

Chapitre IV.

Analyse syntaxique descendante

a.hettab@centre-univ-mila.dz

Introduction

- Dans l'**analyse syntaxique descendante**, l'arbre syntaxique est construit depuis la racine puis en descendant dans l'arbre.
- **Les méthodes descendantes** sont **simples à implémenter**, mais la classe des grammaires non contextuelles, avec lesquelles on peut construire ces analyseurs, **n'est pas très grande**.
- Nous allons étudier les deux versions de la méthode d'analyse prédictive **LL** :
 - **l'analyse syntaxique LL(1)**.
 - **l'analyse par descente récursive**.

Analyse syntaxique LL

- L'analyse LL est une **analyse syntaxique descendante** pour certaines grammaires non contextuelles, dites **grammaires LL**.
- L'analyse LL analyse un mot d'entrée **de gauche à droite** (**Left to right** : c'est **le premier L de LL**) et en construit une **dérivation à gauche** (**Leftmost derivation** : c'est **le deuxième L de LL**).

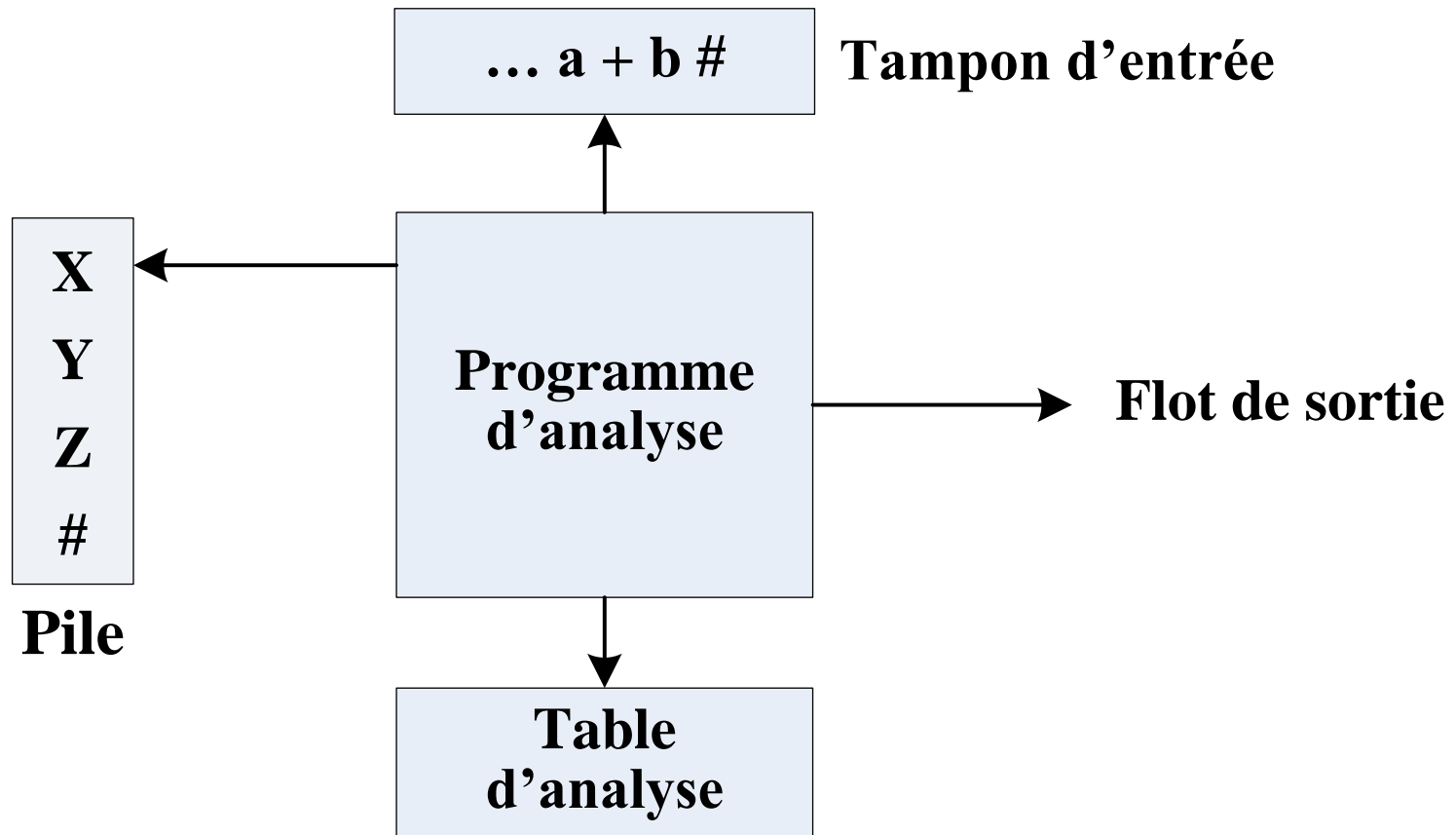
Analyse syntaxique LL(1)

