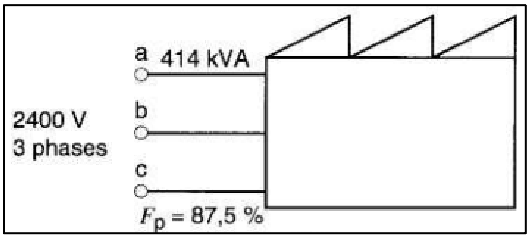
# TD1 Systèmes triphasés

## Exercice 1

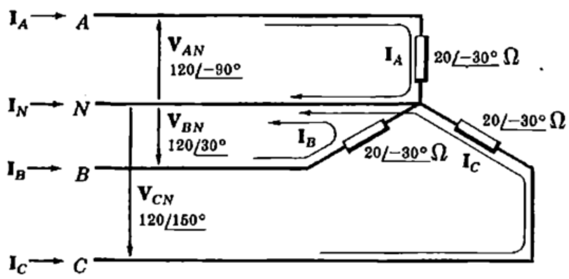
Une usine absorbe 414 kVA d’une ligne triphasé à 2400 V.




La charge est assez bien équilibrée, et le facteur de puisssance est de 87,5%( en retard) Déterminer : -l’impédance de l’usine. par phase. -L’angle entre le courant de ligne et la tension ligne à neutre. - Le diagramme vectoriel complet de l’usine.

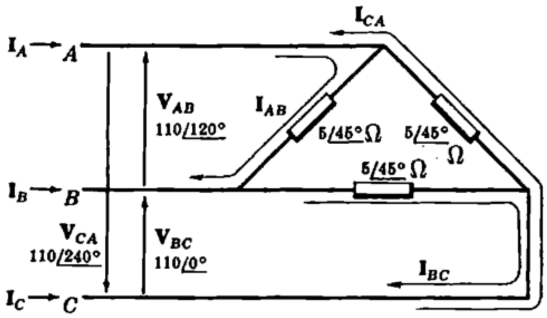
## Exercice 2

Un réseau triphasé a quatre conducteurs de 208 V (CBA) alimente une charge équilibre monte en étoile et compose d'impédances de $20\angle -30^\circ\ \Omega$ - Calculer les courants de ligne et tracer le diagramme vectoriel du systeme.



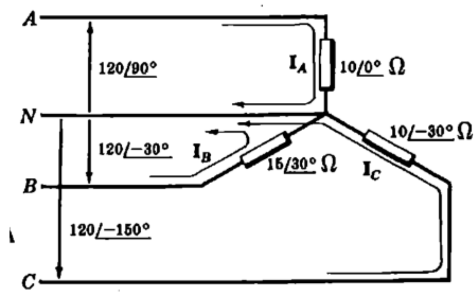

## Exercice 3

Un réseau triphasé a trois conducteurs de 110 V (ABC) alimente trois impédances identiques de $5\angle 45^\circ\ \Omega$ montées en triangle, Calculer 1es courants de ligne (courants dans les conducteurs) $I_A$ , $I_B$ el $I_C$ et faire une représentation vectorielle.



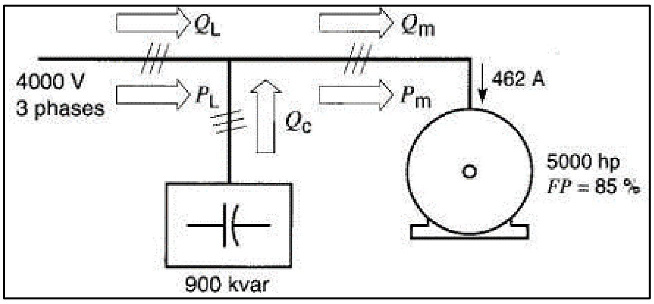

## Exercice 4

Un système triphasé (ABC) quatre conducteurs de 208 V alimente une charge connecte en étoile pour laquelle on a Za , Zb, Zc . Calculer les courants dans les differents conducteurs ainsi que la puissance totale




## Exercice 5

Un moteur de 5000 HP tire un courant de 462 A d’une ligne triphasée à 4000 V. le facteur de puissance du moteur est de 85%. Un banc de condensateurs de 900 kVAR est installé aux bornes du moteur pour améliorer le facteur de puissance de la ligne. Calculer :* la puissance active absorbée par le moteuret la puissance réactive absorbée. **la puissance réactive fournie par la ligneainsi que le courant tiré de la ligne. ***tracer le diagramme vectoriel pour une phase.




