solution de TD2 : circuit magnétique

Exercice 1

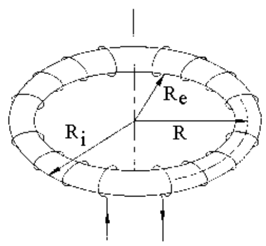
Une bobine de N spires parcourue par un courant I est enroulée autour d'un noyau
ferromagnétique en forme d'un tore. Déterminer l'expression du champ magnétique H au niveau de ce tore de rayon interne Ri et de rayon externe Re.

$$NI = \oint \boldsymbol{H}.\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

$$l = l_{moyenne} = 2\pi\ r_m \quad \text{avec } r_m = \frac{r_i + r_e}{2}$$

soit:

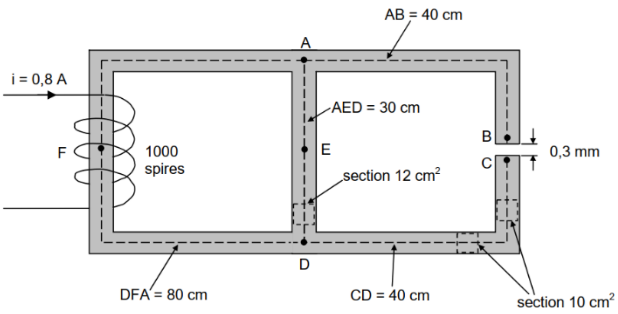
$$H = \frac{NI}{(r_i + r_e)\ \pi}$$



Exercice 1

Considérons le circuit magnétique de la figure ci-contre. On suppose que le matériau garde une perméabilité relative constante μ_r = 2000.

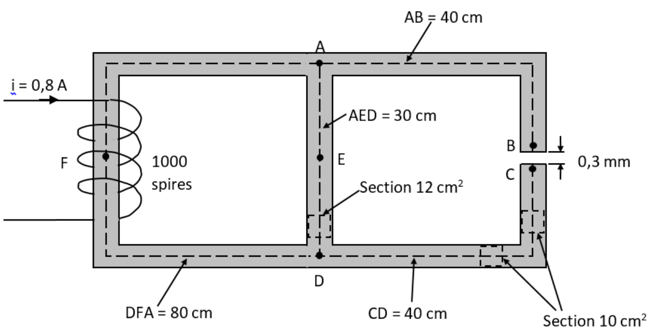
La branche de droite comporte un entrefer d'épaisseur BC = 0,3 mm et les 1000 spires sont parcourues par une intensité de 0,8 A. On demande de calculer le champ B dans l'entrefer.

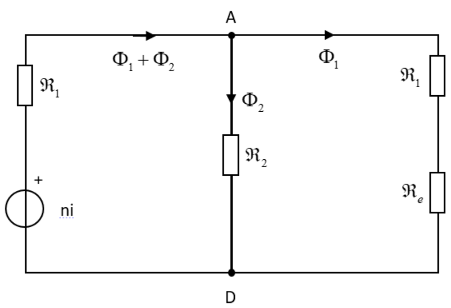


Solution

Considérons le circuit magnétique de la **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**. On suppose que le matériau garde une perméabilité relative constante μ_r = 2000.

La branche de droite comporte un entrefer d'épaisseur BC = 0,3 mm et les 1000 spires sont parcourues par une intensité de 0,8 A. On demande de calculer le champ B dans l'entrefer.





circuit magnétique à 2 mailles

L'application de la loi d'Hopkinson montre que ce circuit magnétique se comporte comme le circuit électrique de la fig.

$\Re_1$ représente la réluctance des branches DFA ou AB + CD (de même longueur 80 cm, et de même section 10 cm^2);

$\Re_2$ représente la réluctance de la branche centrale AED;

$\Re_e$ représente la réluctance de la branche BC (entrefer).

