المحاضرة الثالثة: نظرية صفوف الإنتظار (النموذج البسيط)

تمهيد

إن ظواهر الإنتظار مشاهدة بكثرة في الواقع العملي أمام شبابيك البنوك، في محطات المسافرين، في الآلات المتعطلة التي تنتظر الصيانة، أو في محطات التزويد بالوقود...الخ.

المطلب الأول: الإطار المفاهيمي لنظرية صفوف الانتظار

أولا: نشأة وتطور نظرية صفوف الانتظار

بدأت فكرة نظرية صفوف الانتظار في الظهور عام 1909 عندما قام (A.K Erlang) بإجراء تجاربه على مشكلة تتعلق بعمليات الازدحام في المكالمات الهاتفية وذلك سعيا لوضع نظام يتم بموجبه تنظيم تتابع هذه المكالمات دون حدوث أزمة انتظار، وتم اكتشاف نظرية صفوف الإنتظار من طرف العالم البريطاني الرياضي "كاندال" (Kendall)، حيث كان التوسع باستخدام هذه النظرية وخاصة بعد الحرب العالمية الثانية، لتشمل الكثير من منظمات الأعمال الخدمية والإنتاجية التي تعاني من مشكلة الانتظار والتكدس في الوحدات الطالبة للخدمة، من أجل تقليلها إلى أدنى حد ممكن، وأن القرار يرتبط بمتغيرين أساسيين يجب الموازنة بينهما قصد تقليل وقت الانتظار وهما:

- كلفة الانتظار من أجل الحصول على الخدمة؛
- كلفة اتخاذ القرار.

ثانيا: مشكلة وفرضيات نظام صفوف الانتظار

أ- **تحديد المشكلة:** تنشأ مشكلة صفوف الانتظار إذا كان معدل وصول الزبائن سريعا بدرجة تفوق معدل أداء الخدمة للزبون الواحد، وكذلك في حالة كون معدل أداء الخدمة أسرع من معدل وصول الزبائن حيث يبقى بعض مواقع تأدية الخدمة أو تقديم السلعة عاطلة عن العمل وتكون بحذ ذاتها صفا للانتظار، وفي كلا الحالتين المتعلقة بانتظار الزبائن أو انتظار مقدمي الخدمة أو السلعة، فإن هذه المشكلة يترتب عليها تكاليف يستوجب دراستها من أجل تقليلها إلى أدنى حد ممكن.

كما أن المشكلة هي تقديم الخدمات في الزمن المناسب وبأقل تكلفة ممكنة من الآلات والمعدات والطاقة البشرية وبأكبر فائدة متوقعة، بالإضافة إلى تفادي فقدان الزبائن وسوء تخطيط الإمكانات بأن تكون معطلة في حالة توفرها أكثر من اللازم.

ب- **الفرضيات التي تحكم نظام صفوف الانتظار:** لابد علينا من التعرف على أهم الفرضيات التي تتحكم في نظام صفوف الانتظار تتمثل فيما يلي:

- إن حجم الزبائن الذين يدخلون النظام يتكون من عدد لا نهائي من طالبي الخدمة؛
- يصل الزبائن طالبي الخدمة إلى النظام بشكل أفراد وليس جماعات؛
- يتم تقديم الخدمة حسب أولوية الوصول (من يصل أولا يخدم أولا)؛

- إن الزبائن طالبي الخدمة لا يفقدون دورهم بسبب طول صف الانتظار؛
- إن متوسط معدلات الوصول (λ) ومتوسط معدلات الخدمة (μ) لا يتغير بتغير الزمن.

ثالثا: أهداف نظرية صفوف الانتظار: يتحقق من دراسة هذه النظرية ما يلي:

- مساعدة أصحاب القرار في تقييم تكلفة انتظار الزبون في الطابور؛
- تحديد فعالية نظام الخدمة المقدم وتحديد تكلفة أداء الخدمة؛
- توظيف عدد محدد من مقدمي الخدمة للزبائن؛
- تحديد الفترة الزمنية للانتظار وجعلها أقل ما يمكن؛
- إنشاء مراكز خدمة متعددة لتقديم الخدمة؛
- إجراء موازنة دقيقة بين تكاليف الانتظار وتكاليف اتخاذ القرار لإنشاء مراكز خدمة جديدة.

رابعا: المفاهيم الأساسية لنظرية صفوف الانتظار

يمكن تعريف نظرية صفوف الإنتظار بأنها: "مجموعة من المفاهيم والفروض والمبادئ العلمية التي تسعى إلى تحقيق التوازن بين رغبات طالبي الخدمة ومصالح مؤدي هذه الخدمة".

