

## ملاحظة:

جميع العمليات الحسابية للانتقال من جدول  
حل أساسي إلى الجدول الحل الأساسي  
الموالي سيتم شرحها في حصص الأعمال  
الموجهة.

## حل البرنامج الخطي رقم 1:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$Z_{\max} = 100x_1 + 60x_2 + 0x_3^c + 0x_4^c + 0x_5^c$$

$$s/c \begin{cases} 8x_1 + 2x_2 + x_3^c = 40 \\ 6x_1 + 9x_2 + x_4^c = 108 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_5^c = 96 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0, x_5^c \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$x_5^c$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	8	2	1	0	0	40	5
0	$x_4^c$	6	9	0	1	0	108	18
0	$x_5^c$	8	6	0	0	1	96	12
	$C_j$	100	60	0	0	0		
	$Z_j$	0	0	0	0	0		
	$\Delta_j$	100	60	0	0	0	$Z=0$	

← صف الإرتكاز

↑  
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$x_5^c$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
100	$x_1$	1	1/4	1/8	0	0	5	20
0	$x_4^c$	0	15/2	-3/4	1	0	78	10.4
0	$x_5^c$	0	4	-1	0	1	56	14
	$C_j$	100	60	0	0	0		
	$Z_j$	100	25	25/2	0	0		
	$\Delta_j$	0	35	-25/2	0	0	$Z=500$	

← صف الإرتكاز

↑  
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$x_5^c$	$b_i$
100	$x_1$	1	0	3/20	-1/30	0	12/5
60	$x_2$	0	1	-1/10	2/15	0	52/5
0	$x_5^c$	0	0	-3/5	-8/15	1	72/5
	$C_j$	100	60	0	0	0	
	$Z_j$	100	60	9	14/3	0	
	$\Delta_j$	0	0	-9	-14/3	0	$Z=864$

الحل أمثل ومنه:  $Z_{\max}=864$  ،  $x_5^c=72/5$  ،  $x_4^c=0$  ،  $x_3^c=0$  ،  $x_2=52/5$  ،  $x_1=12/5$

## حل البرنامج الخطي رقم 2:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$Z_{\min} = 10x_1 + 14x_2 + 0x_3^c + Mx_4^a + Mx_5^a$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3^c + x_4^a = 3 \\ 6x_1 + 7x_2 + x_5^a = 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^a \geq 0, x_5^a \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^a$	$x_5^a$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
M	$x_4^a$	5	2	-1	1	0	3	3/5
M	$x_5^a$	6	7	0	0	1	10	5/3
	Cj	10	14	0	M	M		
	Zj	11M	9M	-M	M	M		
	$\Delta_j$	10-11M	14-9M	M	0	0	Z=13M	

← صف الإرتكاز

↑  
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^a$	$x_5^a$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
10	$x_1$	1	2/5	-1/5	1/5	0	3/5	3/2
M	$x_5^a$	0	23/5	6/5	-6/5	1	32/5	32/23
	Cj	10	14	0	M	M		
	Zj	10	4+23/5M	-2+6/5M	2-6/5M	M		
	$\Delta_j$	0	10-23/5M	2-6/5M	11/5M-2	0	Z=6+32/5M	

← صف الإرتكاز

↑  
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^a$	$x_5^a$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
10	$x_1$	1	0	-7/23	7/23	-2/23	1/23	-1/7
14	$x_2$	0	1	6/23	-6/23	5/23	32/23	16/3
	Cj	10	14	0	M	M		
	Zj	10	14	14/23	-14/23	50/23		
	$\Delta_j$	0	0	-14/23	M+14/23	M-50/23	Z=458/23	

← صف الإرتكاز

↑  
عمود الإرتكاز

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^a$	$x_5^a$	bi
10	$x_1$	1	7/6	0	0	1/6	115/69
0	$x_3^c$	0	23/6	1	-1	5/6	16/3
	Cj	10	14	0	M	M	
	Zj	10	35/3	0	0	10/6	
	$\Delta_j$	0	7/3	0	M	M-10/6	Z=1150/69

الحل أمثل ومنه:  $Z_{\min}=1150/69$  ،  $x_3^c=16/3$  ،  $x_2=0$  ،  $x_1=115/69$

### حل البرنامج رقم 3:

نفترض أن:

$$x_2 = -x'_2$$

$$Z_{\max} = 3x_1 - 3x'_2$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1 - 6x'_2 \leq 10 \\ 2x_1 - 2x'_2 \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x'_2 \geq 0 \end{cases}$$

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$Z_{\max} = 3x_1 - 3x'_2 + 0x_3^c + 0x_4^c$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1 - 6x'_2 + x_3^c = 10 \\ 2x_1 - 2x'_2 + x_4^c = 14 \\ x_1 \geq 0, x'_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	bi	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	5	-6	1	0	10	2
0	$x_4^c$	2	-2	0	1	14	7
	Cj	3	-3	0	0		
	Zj	0	0	0	0		
	$\Delta_j$	3	-3	0	0	Z=0	

