المحاضرة الخامسة: نظرية المباريات (1)

تمهيد

تعتبر نظرية المباريات أحد أساليب بحوث العمليات التي تستخدم في اتخاذ القرارات في ظل حالات ومواقف تتسم بالصراع والتنافس بين أطراف لها صفة الاستقلال.

وسيتم تقسيم هذا الفصل إلى ثلاثة مطالب أساسية، نتناول في المطلب الأول مفاهيم عامة حول نظرية المباريات، أما المطلب الثاني فيتم تخصيصه إلى النمذجة الرياضية لنظرية المباريات، أما المطلب الثالث فسنتطرق فيه إلى أهم النماذج المستخدمة في حل مسائل المباريات.

المطلب الأول: ماهية نظرية المباريات

أولا: نشأة وتطور نظرية المباريات

ويعتبر العالم الفرنسي "إيميل بورال" (Emil Borel) هو الرائد فيما يتعلق باستخدام أفكار نظرية المباريات حيث كان أول من طرح فكرة نظرية الألعاب في عام 1921، كما ساهم العالم الفرنسي " جون فون نيومان" (Jon Von Neuman) عام 1928، حيث قام بتطبيقها في عام 1933 عندما قام بدراسة وتحليل المشكلات الخاصة بالاحتكار الثنائي والمتعدد.

هذا كما ساهم التطور الذي حدث في نموذج البرمجة الخطية عام 1947 في إحداث تطوير سريع وفعال في نظرية المباريات، حيث تم استخدام هذا النموذج في حل بعض المشكلات الخاصة بتطبيق هذه النظرية.

ثانيا: مفهوم نظرية المباريات استخداماتها

1- مفهوم نظرية المباريات

تعرف على أنها عبارة عن أداة من الأدوات الرياضية تساهم بشكل كفء وفعال في حل المشكلات التي تواجه متخذي القرارات وذلك عند قيامهم بالبحث عن الإستراتيجيات التي سواء كانت استراتيجيات الخصم معروفة لديهم أو غير معروفة، وفي ضوء ذلك تهتم نظرية المباريات بإجراء تحليلات رياضية لاستراتيجيات اللاعبين في مواقف الصراع أو التنافس المختلفة وفق قواعد معروفة مسبقا تتمثل فيما يلي:

- وجود عدد محدود من المشاركين في المباراة؛
- يتاح لكل مشارك في المباراة عدد محدود من الإستراتيجيات؛
- تكون استراتيجيات الأطراف المشاركة في المباريات قابلة للتطبيق؛
- يوجد عائد معين لكل إستراتيجية مطبقة؛
- يعرف كل طرف مشترك في المباراة استراتيجيات الأطراف الأخرى المشاركة في هذه المباراة، لكنه لا يعرف ما يستخدم فيها.

1- استخداماتها

إن تطبيقات نظرية الألعاب واسعة ومتعددة وقد أشارا صاحبي النظرية " فون نيومان" و"مورغنستين" بأن الأداة الفعالة لنظرية الألعاب يجب أن ترتبط ارتباط وثيق بعلم الاقتصاد ونظرية سلوك المستهلك، وتعتبر النماذج الاقتصادية وخصوصا نموذج اقتصاد السوق، سوق المنافسة الكاملة مكانا مثاليا لاختبار فرضيات نظرية الألعاب، بالإضافة إلى الاستعمال الكثيف لنظرية الألعاب في قسم بحوث العمليات الذي يخوض في مسائل تعظيم الأرباح وتخفيض التكاليف، كما ترتبط نظرية الألعاب ارتباطا وثيقا بعلم الاجتماع وتستخدم على نطاق واسع في السياسة.

كما استخدمت نظرية الألعاب في العلوم الاجتماعية، وفي السلوكيات السياسية والاجتماعية والنفسية.

ثالثا: أنواع المباريات

يمكن التمييز بين العديد من أنواع المباريات استنادا إلى بعض المعايير الأساسية وذلك كما يلي:

1- حسب عدد المشاركين: هناك نوعين من المباريات وفقا لعدد المتنافسين وهما:

- المباريات الثنائية؛
- المباريات متعددة الأطراف.

2- حسب عدد الإستراتيجيات المعتمدة: يمكن التمييز بين نوعين أساسين من أنواع المباريات استنادا لعدد الإستراتيجيات المعتمدة، حيث قد تكون المباراة محددة، أو تكون غير محددة.

3- حسب الحظ أو المهارة أو كليهما معا: يمكن التمييز بين ثلاثة أنواع من المباريات استنادا إلى الحظ أو المهارة أو كليهما معا وذلك كما يلي:

أ- مباريات الحظ: تعتبر المباراة مباراة حظ إذا اعتمدت نتيجتها على هذا الحظ وحده دون وجود دخل للمهارة في تحديد هذه النتيجة، مثل: لعبة اليانصيب؛

ب- مباريات المهارة: تعتبر المباراة مباراة مهارة إذا اعتمدت نتيجتها على المهارة وحدها دون وجود للحظ في تحديد هذه النتيجة، مثل: الألعاب الرياضية الفردية؛

ج- مباريات الحظ والمهارة معا: تعتبر المباراة من مباريات الحظ والمهارة معا إذا مزجت بين كل من الحظ والمهارة معا، مثل: عمليات التسويق والمعارك الحربية.