- Une analyse LL est appelée analyse **analyse LL(1)** lorsqu'elle réalise une seule passe sur le mot d'entrée.
- Une analyse LL est appelée **analyse LL(k)** lorsqu'elle réalise **k** passes sur le mot d'entrée.
- Le nombre **k** est dans la majorité des cas égal à **1**, car pour **$k > 1$** l'analyse devient **moins intéressante**. C'est pour cette raison que nous utiliserons uniquement l'analyse **LL(1)** dans la suite du cours.

Architecture d'un analyseur LL(1)

- L'analyseur LL(1) est composé de :
- un **tampon d'entrée**, contenant la chaîne de caractères à analyser et doté de deux opérations: **lecture du caractère courant** et **passage au caractère suivant** ;
- une **pile** sur laquelle poser les **terminaux** et **non terminaux** de la grammaire qui restent à analyser ;
- une **table d'analyse** qui dit quelle règle utiliser (s'il y en a une) en fonction **des symboles au sommet de la pile** et du **caractère suivant**.

Architecture d'un analyseur LL(1)



Construction de la table d'analyse LL(1)

- Soit $G = \langle N, T, S, P \rangle$ une grammaire non contextuelle (où N désigne l'ensemble des variables ou **symboles non terminaux**, T l'alphabet terminal ou ensemble des **symboles terminaux**, P l'ensemble des **règles**, S l'**axiome** de la grammaire).
- Afin de calculer **la table d'analyse**, on introduit les deux fonctions: **Premier** et **Suivant** (*First* et *Follow* en anglais).

fonctions: *Premier* et *Suivant*

Premier

Fonction *Premier*:

- Pour toute expression $\alpha \in (T \cup N)^+$, on définit *Premier* (α) comme étant l'ensemble des **terminaux susceptibles de commencer** un mot **dérivé** de α .
- Plus formellement :
 - $Premier(\alpha) = \{a \in T \mid \exists \beta \in (T \cup N)^*, \alpha \Rightarrow^* a \beta\}$.
 - Si $\alpha \Rightarrow^* \varepsilon$ alors $\varepsilon \in Premier(\alpha)$.
 - Si $\alpha = \varepsilon$ alors $Premier(\alpha) = \Phi$.

Calcul de l'ensemble Premier

Premier(X)

- i) SI X est un terminal ALORS Premier (X)= X ;
- ii) SI $X \rightarrow \epsilon$ ALORS ajouter ϵ à Premier (X) ;
- iii) SI $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_n$ ALORS
 - SI $\epsilon \notin \text{Premier}(Y_1)$
ALORS on ajoute uniquement Premier (Y_1) à Premier (X);
 - SI $\epsilon \in \text{Premier}(Y_1), \dots, \text{Premier}(Y_{i-1})$ avec $2 \leq i \leq n$
ALORS ajouter Premier (Y_1), ..., Premier(Y_{i-1}), Premier(Y_i) ϵ exclu à Premier (X)
 - SI $\epsilon \in \text{Premier}(Y_1), \text{Premier}(Y_2), \dots, \text{Premier}(Y_n)$
ALORS ajouter ϵ à Premier (X)