## Exercice 6

Un essai à 2 Wattmètres sur un moteur triphasé donne les résultats suivants :P1=5950 W et P2=2355 W,Le courant dans les trois fils de ligne sont de 10 A et la tension entre les lignes est de 600 V.Calculer le FP du moteur.Démontrer l'application de la méthode de 2 Wattmètres dans un réseau équilibré.

## Exercice 7

Une l'installation électrique triphasée 230 V/400 V d'un atelier comportant :
– Des luminaires et des appareils de bureautique représentant 6 kW répartis uniformément sur les trois phases et de facteur de puissance unitaire.– Trois machines triphasées consommant chacune 5 kW avec un facteur de puissance de 0,8 arrière.– Un appareillage particulier représentant trois impédances identiques Z== 10 Ω + j15 Ω câblées en triangle sur les phases.1) Calculer les puissances active et réactive $P_Z$ et $Q_Z$ consommées par les impédances .2) Calculer la puissance active totale consommée par l'atelier.
3) Calculer la puissance réactive totale consommée par l'atelier.4) En déduire la puissance apparente totale et la valeur du courant de ligne I consommé.

4)Calculer la valeur du facteur de puissance de l'atelier, ce facteur est-il tolérable par le fournisseur d'énergie ?

6)Représenter dans le plan complexe les tensions simples, composées et les courants de ligne des trois phases.

7)Calculer la valeur des capacités C, câblées en étoile, permettant de relever le facteur de puissance à la valeur 1.

8)Calculer, dans le cas de la question précédente, l'impédance à laquelle l'atelier est équivalent en schéma monophasé équivalent.

Solution td systeme triphasé

Ex1

a) Nous modélisons la charge de l'usine en la représentant par trois impédances raccordées en étoile (Fig. 26-14b).

La tension par phase est:

$$E_{LN} = \frac{E_L}{\sqrt{3}} = \frac{2400}{\sqrt{3}} = 1386 \text{ V}$$

La puissance apparente par phase est:

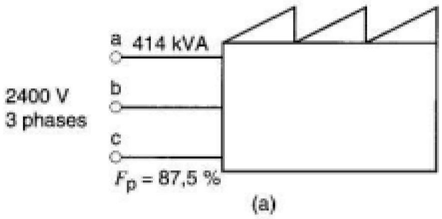
$$S_{\text{par phase}} = \frac{S_{\text{totale}}}{3} = \frac{414 \text{ kVA}}{3} = 138 \text{ kVA}$$

Le courant par phase est:

$$I = \frac{S_{\text{par phase}}}{E_{LN}} = \frac{138\ 000 \text{ VA}}{1386 \text{ V}} = 100 \text{ A}$$

d'où l'impédance par phase:

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{1386 \text{ V}}{100 \text{ A}} = 13{,}9\ \Omega$$



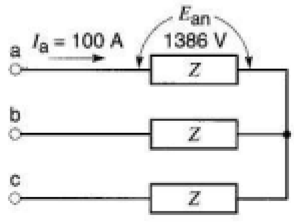

(a)

b) L'angle entre le courant et la tension ligne à neutr est donné par:

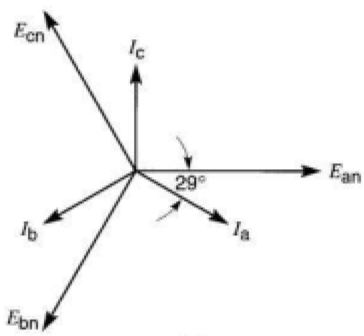
$\theta$ = arccos ($FP$) = arccos 0,875 = 29° éq. 25-

Le courant est en retard sur $E_{LN}$ de 29°, dans cha que phase.

c) Le diagramme vectoriel est montré à la Fig. 26-14c En pratique, on simplifierait le diagramme en n montrant qu'une seule phase, soient les vecteurs $E_{ar}$ $I_a$, et l'angle entre les deux.




(b)




Ex2

**Exemple 2.** Un réseau triphasé à quatre conducteurs de 208 V (*CBA*) alimente une charge équilibrée montée en étoile et composée d'impédances de $20\underline{/-30^\circ}$ $\Omega$. Calculer les courants de ligne et tracer le diagramme vectoriel du système.