← صف الارتكاز

↑ عمود الارتكاز

Ci	Xi	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub> <sup>c</sup>	x <sub>4</sub> <sup>c</sup>	b <sub>i</sub>	b <sub>i</sub> /x <sub>ij</sub> <sup>*</sup>
3	x <sub>1</sub>	1	-6/5	1/5	0	2	-5/3
0	x <sub>4</sub> <sup>c</sup>	0	2/5	-2/5	1	10	25
	C <sub>j</sub>	3	-3	0	0		
	Z <sub>j</sub>	3	-18/5	3/5	0		
	Δ <sub>j</sub>	0	3/5	-3/5	0	Z=6	

← صف الإرتكاز

↑  
عمود الإرتكاز

Ci	Xi	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub> <sup>c</sup>	x <sub>4</sub> <sup>c</sup>	b <sub>i</sub>
3	x <sub>1</sub>	1	0	-1	3	32
-3	x <sub>2</sub>	0	1	-1	5/2	25
	C <sub>j</sub>	3	-3	0	0	
	Z <sub>j</sub>	3	-3	0	3/2	
	Δ <sub>j</sub>	0	0	0	-3/2	Z=21

الحل أمثل ومنه: x<sub>1</sub>=32  
 x<sub>2</sub>'=25 ومنه x<sub>2</sub>=-25  
 x<sub>3</sub><sup>c</sup>=0 ، x<sub>4</sub><sup>c</sup>=0  
 Z<sub>max</sub>=21

## حل البرنامج الخطي رقم 4:

نفترض أن:

$$X_2 = X_2' - X_2''$$

$$Z_{\max} = 3x_1 + 10x_2' - 10x_2''$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1 + 6x_2' - 6x_2'' \leq 10 \\ 2x_1 + 7x_2' - 7x_2'' \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x_2' \geq 0, x_2'' \geq 0 \end{cases}$$

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$Z_{\max} = 3x_1 + 10x_2' - 10x_2'' + 0x_3^c + 0x_4^c$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1 + 6x_2' - 6x_2'' + x_3^c = 10 \\ 2x_1 + 7x_2' - 7x_2'' + x_4^c = 14 \\ x_1 \geq 0, x_2' \geq 0, x_2'' \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	5	6	-6	1	0	10	5/3
0	$x_4^c$	2	7	-7	0	1	14	2
	$C_j$	3	10	-10	0	0		
	$Z_j$	0	0	0	0	0		
	$\Delta_j$	3	10	-10	0	0	$Z=0$	

← صف الارتكاز

↑  
عمود الارتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$b_i$
10	$x_2$	5/6	1	-1	1/6	0	5/3
0	$x_4^c$	-23/6	0	0	-7/6	1	7/3
	$C_j$	3	10	-10	0	0	
	$Z_j$	25/3	10	-10	5/3	0	
	$\Delta_j$	-16/3	0	0	-5/3	0	$Z=50/3$

الحل أمثل ومنه:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= 5/3 \text{ ومنه } x_2'' = 0 \text{ و } x_2' = 5/3 \\ x_4^c &= 0, \quad x_3^c = 0 \end{aligned}$$

$$Z_{\max} = 50/3$$

حل البرنامج الخطي رقم 5:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 3x_1 + 3x_2 + 0x_3^c + 0x_4^c + 0x_5^c \\ \text{s/c} &\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3^c = 12 \\ 9x_1 + 3x_2 + x_4^c = 27 \\ x_1 + x_2 + x_5^c = 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0, x_5^c \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$x_5^c$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	1	2	1	0	0	12	12
0	$x_4^c$	9	3	0	1	0	27	3
0	$x_5^c$	1	1	0	0	1	6	6
	$C_j$	3	3	0	0	0		
	$Z_j$	0	0	0	0	0		
	$\Delta_j$	3	3	0	0	0	Z=0	

← صف الإرتكاز

↑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$x_5^c$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	0	5/3	1	-1/9	0	9	27/5
3	$x_1$	1	1/3	0	1/9	0	3	9
0	$x_5^c$	0	2/3	0	-1/9	1	3	9/2
	$C_j$	3	3	0	0	0		
	$Z_j$	3	1	0	1/3	0		
	$\Delta_j$	0	2	0	-1/3	0	Z=9	

← صف الإرتكاز

↑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$x_5^c$	$b_i$
0	$x_3^c$	0	0	1	1/6	-5/2	3/2
3	$x_1$	1	0	0	1/6	-1/2	3/2
3	$x_2$	0	1	0	-1/6	3/2	9/2
	$C_j$	3	3	0	0	0	
	$Z_j$	3	3	0	0	3	
	$\Delta_j$	0	0	0	0	-3	Z=18

الحل أمثل ومنه:  $Z_{\max}=18$  ،  $x_5^c=0$  ،  $x_4^c=0$  ،  $x_3^c=3/2$  ،  $x_2=9/2$  ،  $x_1=3/2$

يُلاحظ أن هناك متغيرة خارج الأساس وهي  $x_4^c$  قيمتها في السطر الأخير  $\Delta_j$  معدومة، وبالتالي فنحن أمام حالة ما لانهاية الحلول المثلى.