Les équations du circuit électrique, déduites des lois de Kirchhoff sont.

$$ni = \Re_1\left(\Phi_1 + \Phi_2\right) + \Re_2\Phi_2 \quad (1)$$

$$\Re_2\Phi_2 = \left(\Re_1 + \Re_e\right)\Phi_1 \quad (2)$$

Calculons les réluctances.

$$\Re_1 = \frac{0,8}{4\pi\times10^{-7}\times2000\times10\times10^{-4}} = 3,18\times10^5 \text{ At/Wb}$$

$$\Re_2 = \frac{0,3}{4\pi\times10^{-7}\times2000\times12\times10^{-4}} = 9,95\times10^4 \text{ At/Wb}$$

$$\Re_e = \frac{0,3\times10^{-3}}{4\pi\times10^{-7}\times10\times10^{-4}} = 2,38\times10^5 \text{ At/Wb}$$

La relation 2 donne alors $\Phi_2 = 5,6\cdot\Phi_1$, soit, d'après la relation 1 où on connaît ni = 800 .

$$\Phi_1 = 0,3\times10^{-3} \text{ Wb } ; \Phi_2 = 1,68\times10^{-3} \text{ Wb}$$

On en déduit le champ $B_2 = \dfrac{\Phi_2}{S_2} = 1,4 \text{ T}$

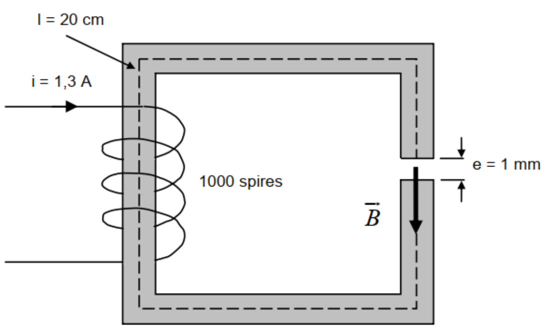
l'intérieur de la branche centrale AD, et le champ $B_1 = \dfrac{\Phi_1}{S_1} = 0,3 \text{ T}$

dans l'entrefer (égale au champ dans la branche de droite AB, BC, BD).

Exercice 2

Soit un circuit magnétique en fonte, comportant un entrefer et excité par un courant de 1,3 A circulant dans une bobine de 1000 spires

Calculer le champs B dans l'entrefer, sachant que la perméabilité relative de la fonte varie, en fonction de B selon le tableau suivant .



B(T)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
μ_r	480	350	300	250	200	150	120	110	90	50

Solution

$$\int_\Gamma \vec{H}\cdot\vec{dl} = H_f \cdot l + H_e \cdot e = n \cdot i$$

En supposant que le flux Φ est le même dans le noyau et dans l'entrefer .

$$B_f = \frac{\Phi}{S} = B_e \quad \text{d'où .} \quad \mu_0\mu_r H_f = \mu_0 H_e$$

Les deux relations permettent de calculer les champs

$$\boxed{\begin{aligned} H_f &= \frac{ni}{l+\mu_r e} \\ H_e &= \mu_r \frac{ni}{l+\mu_r e} \end{aligned}}$$

On constate que c'est désormais l'excitation magnétique dans l'entrefer, H_e , qui est μ_r fois plus grande que l'excitation dans le fer, H_f . tout ce passe comme si on avait concentré dans le petit espace de l'entrefer l'excitation due au courant i.

L'induction B (qui est la même partout) peut se calculer par la relation .

$$\boxed{\frac{B}{\mu_0}\left(e+\frac{l}{\mu_r}\right) = ni}$$

$$ni = \left(\frac{l_f}{\mu_0\mu_r S} + \frac{e}{\mu_0 S}\right)\Phi$$

Ou encore, en introduisant le champ B (section S supposée constante) .

$$ni = \left(\frac{l_f}{\mu_0\mu_r} + \frac{e}{\mu_0}\right)B$$

Soit, avec les valeurs numériques données.

$$\frac{1,3\times1000}{800000\times0,001} = 1,63 = \left(\frac{200}{\mu_r}+1\right)B$$

On voit que B et μ_r, reliés par la relation $\mu_r(B)$ du tableau donné, doivent satisfaire simultanément cette équation; on procède alors en faisant des essais, à priori .