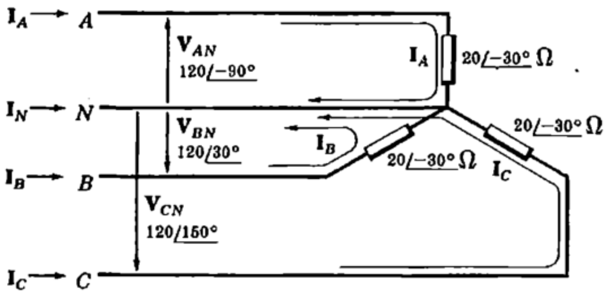



Fig. 14-8

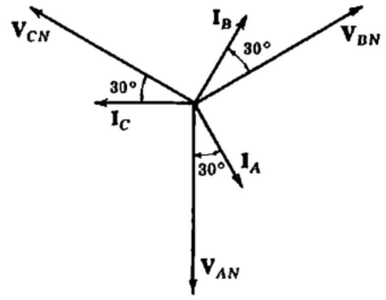



Fig. 14-9

Dessinez le circuit et appliquez-y les différentes tensions simples comme le montre la Fig,14-5 (*b*). Choisissez les courants de ligne comme l'indique la Fig. 14-8 où tous les courants retournent par le conducteur neutre. Nous avons alors

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z} = \frac{120\underline{/-90^\circ}}{20\underline{/-30^\circ}} = 6{,}0\underline{/-60^\circ}\ \text{A}$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z} = \frac{120\underline{/30^\circ}}{20\underline{/-30^\circ}} = 6{,}0\underline{/60^\circ}\ \text{A}$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z} = \frac{120\underline{/150^\circ}}{20\underline{/-30^\circ}} = 6{,}0\underline{/180^\circ}\ \text{A}$$

En choisissant le sens du courant dans le conducteur neutre comme étant positif lorsqu'il est dirigé vers la charge, nous obtenons

$$I_N = -(I_A + I_B + I_C) = -(6{,}0\underline{/-60^\circ} + 6{,}0\underline{/60^\circ} + 6{,}0\underline{/180^\circ}) = 0$$

La représentation vectorielle de la Fig. 14-9 montre les différents courants de ligne équilibrés: ils sont en avance sur les tensions simples correspondantes d'un angle de 30° (déphasage dû à l'impédance de charge).

*Pour une charge équilibrée montée en étoile les courants de ligne sont égaux aux courants de phase, le courant dans le conducteur neutre est nul et la tension composée (tension entre les conducteurs autres que le neutre) est égale à $\sqrt{3}$ la tension simple (ou « tension par phase ») c'est-à-dire $V_L = \sqrt{3}\, V_p$.*

Ex3

**Exemple 1.** Un réseau triphasé à trois conducteurs de 110 V ($ABC$) alimente trois impédances identiques de $5\angle 45^\circ\ \Omega$ montées en triangle. Calculer les courants de ligne (courants dans les conducteurs) $I_A$, $I_B$ et $I_C$ et faire une représentation vectorielle.

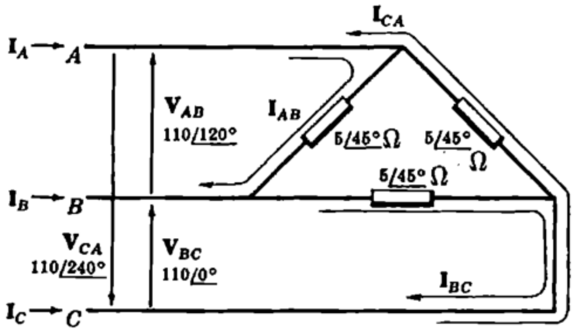



Fig. 14-6

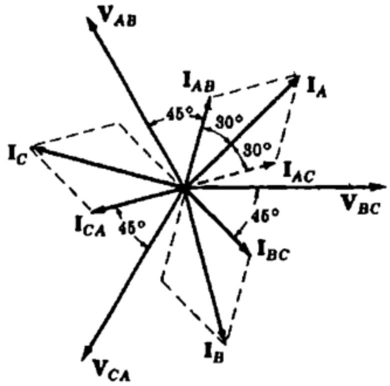



Fig. 14-7

Dessinez le circuit et appliquez-y les différentes tensions comme le montre la Fig. 14-6. Les sens positifs pour les courants de ligne et les courants de phase (courants dans les différentes impédances) seront choisis comme l'indique le diagramme du circuit. On peut alors écrire

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{110\angle 120^\circ}{5\angle 45^\circ} = 22\angle 75^\circ = 5{,}7 + j21{,}2 \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z} = \frac{110\angle 0^\circ}{5\angle 45^\circ} = 22\angle -45^\circ = 15{,}55 - j15{,}55 \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z} = \frac{110\angle 240^\circ}{5\angle 45^\circ} = 22\angle 195^\circ = -21{,}2 - j5{,}7 \text{ A}$$

