Centre universitaire Abdelhafid boussouf Mila
Filière Biotechnologie végétale et amélioration et Biochimie semestre 5
Module : Biostatistique

TD 04

Exercice 1 Dans une usine, on utilise conjointement deux machines M_1 et M_2 pour fabriquer des pièces cylindriques en série. Pour une période donnée, leurs probabilités de tomber en panne sont respectivement $0,01$ et $0,008$. De plus la probabilité de l'événement "la machine M2 est en panne sachant que M1 est en panne" est égale à $0,4$.

1. Quelle est la probabilité d'avoir les deux machines en panne au même moment ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une machine qui fonctionne ?

Exercice 2 À l'IUT de Digne, 40% de garçons et 15% des filles mesurent plus de $1,80$m. De plus, 60% des élèves sont des filles. Sachant qu'un élève, choisi au hasard, mesure plus de $1,80$m, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Exercice 3 Au cours de la fabrication d'un certain type de lentilles, chacune de ces lentilles doit subir deux traitements notés T_1 et T_2. On prélève au hasard une lentille dans la production.
On désigne par A l'événement : "la lentille présente un défaut pour le traitement T_1".
On désigne par B l'événement : "la lentille présente un défaut pour le traitement T_2".
Une étude a montré que :

- la probabilité qu'une lentille présente un défaut pour le traitement T_1 est $\mathbf{P}(A) = 0,10$;
- la probabilité qu'une lentille présente un défaut pour le traitement T_2 est $\mathbf{P}(B) = 0,20$;
- la probabilité qu'une lentille présente aucun des deux défauts est $0,75$.

1. Calculer la probabilité qu'une lentille, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T_1 ou T_2.
2. Calculer la probabilité qu'une lentille, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour les deux traitements T_1 et T_2.
3. Les événements T_1 et T_2 sont ils indépendants ?
4. Calculer la probabilité qu'une lentille, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour un seul des deux traitements.
5. Calculer la probabilité qu'une lentille, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour le traitement T_2, sachant qu'il présente un défaut pour le traitement T_1.

Exercice 4 Dans une population Ω, deux maladies M_1 et M_2 sont présentes respectivement chez 10% et 20%. On suppose que le nombre de ceux qui souffrent des deux maladies est négligeable. On entreprend un dépistage systématique des maladies M_1 et M_2. Pour cela, on applique un test qui réagit sur 90% des malades de M_1, sur 70% des malades M_2, et sur 10% des individus qui n'ont aucune de ces deux affections.

1. Quand on choisit au hasard un individu ω dans Ω, quelle est la probabilité pour que le test réagisse ?
2. Sachant que pour un individu ω, le test a réagi, donner les probabitités :
   - pour que le test ait réagi à cause de la maladie M_1.
   - pour que le test ait réagi à cause de la maladie M_2.
   - pour que le test ait réagi alors que l'individu n'est infecté par qu'aucune des deux maladies M_1 et M

Correction TD 04

Exercice 1 1. $\mathbf{P}(M1 \cap M2) = \mathbf{P}(M1)\mathbf{P}(M2/M1) = 0,01 \times 0,4 = 0,004.$

2. $\mathbf{P}(\overline{M1} \cup \overline{M2}) = 1 - \mathbf{P}(M1 \cap M2) = 0,996$

Exercice 2 T : "événement mesuré plus de $1,80$m"

F : "événement être une fille"

On a $\mathbf{P}(F) = 0,6$, $\mathbf{P}(T/\overline{F}) = 0,4$ et $\mathbf{P}(T/F) = 0,15$. Ainsi :

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(F/T) &= \frac{\mathbf{P}(F \cap T)}{\mathbf{P}(T \cap F) + \mathbf{P}(T \cap \overline{F})} \\ &= \frac{\mathbf{P}(F) \times \mathbf{P}(T/F)}{\mathbf{P}(F) \times \mathbf{P}(T/F) + \mathbf{P}(\overline{F}) \times \mathbf{P}(T/\overline{F})} = 0,36.\end{aligned}$$

Exercice 3 1. $\mathbf{P}(A \cup B) = 1 - \mathbf{P}(\overline{A \cup B}) = 1 - \mathbf{P}(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - 0,75 = 0,25$

2. $\mathbf{P}(A \cap B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A \cup B) = 0,1 + 0,2 - 0,25 = 0,05$
3. Non car $\mathbf{P}(A \cap B) \neq \mathbf{P}(A) \times \mathbf{P}(B)$
4. L'événement "la lentille présente un défaut pour les deux traitements T_1 et T_2" est représenté par :

$$D = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) = (A \setminus A \cap B) \cup (B \setminus A \cap B)$$

Ainsi $\mathbf{P}(D) = \mathbf{P}(A \cap \overline{B}) + \mathbf{P}(\overline{A} \cap B) = (\mathbf{P}(A) - \mathbf{P}(A \cap B)) + (\mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A \cap B)) = \cdots = 0,2$

5. $\mathbf{P}(B|A) = \frac{\mathbf{P}(B \cap A)}{\mathbf{P}(A)} = \frac{0{,}05}{0{,}1} = 0,5$

Exercice 4 On note :

- $M_1 =$"être atteint par M_1",
- $M_2 =$"être atteint par M_2",
- $N =$"être atteint par aucune maladie"
- $R =$"le test réagit".

Le texte dit : $\mathbf{P}(M_1) = 0,1$, $\mathbf{P}(M_2) = 0,2$, $\mathbf{P}(N) = 0,7$, $\mathbf{P}(R|M_1) = 0,9$, $\mathbf{P}(R|M_2) = 0,7$ et $\mathbf{P}(R|N) = 0,1$,

1. $\mathbf{P}(R) = \mathbf{P}(M_1 \cap R) + \mathbf{P}(M_2 \cap R) + \mathbf{P}(N \cap R) = \mathbf{P}(M_1) \times \mathbf{P}(R|M_1) + \mathbf{P}(M_2) \times \mathbf{P}(R|M_2) + \mathbf{P}(N) \times \mathbf{P}(R|N) = 0,3.$
2.
   - $\mathbf{P}(M_1|R) = \frac{\mathbf{P}(M_1 \cap R)}{\mathbf{P}(R)} = 0,3$
   - $\mathbf{P}(M_2|R) = \frac{\mathbf{P}(M_2 \cap R)}{\mathbf{P}(R)} = \frac{7}{15} \approx 0,47$
   - $\mathbf{P}(N|R) = \frac{\mathbf{P}(N \cap R)}{\mathbf{P}(R)} = \frac{7}{30} \approx 0,23$