Pour B = 0,6 T . $0,6\left(\frac{200}{150}+1\right) = 1,4$

Cette valeur est trop faible, 1,4 étant inférieur à 1,63.

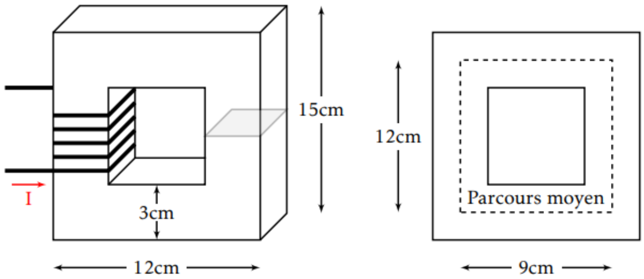
Pour B = 0,7 T . $0,7\left(\frac{200}{120}+1\right)=1,87$

Cette valeur est trop importante.

On obtient donc, en interpolant entre ces deux valeurs . B = 0,65 T.

Exercice 3

Le circuit magnétique suivant. Le courant I est 1.2A, la perméabilité relative du matériau est μr = 3000, le nombre de tours N est 100 et le noyau a une profondeur de 4cm.
Calculer la densité de flux magnétique B dans le circuit.



La longueur moyenne du circuit est :

$$l = 2 \cdot (12 + 9) = 0.42\text{m}$$

La section du circuit est :

$$A = (3 \times 4)\text{cm}^2 = 0.0012\text{m}^2$$

La réluctance du circuit est :

$$\Re = \frac{l}{\mu A} = \frac{0.42}{3000(4\pi \times 10^{-7})0.0012} = 92840 \text{ At/Wb}$$

Le flux magnétique est :

$$\Phi = \frac{NI}{\Re} = \frac{120}{92840} = 1.29 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

La densité de flux est :

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{1.29 \times 10^{-3}}{0.0012} = 1.075 \text{ T}$$

L'inductance est

$$L = \frac{\Lambda}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N^2}{\Re}$$

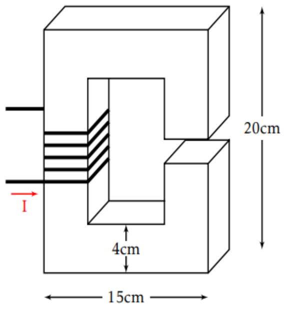
100*100/92840=0.107 H

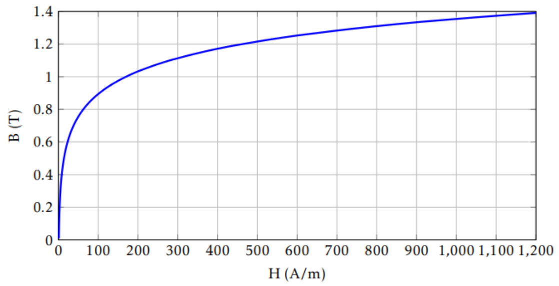
Exercice 4

Soit le circuit magnétique suivant. Le courant I est 2A, la perméabilité relative du matériau est μr = 2500, le nombre de tours N est 250 et une profondeur de 4cm. L'entrefer a une épaisseur de 0.5cm (l'entrefer est la section ou il manque une petite partie du circuit).

*Calculer la densité de flux magnétique B dans le circuit.