En appliquant la loi de Kirchhoff à chaque nœud de la charge, nous obtenons

$$I_A = I_{AB} + I_{AC} = 22\angle 75^\circ - 22\angle 195^\circ = 38{,}1\angle 45^\circ \text{ A}$$

$$I_B = I_{BA} + I_{BC} = -22\angle 75^\circ + 22\angle -45^\circ = 38{,}1\angle -75^\circ \text{ A}$$

$$I_C = I_{CA} + I_{CB} = 22\angle 195^\circ - 22\angle -45^\circ = 38{,}1\angle 165^\circ \text{ A}$$

La représentation vectorielle de la Fig. 14-7 montre les courants de ligne de 38,1 A déphasés l'un par rapport à l'autre de 120°.

*Pour une charge équilibrée montée en triangle, les tensions simples et les tensions composées sont égales et les courants de ligne sont égaux à $\sqrt{3}$ fois les courants de phase.*

Ex4

Un système triphasé ($ABC$) à quatre conducteurs de 208 V alimente une charge connectée en étoile pour laquelle on a $\mathbf{Z}_A = 10\underline{/0°}\ \Omega$, $\mathbf{Z}_B = 15\underline{/30°}\ \Omega$ et $\mathbf{Z}_C = 10\underline{/-30°}\ \Omega$. Calculer les courants dans les différents conducteurs ainsi que la puissance totale.

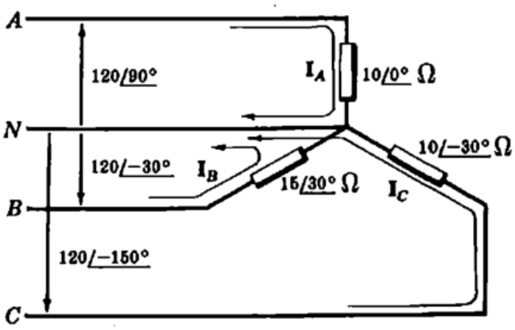



Fig. 14-36

Appliquez les tensions entre phase et neutre (séquence $ABC$) au circuit de la Fig. 14-36 et calculez les courants dans les conducteurs en supposant que ceux-ci sont positifs lorsqu'ils sont orientés vers la charge.

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{V}_{AN}/\mathbf{Z}_A = (120\underline{/90°})/(10\underline{/0°}) = 12\underline{/90°}\text{ A}$$

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{V}_{BN}/\mathbf{Z}_B = (120\underline{/-30°})/(15\underline{/30°}) = 8\underline{/-60°}\text{ A}$$

$$\mathbf{I}_C = \mathbf{V}_{CN}/\mathbf{Z}_C = (120\underline{/-150°})/(10\underline{/-30°}) = 12\underline{/-120°}\text{ A}$$

Dans le conducteur neutre circule un courant égal à la somme vectorielle des courants dans les trois autres conducteurs et comme la direction positive est orientée vers la charge on a

$$\mathbf{I}_N = -(\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C) = -(12\underline{/90°} + 8\underline{/-60°} + 12\underline{/-120°}) = 5{,}69\underline{/69{,}4°}\text{ A}$$

L'impédance $\mathbf{Z}_A = (10 + j0)\ \Omega$ est traversée par un courant $\mathbf{I}_A = 12\underline{/90°}$ A et la puissance correspondant à cette phase est égale à $P_A = (12)^2\ 10 = 1440$ W. L'impédance $\mathbf{Z}_B = 15\underline{/30°}\ \Omega = (13 + j7{,}5)\ \Omega$ est traversée par le courant $\mathbf{I}_B = 8\underline{/-60°}$ A et la puissance correspondante est $P_B = (8)^2\ 13 = 832$ W, de même $\mathbf{Z}_C = 10\underline{/-30°}\ \Omega = (8{,}66 - j5)\ \Omega$ est traversée par un courant $\mathbf{I}_C = 12\underline{/-120°}$ A et la puissance résultante est $P_C = (12)^2\ 8{,}66 = 1247$ W.