Remarque :

- Ces règles sont appliquées jusqu'à ce qu'aucun terminal ni ϵ ne puisse être ajouté aux ensembles Premier.

fonctions: *Premier* et *Suivant*

Suivant

Fonction Suivant :

- Pour toute expression $\alpha \in (T \cup N)^+$, on définit *Suivant* (α) comme étant l'ensemble des *terminaux* susceptibles de *suivre* un mot *dérivé* de α .
- Plus formellement :
 - $Suivant(\alpha) = \{a \in Premier(\gamma) \mid \exists \beta, \gamma \in (T \cup N)^*, s \Rightarrow^* \beta \alpha \gamma\}$.
 - Si $\alpha = \varepsilon$ alors $Suivant(\alpha) = \Phi$.
 - On ajoute aussi le symbole '#' à tous les $\alpha \in (T \cup N)^+ \mid \exists \beta \in (T \cup N)^*, s \Rightarrow^* \beta \alpha$, de façon à pouvoir indiquer la fin de la chaîne d'entrée.

Calcul de l'ensemble SUIVANT

SUIVANT(X)

- i) Mettre **#** (qui est le marqueur de fin de l'entrée à analyser) dans **SUIVANT(S)** où **S** est l'axiome de la grammaire;
- ii) S'il y a une production **$A \rightarrow \alpha X \beta$**
ALORS ajouter **PREMIER(β)** sauf ϵ à **SUIVANT(X)** ;
- iii) S'il y a une production **$A \rightarrow \alpha X$** ou une production **$A \rightarrow \alpha X \beta$**
avec **$\epsilon \in \text{PREMIER}(\beta)$**
ALORS ajouter **SUIVANT(A)** à **SUIVANT(X)**;

Remarque :

- Ces règles sont appliquées jusqu'à ce qu'aucun terminal ni **#** ne puisse être ajouté aux ensembles **SUIVANT**.

fonctions: *Premier* et *Suivant*

Exemples

Exemple 1:

- Calculer les ensembles **Premier** et **Suivant** pour les non-terminaux de la grammaire dont les productions sont données ci-après :

$$S \rightarrow aSBA \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow aSb \mid b$$

$$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$$

	Premier	Suivant
S	a ε	# a b
A	a b	# a b
B	b ε	a b

fonctions: *Premier* et *Suivant*

Exemples

Exemple2:

- Calculer les ensembles **Premier** et **Suivant** pour les non-terminaux de la grammaire dont les productions sont données ci-après :

$S \rightarrow ABSb \mid \epsilon$

$A \rightarrow aBb \mid b$

$B \rightarrow bB \mid cS \mid \epsilon$

	Premier	Suivant
S	a b ϵ	# a b
A	a b	b c a
B	b c ϵ	a b

Remplissage de la table d'analyse

- La **table d'analyse** est une **matrice à deux dimensions**, dont les **lignes** sont indicées par des ***Non-terminaux*** et les **colonnes** par ***des Terminaux***.
- **Donnée** : Une grammaire non-contextuelle **G**.
- **Résultat** : Une table d'analyse **M** pour **G**;
- Les indices des lignes de **M** sont **les non-terminaux** de la grammaire ;
- les indices des colonnes sont **les terminaux** de la grammaire plus le caractère spécial **#** (**#** est le marqueur de fin du flot à analyser).

Remplissage de la table d'analyse

Algorithme

Pour toute règle de la forme $X \rightarrow \alpha$ Faire

Pour tout $a \in \text{Premier}(\alpha)$ Faire

 Ajouter $X \rightarrow \alpha$ à la case d'indice $M[X, a]$

Si $\epsilon \in \text{Premier}(\alpha)$ Alors

Pour tout $b \in \text{Suivant}(X)$ Faire

 Ajouter $X \rightarrow \alpha$ à la case d'indice $M[X, b]$

Fin pour

Fin Si

Fin pour

Fin pour

Grammaires LL(1)?

