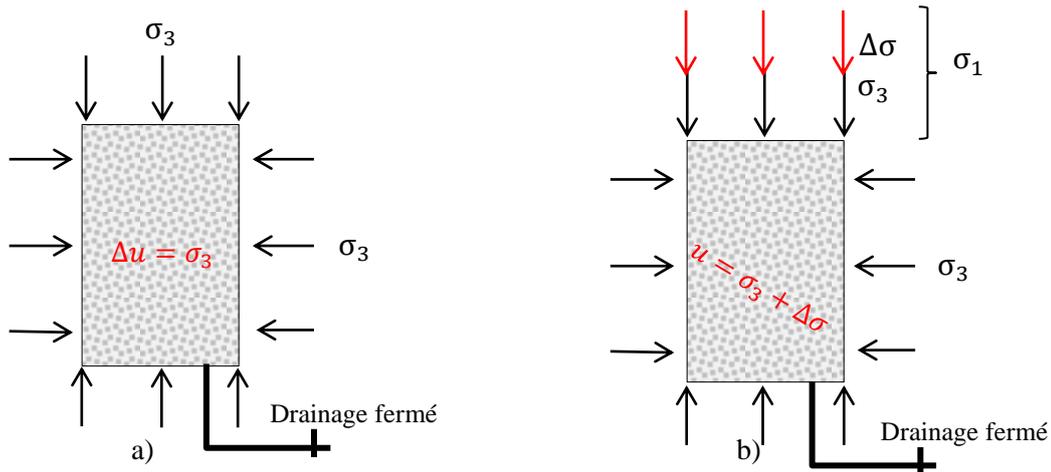
**Figure 16 :** Cercles de Mohr en contrainte effectives et totales pour une argile normalement consolidée.

### 3. Essai non consolidé non drainé (UU) :

Dans cet essai, L'échantillon de sol saturé placé dans la cellule triaxiale et soumis à deux étapes (figure 17) :

- Consolidation de l'éprouvette sous contrainte isotrope (drainage fermé)
- Cisaillement à une vitesse rapide jusqu'à la rupture (orifice toujours fermé).

L'essai est interprété en contraintes totales, il permet de calculer les paramètres de résistance au cisaillement non drainé  $c_u$  et  $\phi_u$ . Dans l'hypothèse où les échantillons sont tous identiques (même degré de saturation et indice des vides), on remarque que les cercles de Mohr ont le même diamètre et l'enveloppe de rupture forme une droite horizontale (figure 18). Cela s'explique par le fait qu'aucune variation de volume ne peut se produire au cours de l'essai et l'état des contraintes effectives ne varie pas (quelle que soit  $\sigma_3$ ). Dans ce cas la valeur de  $\phi_u \cong 0$ .

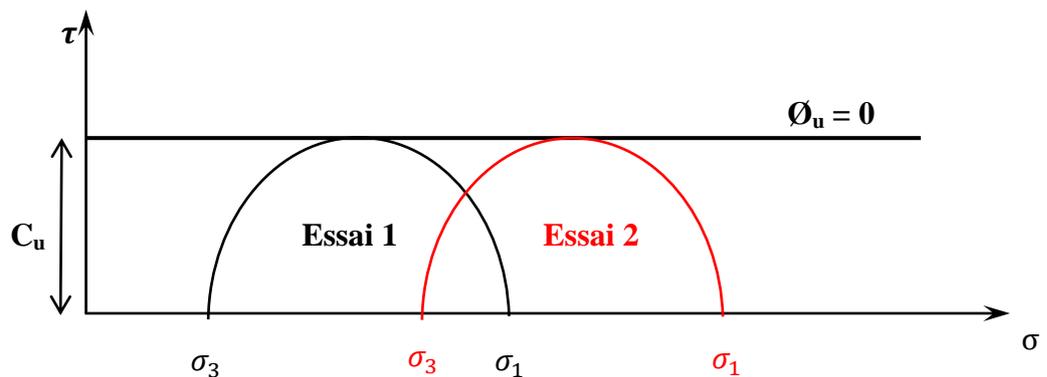


**Figure 17 :** Principe de l'essai UU. a) consolidation non drainée ;b) cisaillement non drainé.

A la rupture, la résistance au cisaillement est :

$$\tau = c_u = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (11)$$

Où  $c_u$  est la cohésion non drainée



**Figure 18 :** Cercles de Mohr en contrainte totales issus de l'essai UU.

### Choix des paramètres

En pratique, on utilise principalement, pour tous les types de sols et d'essais, l'appareil triaxial, qui garantit la maîtrise totale des conditions de drainage et n'impose pas le plan de rupture.

- Pour les **sols pulvérulents**, la résistance au cisaillement est toujours analysée en contraintes effectives :  $\tau' = c' + \sigma \tan \phi'$
- Pour les **sols fins cohérents saturés**, on distingue les états dits non drainés (ou de court terme) et drainés (ou de long terme). En cas de chargement rapide et d'absence de drainage, on peut caractériser la

résistance au cisaillement en contraintes totales au moyen de la cohésion non drainée  $c_u$

Applications	Paramètre(s) de résistance
Stabilité dans un matériau granulaire (sable-gravier)	$\phi$ ou $\phi'$
Stabilité dans une fondation d'argile avec mise en charge rapide	$c_u$
	$c', \phi'$ possible mais pas avantageux
Stabilité dans un massif ou fondation d'argile déjà consolidée	$c', \phi'$