On en déduit que la puissance totale est

$$P_T = P_A + P_B + P_C = 1440 + 832 + 1247 = 3519\text{ W.}$$

Ex5

Dans cet exemple, nous appliquerons une autre approche, en utilisant les puissances actives, réactives et apparentes totales, au lieu de leur valeur par phase.

a) La puissance apparente absorbée par le moteur est:

$$S_m = EI\sqrt{3} = 4000 \times 462 \times \sqrt{3}$$
$$= 3200 \text{ kVA}$$

La puissance active absorbée par le moteur est:

$$P_m = S \times FP = 3200 \times 0{,}85 = 2720 \text{ kW}$$

b) La puissance réactive absorbée par le moteur est:

$$Q_m = \sqrt{S_m^2 - P_m^2} = \sqrt{3200^2 - 2720^2}$$
$$= 1686 \text{ kvar}$$

c) La puissance réactive fournie par la ligne est la différence entre $Q_m$ et la puissance réactive $Q_C$ fournie par le banc de condensateurs.

$$Q_L = Q_m - Q_C = 1686 - 900 = 786 \text{ kvar}$$

d) La puissance active fournie par la ligne est la même que celle absorbée par le moteur, soit:

$$P_L = 2720 \text{ kW}$$

La puissance apparente fournie par la ligne est:

$$S_L = \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = \sqrt{2720^2 + 786^2}$$
$$= 2831 \text{ kVA}$$

Le courant tiré de la ligne est:

$$I_L = \frac{S_L}{E_L\sqrt{3}} = \frac{2\,831\,000}{4000\sqrt{3}} = 409 \text{ A}$$

e) Le facteur de puissance de la ligne est:

$$FP_L = \frac{P_L}{S_L} = \frac{2720 \text{ kW}}{2831 \text{ kVA}} = 0{,}96 = 96\ \%$$

L'angle entre le courant de 409 A et la tension ligne à neutre est:

$$\theta_L = \arccos FP_L = \arccos 0{,}96 = 16°$$

La tension ligne à neutre est:

$$E_{LN} = \frac{E_L}{\sqrt{3}} = \frac{4000}{\sqrt{3}} = 2309 \text{ V}$$

Courant triphasé tiré par le banc de condensateurs:

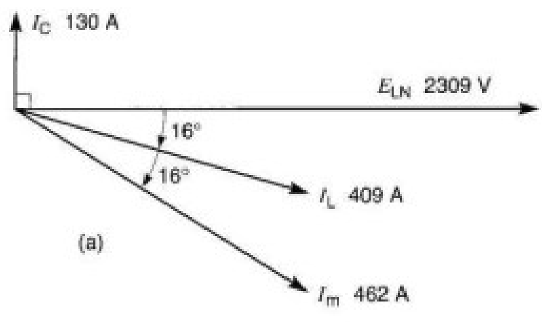
$$I_C = \frac{Q_C}{E_L\sqrt{3}} = \frac{900\,000}{4000\sqrt{3}} = 130 \text{ A}$$

Ce courant est 90° en avance sur la tension $E_{LN}$.

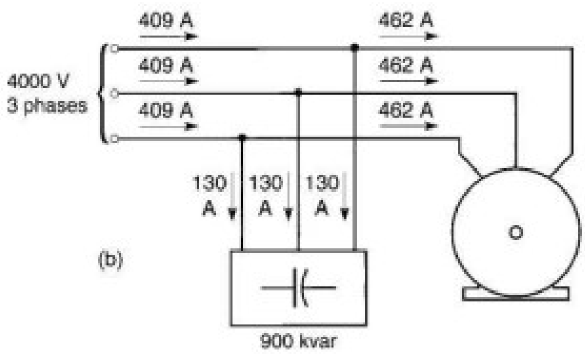
L'angle entre le courant de 462 A tiré par le moteur et la tension $E_{LN}$ est:

$$\theta_m = \arccos FP_m = \arccos 0{,}85 = 32°$$

Ces informations nous permettent de tracer le diagramme vectoriel pour une phase (Fig. 26-16a). On



(a)



(b)

Ex6

Puissance apparente fournie au moteur:

$$S = \sqrt{3}\, E_L I_L$$
$$= 1{,}73 \times 600 \times 10 = 10\,380 \text{ VA}$$

Puissance active fournie au moteur:

$$P = 5950 + 2355 = 8305 \text{ W}$$

d'où le facteur de puissance:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{8305}{10\,380} = 0{,}80 \text{ ou } 80\ \%$$

## Exercice 8

1) Les impédances sont câblées en triangle, c'est-à-dire conformément au schéma de la *figure 1.34*.