ولنظرية صفوف الانتظار مصطلحاتها العلمية الخاصة بها ومن هذا المصطلحات:

- **الوحدات طالبة الخدمة:** قد تكون هذه الوحدات إما أفرادا مثل: المرضى وعملاء المحلات التجارية والصناعية، وإما أشياءا مثل: السيارات، السفن والطائرات...الخ؛
- **صف أو خط الانتظار:** يتكون صف أو خط الانتظار من الأفراد أو الأشياء طالبة الخدمة والتي تنتظر دورها للحصول على هذه الخدمة، هذا وقد يكون صف أو خط الانتظار محدود العدد، كما قد يكون غير محدود العدد؛
- **نظام أو مركز الخدمة:** يقصد به المكان الذي يشمل مركز أو مراكز الخدمة وصفوف الانتظار، هذا من ناحية ومن ناحية أخرى فإن هذا النظام يتضمن أيضا مجموعة الوحدات طالبة الخدمة والتي مازالت تنتظر دورها لتلقي هذه الخدمة مضافا إليها الوحدات التي دخلت فعلا في مرحلة تلقي الخدمة.

خامسا: مكونات نظام صفوف الانتظار

يبنى نظام صفوف الانتظار على العناصر الأساسية التالية:

- نمط وصول العملاء؛
- زمن أداء الخدمة للعميل؛
- عدد مقدمي الخدمة؛
- الطاقة الاستيعابية لمكان تقديم الخدمة؛
- أسلوب أداء الخدمة للعملاء.

ويمكن شرح كل عنصر من العناصر السابقة كما يلي:

1- زمن أداء الخدمة للعميل: ويعبر عن متوسط عدد الوحدات التي يقوم مركز الخدمة بخدمتها خلال وحدة زمنية معينة مثل: الشهر، الأسبوع، اليوم، الساعة أو الدقيقة.

2- عدد مقدمي الخدمة للعملاء: يقصد به ما إذا كانت خدمة العملاء تتم من خلال مركز خدمة منفرد أو من خلال عدة مراكز للخدمة.

3- طاقة نظام الخدمة: ويقصد به مدى استيعاب نظام الخدمة لعدد من العملاء الذين يمكن أن يتواجدوا في هذا النظام سواء كانوا في الطابور، أو في مكان تقديم الخدمة. فقد تكون طاقة نظام الخدمة المؤداة للعملاء محدودة أو غير محدودة، حيث يسمح في نظام الخدمة التي تكون طاقته محدودة بتواجد عدد محدود من العملاء، بينما يسمح نظام الخدمة الذي تكون طاقته غير محدودة بتواجد عدد غير محدود من العملاء.

4- أسلوب تقديم الخدمة: ويقصد به الطريقة التي سيتم على أساسها خدمة العملاء، فقد يتم خدمتهم حسب طريقة من يصل أولا يخدم أولا (FIFO/FCFS) مثل خدمة العملاء حين شراء تذاكر لمشاهدة مباراة كروية أو دفع قيمة المشتريات في المحلات التجارية أو محطات الوقود وغيرها، أو طريقة من يصل أخيرا يخدم أولا (LIFO/LCFS) ويستخدم هذا المبدأ في معظم أنظمة التخزين، أو قاعدة الأسبقية (PSO) والتي يتم تقديم الخدمة حسبها لوحدات معينة وفقا لأهميتها النسبية مثل تقديم الخدمة للعميل الذي قام بحجز مسبق أو لعلاج المرضى في المستشفيات في حالات الإسعاف، أو قد يتم تقديم الخدمة بطريقة عشوائية (SIRO).

المطلب الثاني: نماذج صفوف الانتظار

يتم تقسيم نماذج صفوف الانتظار إلى:

أولا: النموذج المبسط (صف انتظار منفرد ومركز خدمة منفرد): من شروط تقديم الخدمة على أساس هذا النموذج:

- معدل وصول العملاء إلى النظام يتبع توزيع بواسون (Loi de Poisson)؛
- معدل تقديم الخدمة يتبع التوزيع الأسى (Loi Exponential)؛
- أسلوب تقديم الخدمة على أساس من يصل أولا يخدم أولا (FIFO)؛
- حجم المجتمع غير محدود؛
- يشترط أن يكون $\frac{\lambda}{\mu}$ <1.

من جملة المعادلات الرياضية التي تحكم هذا النموذج نجد:

$$P_0 = 1 - P$$
$$P = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n . P_0$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right)$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W_q = (\lambda/\mu)(1/(\mu - \lambda))$$

ولحساب الزمن المستغرق في النظام والطابور نستخدم العلاقات التالية:

$W(t) = e^{-t/W}$ $t \geq 0$

$W_q(t) = Pe^{-t/W}$ $t \geq 0$

$P_n = {e^{-P}P^n}/{n!}$ (e=2,71828)

حيث:

P: معامل الاستخدام؛

P_0: معامل عدم الاستخدام؛

λ: معدل وصول العملاء؛

μ: معدل تقديم الخدمة؛

L: متوسط عدد العملاء في النظام؛

L_q: متوسط عدد العملاء في الطابور؛

W: متوسط الوقت الذي يقضيه العميل في النظام؛

W_q: متوسط الوقت الذي يقضيه العميل في الطابور.

W(t): احتمال أن يقضي العميل أكثر من وحدة زمنية في النظام؛

$W_q(t)$: احتمال أن يقضي العميل أكثر من وحدة زمنية في الطابور؛