- Une **grammaire** est **LL(1)** lorsque sa **table d'analyse ne comporte pas plusieurs règles de production** pour une **même case**. Dans ce cas la table d'analyse est dite **mono-définie**. Dans le cas contraire la table d'analyse est dite **multi-définie**.
- Une grammaire **LL(1)** permet de faire une **analyse syntaxique descendante déterministe**. Au cours de toute dérivation, il existera au plus une possibilité pour remplacer un **non terminal** par une de ses **parties droites** selon le **caractère courant** de l'entrée à analyser.

Grammaires LL(1)?

- **Sans construire** de la **table d'analyse**, on peut dire qu'une grammaire est **LL(1)** ou **non**, si elle a les **propriétés suivantes**:
- S'il existe deux productions $A \rightarrow \alpha$ et $A \rightarrow \beta$ avec $(\alpha \neq \beta)$ dans une grammaire **LL(1)**, on a:
 - Il **n'existe** pas de terminal a tel que α et β génèrent tous deux des chaînes qui commencent par a ;
 - Au plus un de α et β peut générer la chaîne ϵ ;
 - Si $\beta \Rightarrow^* \epsilon$ alors α **ne peut pas générer** une chaîne dont le premier terminal est un élément de **Suivant(A)**.

Grammaires LL(1)?

Remarque :

- Les trois conditions précédentes peuvent être résumées par la formule ci-après.
- ✓ Une grammaire $G = \langle N, T, S, P \rangle$ est **LL(1)** si et seulement si pour toute paire de règles $A \rightarrow \alpha \mid \beta$ on a :

$$\text{Premier}(\alpha.\text{SUIVANT}(A)) \cap \text{Premier}(\beta.\text{SUIVANT}(A)) = \emptyset$$

Algorithme d'analyse

Initialement la pile contient # et au dessus **l'axiome** de la grammaire;

répéter Soit **X** le symbole en **sommet de pile** et Soit **a** le symbole d'entrée courant

Si **X** est un **non terminal** alors

Si $M[X, a] = X \rightarrow Y_1 \dots Y_n$ alors

Dépiler **X** de la pile et Empiler **Y_n** puis **Y_{n-1}**

puis..... puis **Y_1** dans la pile

Sinon /*case vide dans la table*/

Ecrire ('**ERREUR**')

Finsi

Sinon /*X est un terminal*/

(1)

(2)

analyse syntaxique descendante

Algorithme d'analyse

(1) (2)

Si **X = #** alors

Si **a = #** alors

Ecrire ('**ACCEPTER**')

Sinon

Ecrire ('**Erreur**')

Fin si

Sinon /*X est un terminal ≠ #*/

Si **X = a** alors

Dépiler **X** de la pile et **Avancer la lecture** sur le symbole suivant.

Sinon /*X est un terminal ≠ a*/

Ecrire ('**Erreur**')

Finsi

Finsi

Finsi

Fin Répéter

Exemple d'analyse LL(1)

- Considérer la grammaire $G = \langle \{E, E', T, T', F\}, \{+, *, (,), id\}, P, E \rangle$:

$E \rightarrow TE'$
 $E' \rightarrow +TE' \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow FT'$
 $T' \rightarrow * FT' \mid \varepsilon$
 $F \rightarrow (E) \mid i$

- ✓ Ensembles Premier et SUIVANT :

	Premier	SUIVANT
E	(i	#)
E'	+ ε	#)
T	(i	+ #)
T'	* ε	+ #)
F	(i	* + #)

Exemple d'analyse LL(1)

- Table d'analyse pour la grammaire précédente :