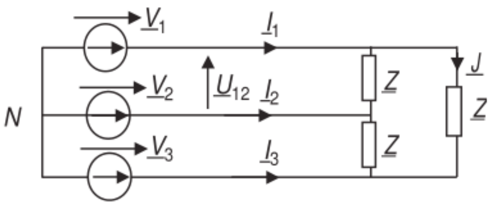



**Figure 1.34**

Le courant efficace qui traverse les trois impédances vaut : $J = \dfrac{U}{\sqrt{10^2 + 15^2}} = 22{,}2$ A

La puissance réactive est due à la partie active des trois impédances et peut s'écrire :

$$P_Z = 3 \times 10 \cdot J^2 = 14{,}77 \text{ kW}$$

La puissance réactive est due à la partie réactive des impédances.

$$Q_Z = 3 \times 15 \cdot J^2 = 22{,}13 \text{ kVAR}$$

2) $P_{\text{total}} = 6\ \text{kW} + 3 \times 5\ \text{kW} + P_Z = 35{,}77\ \text{kW}$

3) $Q_{\text{total}} = 0\ \text{VAR} + 3 \times 5 \cdot 10^3 \times \tan(\text{Arcos}(0{,}8)) + Q_Z = 33{,}38\ \text{kVAR}$

4) $S_{\text{total}} = \sqrt{P_{\text{total}}^2 + Q_{\text{total}}^2} = 48{,}92\ \text{kVA}$

$S_{\text{total}} = 3 \cdot V \cdot I$ d'où : $I = \dfrac{S_{\text{total}}}{3V} = 70{,}9\ \text{A}$

5) Le facteur de puissance s'écrit : $\cos\varphi = \dfrac{P_{\text{total}}}{S_{\text{total}}} = 0{,}73$

Ce facteur de puissance est juste inférieur à la limite de 0,8 en dessous de laquelle les fournisseurs d'énergie électrique facturent des taxes aux utilisateurs.

6) Le tracé des différents vecteurs est représenté sur la *figure 1.35*.

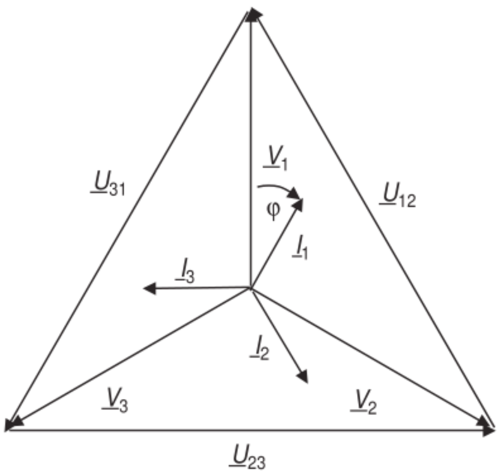



**Figure 1.35**

7) Trois capacités C en étoile consomment la puissance réactive : $Q_C = -3 \cdot \dfrac{V^2}{\dfrac{1}{C\omega}} = -3C\omega V^2$

Pour obtenir un facteur de puissance unitaire, il faut que la puissance réactive totale de l'installation et des capacités soit nulle. On écrit donc :

$Q_C = -3C\omega V^2 = -Q_{\text{total}} = -33{,}38\ \text{kVAR}$

On en déduit : $C = \dfrac{33{,}38 \cdot 10^3}{3\omega V^2} = \dfrac{33{,}38 \cdot 10^3}{3 \times 2\pi \times 50 \times 230^2} = 1{,}3\ \text{mF}$

8) La puissance réactive totale étant nulle, l'installation est équivalente à trois résistances pures de même valeur $R$ sur chaque phase.

Cette résistance, $R$, est telle que : $P_{\text{total}} = 35{,}773 \text{ kW} = 3\dfrac{V^2}{R}$

On en déduit : $R = \dfrac{3V^2}{P_{\text{total}}} = 4{,}43\ \Omega$

## Exercice 9

Une installation électrique triphasée équilibrée 230/400 V comporte :-Un four, purement résistif, de puissance P1 = 4 kW ,-Un moteur asynchrone triphasé de puissance 10 kW, de rendement $\eta$ = 0.8 et de facteur de puissance k= 0.82.

Déterminer le courant de ligne de l'installation et la capacité des condensateurs, pour relever le facteur de puissance à 0.94.

Solution

| | | |
|---|---|---|
| $P_1$ = 4 kW | $\cos\varphi = 1$ | Q=0 |
| $P_2 = 10.10^3/0.8$ = 12.5 kW | $\cos\varphi = 0.82$ | Q=8,72 kVAR |
| S= 18,6 kVA | $\cos\varphi = 0.887$ | |

I= 26.9 A

C= 17,2 µF