## حل البرنامج الخطي رقم 6:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$Z_{\max} = 3x_1 + 3x_2 + 0x_3^c + 0x_4^c + 0x_5^c$$

$$s/c \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3^c = 12 \\ 9x_1 + 3x_2 + x_4^c = 27 \\ x_1 + x_2 + x_5^c = 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0, x_5^c \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	2	1	1	0	8	4
0	$x_4^c$	3	2	0	1	12	4
	$C_j$	5	3	0	0		
	$Z_j$	0	0	0	0		
	$\Delta_j$	5	3	0	0	Z=0	

صف الإرتكاز ←

↑  
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$b_i$
5	$x_1$	1	1/2	1/2	0	4
0	$x_4^c$	0	1/2	-3/2	1	0
	$C_j$	5	3	0	0	
	$Z_j$	0	0	0	0	
	$\Delta_j$	0	1/5	-5/2	0	Z=20

صف الإرتكاز ←

↑  
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^c$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
5	$x_1$	1	0	2	-1	8	4
3	$x_2$	0	1	-3	2	12	0
	$C_j$	5	3	0	0		
	$Z_j$	5	3	1	1		
	$\Delta_j$	0	0	-1	-1	Z=20	

الحل أمثل ومنه:  $x_1=4$ ،  $x_2=0$ ،  $x_3^c=0$ ،  $x_4^c=0$ ،  $Z_{\max}=20$



## حل البرنامج الخطي رقم 7:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$Z_{\max} = 5x_1 + 4x_2 + 0x_3 - Mx_4$$

$$s/c \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 7 \\ -3x_1 + 4x_2 + x_4 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^a$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	2	-5	1	0	7	$-\frac{7}{5}$
-M	$x_4^a$	-3	4	0	1	5	$\frac{5}{4}$
	$C_j$	5	4	0	-M		
	$Z_j$	3M	-4M	0	-M		
	$\Delta_j$	5-3M	4+4M	0	0	Z=-5M	

← صف الإرتكاز

↑  
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^a$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	$-\frac{7}{4}$	0	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{53}{4}$	$-\frac{53}{7}$
4	$x_2$	$-\frac{3}{4}$	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{3}$
	$C_j$	5	4	0	-M		
	$Z_j$	-3	4	0	1		
	$\Delta_j$	8	0	0	-M-1	Z=5	

↑  
عمود الإرتكاز

نلاحظ أن جميع عناصر عمود عنصر الإرتكاز أقل من أو تساوي الصفر، وبالتالي لا يُمكن إختيار المتغيرة التي تخرج من الأساس، ومنه فنحن أمام حالة خاصة وهي: حالة عدم محدودية الحل.

## حل البرنامج الخطي رقم 8:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$Z_{\min} = 5x_1 - 4x_2 + 0x_3^c + Mx_4^a$$

$$s/c \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3^c = 7 \\ -3x_1 + 4x_2 + x_4^a = 9 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^a \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^a$	$b_i$	$b_i/x_{ij}^*$
0	$x_3^c$	2	5	1	0	7	$\frac{7}{5}$
M	$x_4^a$	-3	4	0	1	9	$\frac{9}{4}$
	Cj	5	-4	0	M		
	Zj	-3M	4M	0	M		
	$\Delta_j$	5+3M	-4-4M	0	0	Z=9M	

← صف عنصر الارتكاز

↑  
عمود عنصر الارتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	$x_1$	$x_2$	$x_3^c$	$x_4^a$	$b_i$
-4	$x_2$	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{7}{5}$
M	$x_4^a$	$-\frac{23}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$	1	$\frac{17}{5}$
	Cj	5	-4	0	M	
	Zj	$-\frac{8}{5} - \frac{23}{5}M$	-4	$-\frac{4}{5} - \frac{4}{5}M$	M	
	$\Delta_j$	$\frac{33}{5} + \frac{23}{5}M$	0	$\frac{4}{5} + \frac{4}{5}M$	0	$Z = -\frac{28}{5} + \frac{17}{5}M$

نلاحظ أن جميع عناصر  $\Delta_j$  أصبحت كلها موجبة أو معدومة ولكن بقيت هناك متغيرة إصطناعية  $x_4^a$  داخل الأساس، وبالتالي فالحل مستحيل.