$E \rightarrow TE'$

$E' \rightarrow +TE' \mid \varepsilon$

$T \rightarrow FT'$

$T' \rightarrow * FT' \mid \varepsilon$

$F \rightarrow (E) \mid i$

	+	*	()	I	#
E			$E \rightarrow TE'$		$E \rightarrow TE'$	
E'	$E' \rightarrow +TE'$			$E' \rightarrow \varepsilon$		$E' \rightarrow \varepsilon$
T			$T \rightarrow FT'$		$T \rightarrow FT'$	
T'	$T' \rightarrow \varepsilon$	$T' \rightarrow * FT'$		$T' \rightarrow \varepsilon$		$T' \rightarrow \varepsilon$
F			$F \rightarrow (E)$		$F \rightarrow i$	

La grammaire précédente est LL(1)

Exemple d'analyse LL(1)

- Analyse de la chaîne **i + i * i #**

Contenu de la pile	Restant à analyser	Action
#E	i + i * i #	Dépiler(E) et Empiler(E'T)
#E'T	i + i * i #	Dépiler(T) et Empiler(T'F)
#E'T'F	i + i * i #	Dépiler(F) et Empiler(i)
#E'T'i	i + i * i #	Avancer
#E'T'	+ i * i #	Dépiler(T')
#E'	+ i * i #	Dépiler(E') et Empiler(E'T+)
#E'T+	+ i * i #	Avancer
#E'T	i * i #	Dépiler(T) et Empiler(T'F)
#E'T'F	i * i #	Dépiler(F) et Empiler(i)
#E'T'i	i * i #	Avancer
#E'T'	* i #	Dépiler(T') et Empiler(T'F*)
#E'T'F*	* i #	Avancer
#E'T'F	i #	Dépiler(F) et Empiler(i)
#E'T'i	i #	Avancer
#E'T'	#	Dépiler(T')
#E'	#	Dépiler(E')
#	#	« Chaîne acceptée »

Transformation d'une grammaire

- **Théorème** : Une grammaire **ambiguë**, ou **récursive à gauche** ou **non factorisée à gauche**, n'est pas une grammaire LL(1).
- il **n'existe** malheureusement **pas** de méthode **pour rendre une grammaire LL(1)**:
 - **une grammaire ambiguë** est une grammaire **mal** conçue. Il faut tenter de refaire la conception de la grammaire (tenir compte de la priorité des opérateurs, associer le premier else au dernier if...).
 - **Éliminer la récursivité à gauche** si cela est nécessaire.
 - **Factoriser les règles de production à gauche** si cela est nécessaire.

Factorisation à gauche d'une grammaire

- Des productions non factorisées à gauche d'une grammaire du type:

$$A \rightarrow \alpha\beta_1 \mid \alpha\beta_2 \mid \dots \mid \alpha\beta_n \mid \gamma \text{ où } \alpha \neq \varepsilon$$

- Sont remplacées par les productions suivantes:

$$A \rightarrow \alpha A' \mid \gamma$$
$$A' \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_n$$

Factorisation à gauche d'une grammaire

- **Exemple:**

Soit la grammaire G_1 ayant les règles de production suivantes :

$$S \rightarrow aC \mid abD \mid aBc$$

Après factorisation à gauche, on obtient une grammaire G'_1 équivalente à G_1 , dont les règles de production sont :

$$S \rightarrow aS'$$

$$S' \rightarrow C \mid bD \mid Bc$$

Elimination de la récursivité à gauche d'une grammaire

- Une grammaire est dite **récursive à gauche** si elle contient un non-terminal **A** tel que:

$$A \Rightarrow^* A\alpha$$

- Où **α** est une chaîne quelconque.
- **Elimination de la récursivité à gauche immédiate :**
- Les règles sous la forme suivante :

$$A \rightarrow A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid \dots \mid A\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_n$$

- où **β** ne commence pas par **A**.
- sont remplacées par les productions :

$$A \rightarrow \beta_1 A' \mid \beta_2 A' \mid \dots \mid \beta_n A'$$
$$A' \rightarrow \alpha_1 A' \mid \alpha_2 A' \mid \dots \mid \alpha_m A' \mid \varepsilon$$