4- حسب النتيجة النهائية لها: يمكن التمييز بين نوعين من المباريات استنادا إلى النتيجة النهائية لها وذلك كما يلي:

أ- مباريات صفرية الحصيلة: طبقا لهذا النوع من المباريات فإن النتيجة النهائية لها تتمثل في أن يكون المجموع الجبري لمكسب وخسارة الطرفين يساوي الصفر، وبالتالي فإن مكسب أحد الأطراف يعد في نفس الوقت خسارة للطرف الآخر، حيث يسعى كل طرف من أطراف المباراة إلى تعظيم مكاسبه إلى أكبر قدر ممكن، أو تدنية خسارته إلى أقل قدر ممكن، وهذا ويتسم هذا النوع من المباريات بوجود المنافسة الشديدة بين الأطراف المتصارعة؛

ب- مباريات غير صفرية الحصيلة: طبقا لهذا النوع من المباريات يكون مكسب أحد الأطراف أكبر أو أقل من خسارة الطرف الآخر، وبالتالي فهو لا يساويه.

المطلب الثاني: النمذجة الرياضية لنظرية المباريات

إن عملية المنافسة والصراع بين اللاعبين سواء كانوا ذات صفة معنوية أو طبيعية يترتب عنه نتائج معينة تتسم بكونها ذات طبيعة مالية، ويتم التوصل إليها من خلال اعتماد نوعين من العلاقات الرياضية تعبر عن تطلعات كل من اللاعب الأول واللاعب الثاني وذلك من خلال تحديد مقدار (a_{ij}) الذي يمثل مصفوفة النتائج المالية الناجمة عن تقاطع رغبات كل من اللاعبين في حالة المنافسة والصراع على مكاسب معينة أو تجنب خسارة أو مخاطرة معينة في السوق أو مواقع عمل، ويتم جمع النتائج في مصفوفة يطلق عليها إسم مصفوفة الدفع (Pay of matrix)، وتفسر البيانات المالية والنقدية في هذه المصفوفة بأنها مقدار ما يدفعه اللاعب الثاني للاعب الأول في حالة فوز الأخير عند اتخاذه قرار معين لاختيار إستراتيجية معينة أو بديل معين.

إن الصيغة الرياضية لمصفوفة الدفع في ظل نظرية الألعاب على افتراض أن (i) يمثل قرار اللاعب الأول و(j) يمثل قرار اللاعب الثاني هي على الشكل التالي:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

حيث أن:

- الإستراتيجيات الممكنة للاعب الأول تمثل الأسطر؛
- الإستراتيجيات الممكنة للاعب الثاني تمثل الأعمدة؛

إن عناصر المصفوفة (a_{ij}) إما أن تكون موجبة أو تكون سالبة، فإذا كانت موجبة فإنها تعبر عن مقدار الربح المتحقق للاعب الأول عند إتباعه إستراتيجية (i) في نفس الوقت الذي يتبع فيه اللاعب الثاني إستراتيجية (j)، أما إذا كانت سالبة فإنها تعبر عن خسارة اللاعب الأول عند إتباعه الإستراتيجية (i) في نفس الوقت الذي يتبع فيه اللاعب الثاني إستراتيجية (j)، وبناء على ما تقدم يمكن صياغة العلاقات الرياضية التالية:

أ- اللاعب الأول (P_1)

- إذا كانت مصفوفة الدفع هي (a_{ij})؛
- إن اللاعب الثاني (j) يسعى إلى تقليل العوائد التي يمكن أن يحصل عليها اللاعب الأول أي أن:

$min_{(j)}\ (a_{ij})$

- إن اللاعب الأول (i) يسعى إلى تعظيم أقل ربح ممكن أن يحصل عليه أي أن:

$maxi_{(i)}min_{(j)}\ (a_{ij})$

- إن قيمة اللعبة والمنافسة للاعب الأول هي:

$maxi_{(i)}min_{(j)}\ (a_{ij}) = V_1$

ب- اللاعب الثاني (P_2)

- إذا كانت مصفوفة الدفع هي (a_{ij}) ؛
- إن اللاعب الأول (i) يسعى إلى تعظيم الخسائر التي يمكن أن تلحق باللاعب الثاني أي أن:

$max_{(i)}\ (a_{ij})$

- اللاعب الثاني (j) يسعى إلى تقليل أكبر خسارة يمكن أن تلحق به نتيجة هذه المباراة أو هذا الصراع أي أن:

$min_{(j)}max_{(i)}\ (a_{ij})$

- إن قيمة اللعبة والمنافسة للاعب الثاني هي:

$min_{(j)}max_{(i)}\ (a_{ij}) = V_2$