## المحاضرة الرابعة: نظرية صفوف الإنتظار (النموذج المتعدد)

## رابعا: نموذج صف انتظار منفرد مع عدة مراكز لتقديم الخدمة

يتطلب تطبيق هذا النموذج ما يلى:

- معدل تقديم الخدمة يتبع التوزيع الأسي؛
- معدل وصول الزبائن يتبع توزيع بواسون؛
- أسلوب تقديم الخدمة على أساس من يصل أولا يخدم أولا. وجملة المعادلات الرياضية التي تحكم هذا النموذج وهي:

$$P = \frac{\lambda}{S\mu}$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s! \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)}}$$

$$P_n = \left(\frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!}\right) P_0 \qquad n \le S$$

$$P_n = \left(\frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{S! S^{n-S}}\right) P_0 \qquad n > S$$

$$L_q = \frac{P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{S! (1 - P)^2} P$$

$$L = L_q + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

## المطلب الثالث: تكاليف نظم صفوف الانتظار

تتكون التكلفة الكلية للخدمة  $(C_{\rm S})$  من تكلفتين أساسيتين وهما: تكلفة تقديم الخدمة  $(C_{\rm S})$  وتكلفة الانتظار  $(C_{\rm W})$ ، فتكلفة تقديم الخدمة تتكون من التكاليف المباشرة وغير المباشرة التي تستخدمها المؤسسة عند تقديمها للخدمة، وترتبط بعلاقة طردية مع مستوى جودة الخدمة، أي كلما كان في هدف متخذ القرار

تحسين مستوى جودة الخدمة ينبغي عليه تحمل تكاليف إضافية كدفع أجور لمقدمي الخدمة الجديدة؛ أما تكلفة الانتظار فهي أيضا مجموع التكاليف المباشرة وغير المباشرة التي تتحملها المؤسسة نتيجة الوقت الذي ينفقه طالب الخدمة في الانتظار، وكلما ارتفعت جودة الخدمة كلما انخفضت هذا التكلفة، أي أنها ترتبط بعلاقة عكسية مع مستوى جودة الخدمة.

ويمكن التعبير عنها بالعلاقة الرياضية التالية:  $C_{
m t} = C_{
m S} + C_{
m W}$