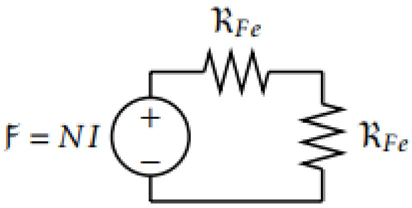
*en réalité, les circuits magnétiques ont une relation B(H) non-linéaire en sous basant à la courbe Refaire les calculs de la densité de flux B





Solution

Le circuit équivalent est :



La longueur moyenne du circuit est :

$$l = 2 \cdot (11 + 16) = 0.54\text{m}$$

La section du circuit est :

$$A = (4 \times 4)\text{cm}^2 = 0.0016\text{m}^2$$

La réluctance du fer est :

$$\Re_{Fe} = \frac{l}{\mu A} = \frac{0.54}{2500(4\pi \times 10^{-7})0.0016} = 107430 \text{ At/Wb}$$

La réluctance de l'entrefer est :

$$\Re_e = \frac{l_e}{\mu_0 A_e} = \frac{0.005}{(4\pi \times 10^{-7})0.0016} = 248680 \text{ At/Wb}$$

Le flux magnétique est :

$$\Phi = \frac{NI}{\Re_{eq}} = \frac{NI}{\Re_{Fe} + \Re_e} = \frac{250 \times 2}{107430 + 248680} = 1.404 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

La densité de flux est :

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{1.404 \times 10^{-3}}{0.0016} = 0.878 \text{ T}$$

L'entrefer a une relation linéaire, par contre, puisque c'est de l'air. Pour le reste du circuit, on peut écrire que :

$$\mathcal{F}_{Fe} = H_{Fe} \times l_{Fe} = 0.54 H_{Fe}$$
$$\Phi = B_{Fe} \times A = 0.0016 B_{Fe}$$

Si on compare avec le circuit équivalent, on trouve que :

$$\mathcal{F}_{Fe} = NI - \mathcal{R}_e \Phi$$

où $NI = 500$ At et $\mathcal{R}_e = 248680$ At/Wb.

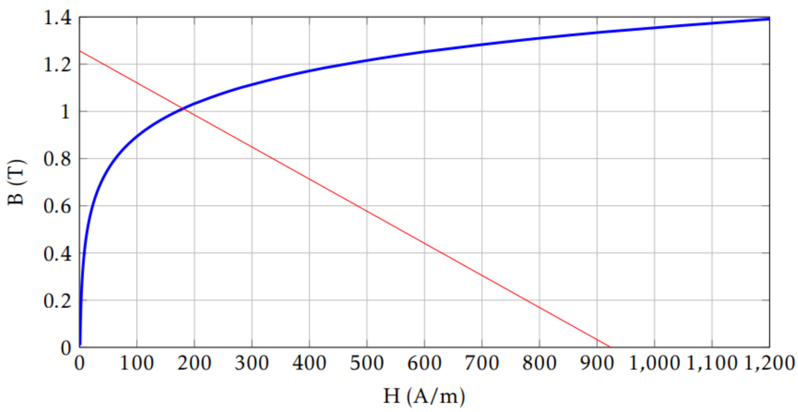
On peut convertir l'équation précédente en une relation B(H) :

$$0.54 H_{Fe} = NI - \mathcal{R}_e (0.0016 B_{Fe})$$

ce qui donne :

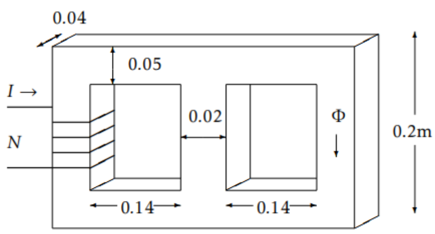
$$H_{Fe} = 925.93 - 736.83 B_{Fe}$$

On peut tracer cette équation sur le graphe de la courbe B(H). L'intersection entre les deux courbes donne le B_{Fe} et H_{Fe} correspondants.



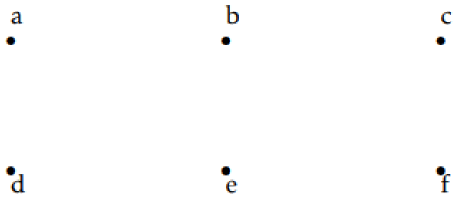
Donc B = 1.01T (selon le graphe) et $H \approx 180$ A/m.

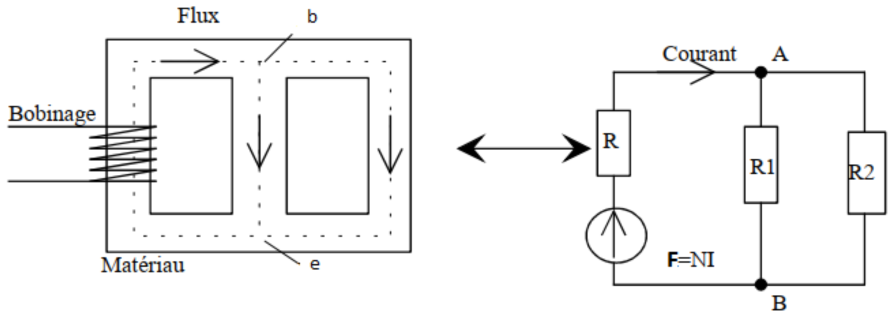
Exercice 5



Soit le circuit suivant, en acier au silicium. Calculer la Force magnétomotrice (FMM) nécessaire pour produire un flux (Φ) de 0.0014Wb dans la section droite du circuit. Toutes les mesures sont en mètres; la section du circuit est 0.05m×0.04m, sauf pour la partie centrale, qui est 0.02m × 0.04m.

calculer les sections et longueurs correspondantes.





Section *b-a-d-e*

$\boldsymbol{A_1 = 0.05 \times 0.04 = 0.002m^2}$

$\boldsymbol{l_1 = (2)(0.01) + 2(0.14) + 2(0.025) + 0.15 = 0.50m}$

Section *b-e*

$\boldsymbol{A_2 = 0.02 \times 0.04 = 0.0008m^2}$

$\boldsymbol{l_2 = 0.2 - 0.05 = 0.15m}$

Section *b-c-f-e*

$\boldsymbol{A_3 = 0.05 \times 0.04 = 0.002m^2}$

$\boldsymbol{l_3 = (2)(0.01) + 2(0.14) + 2(0.025) + 0.15 = 0.50m}$

Puisqu'on connait le flux dans la section *b-c-f-e*, on peut calculer la densité de flux .

$\boldsymbol{B_3 = \Phi_3/A_3 = 0.0014/0.002 = 0.7\ Wb/m^2}$

pour l'acier en silicium, on trouve que $\boldsymbol{H_3 \approx 100\ At/m}$.

La chute de potentiel au point *b-e* doit être la même que dans la section *b-c-f-e* .

$$\Phi_2 R_2 = \Phi_3 R_3$$

$$\boldsymbol{H_2 l_2 = H_3 l_3}$$

On peut donc trouver le champ magnétique dans la section 2 .

$\boldsymbol{H_2 = H_3\, l_3 / l_2 = 326.67\ At/m}$

ce qui correspond à une densité de flux de $B_2 \approx 1.18T$. On peut maintenant trouver le flux dans la section 2,

$\boldsymbol{\Phi_2 = B_2 A_2 = 0.00094\ Wb}$

Le flux dans la section 1 est la somme des flux des sections 2 et 3,

$\boldsymbol{\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 0.00234\ Wb}$

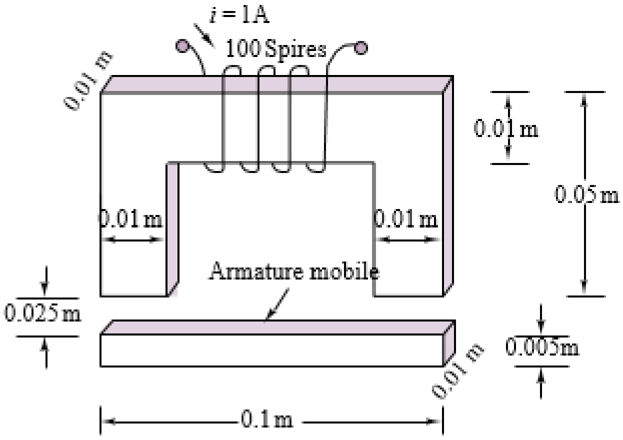
La densité de flux dans la section 1 est .

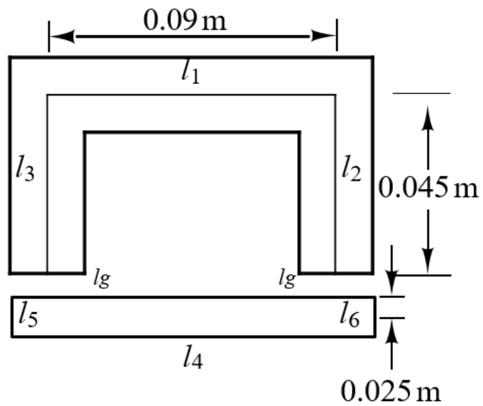
$\boldsymbol{B_1 = \Phi_1/A_1 = 1.17\ T}$

ce qui correspond à un champ magnétique de $H \approx 290$ At/m.
La force magnétomotrice est donc.

F.M.M = $H_1 l_1 + H_2 l_2$ = 191.1 At

Exercice 7
Calculez la réluctance équivalente du circuit magnétique de la figure ci-dessus et de la densité de flux établie dans la barre inférieure (armature mobile) de la structure.





La force magnétomotrice fmm ou mmf ,turns nombre de spires

$$\mathcal{F} = \text{mmf} = Ni = (100 \text{ turns})(1 \text{ A}) = 100 \text{ A} \cdot \text{t}$$

La longueur moyenne totale

$$l_c = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6 + l_g + l_g$$

Ou la longueur moyenne de chaque pièce séparément :

$$l_U = l_1 + l_2 + l_3 \qquad l_{\text{bar}} = l_4 + l_5 + l_6 \approx l_4 \qquad l_{\text{gap}} = l_g + l_g$$

$$l_U = 0.18 \text{ m} \qquad l_{\text{bar}} = 0.09 \text{ m} \qquad l_{\text{gap}} = 0.05 \text{ m}.$$

La section en m^2

$$A = w^2 = (0.01)^2 = 0.0001 \text{ m}^2.$$

Reluctance de la pièce en U, de la bar mobile et l'entrefer(gap) :

$$\mathcal{R}_U = \frac{l_U}{\mu_U A} = \frac{l_U}{\mu_r \mu_0 A} = \frac{0.18}{10{,}000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.0001}$$
$$= 1.43 \times 10^5 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$
$$\mathcal{R}_{\text{bar}} = \frac{l_{\text{bar}}}{\mu_{\text{bar}} A} = \frac{l_{\text{bar}}}{\mu_r \mu_0 A} = \frac{0.09}{10{,}000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.0001}$$
$$= 0.715 \times 10^5 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$
$$\mathcal{R}_{\text{gap}} = \frac{l_{\text{gap}}}{\mu_{\text{gap}} A_{\text{gap}}} = \frac{l_{\text{gap}}}{\mu_0 A_{\text{gap}}} = \frac{0.05}{4\pi \times 10^{-7} \times 0.0001} = 2.55 \times 10^7 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

La reluctance totale

$$\mathcal{R}_{\text{eq}} = \mathcal{R}_U + \mathcal{R}_{\text{bar}} + \mathcal{R}_{\text{gap}} = 1.43 \times 10^5 + 0.715 \times 10^5 + 2.55 \times 10^7$$
$$= 2.57 \times 10^7$$

$$\mathcal{R}_{\text{eq}} \approx \mathcal{R}_{\text{gap}}$$

Le flux en weber

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_{\text{eq}}} \approx \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_{\text{gap}}} = \frac{100 \text{ A} \cdot \text{t}}{2.55 \times 10^7 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}} = 3.92 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

la densité de flux ou l'excitation magnétique B

$$B_{\text{bar}} = \frac{\phi}{A} = \frac{3.92 \times 10^{-6} \text{ Wb}}{0.0001 \text{ m}^2} = 39.2 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}^2$$