Elimination de la récursivité à gauche d'une grammaire

- **Exemple:**

Soit la grammaire G_1 ayant les règles de production suivantes :

$$E \rightarrow E+T \mid T$$

$$T \rightarrow T*F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid \text{id}$$

Après l'élimination de la récursivité à gauche, on obtient une grammaire G'_1 équivalente à G_1 , dont les règles de production sont :

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +TE' \mid \varepsilon$$

$$T \rightarrow FT'$$

$$T' \rightarrow *FT' \mid \varepsilon$$

$$F \rightarrow (E) \mid \text{id}$$

Elimination de la récursivité à gauche indirecte

Grammaire sans cycle (dérivations $A \Rightarrow^+ A$) et sans production vide ($A \rightarrow \varepsilon$)

Ordonner les non-terminaux A_1, A_2, \dots, A_n ;

Pour $i:=1$ à n **Faire**

Pour $j:=1$ à $i-1$ **Faire**

Remplacer chaque production de la forme $A_i \rightarrow A_j \gamma$

Par les productions $A_i \rightarrow \delta_1 \gamma \mid \delta_2 \gamma \mid \dots \mid \delta_k \gamma$

Où $A_j \rightarrow \delta_1 \mid \delta_2 \mid \dots \mid \delta_k$ sont les productions A_j courantes.

Fait ;

Eliminer les récursivités gauches immédiates des productions A_i ;

Fait ;

Elimination de la récursivité à gauche indirecte

- **Exemple:**
- Eliminer la récursivité à gauche de la grammaire suivante:

$$S \rightarrow Ab \mid b \mid Sb$$

$$A \rightarrow a \mid AS \mid Sb$$

- Ordre S, A
- **Etape 1:** Elimination de la récursivité à gauche directe:

$$S \rightarrow AbS' \mid bS'$$

$$S' \rightarrow bS' \mid \varepsilon$$

- **Etape 2:** Substitution

$$A \rightarrow a \mid AS \mid AbS'b \mid bS'b$$

- Elimination de la récursivité gauche directe:

$$A \rightarrow aA' \mid bS'bA'$$

$$A' \rightarrow SA' \mid bS'bA' \mid \varepsilon$$

Analyse syntaxique par descente récurrente

Analyse syntaxique par descente récursive

- L'analyse syntaxique **par descente récursive** est une méthode d'analyse syntaxique **descendante** dans laquelle on exécute un ensemble **de procédures récursives** pour traiter la chaîne d'entrée.
- Une **procédure** est associée à chaque **non-terminal** d'une grammaire.
- Une analyse syntaxique **récursive LL(1)** se décompose en deux parties :
- **(i) construction de l'analyseur** : on écrit une procédure d'analyse pour chaque non-terminal
- **(ii) reconnaissance d'un mot** Une suite des appels de **procédure récursive** pour reconnaître un mot du langage.

Construction de l'analyseur

- **Condition:** la grammaire **doit vérifier** les **conditions LL(1)**.
- **Les étapes de construction:**
 - On ajoute la règle de production suivante : $Z \rightarrow S\#$ où **S** est l'axiome de la grammaire et **#** le marqueur de fin de la chaîne à analyser;
 - A chaque **non terminal** de la grammaire correspond **une procédure**;

Ecriture des procédures

- On utilise les variables **tc** et **ts** pour désigner, respectivement, le **symbole courant** de la chaîne d'entrée à analyser et son **symbole suivant**;
- Le traitement d'un membre droit d'une règle de production $A \rightarrow \alpha_i$ se fera comme suit :
- **Chaque terminal** en partie droite est comparé au symbole courant de l'entrée:
 - **Si égalité** lire le symbole suivant
 - **Sinon** déclencher l'impression d'une erreur ;
- **Chaque non-terminal** en partie droite conduit à son appel.

Ecriture des procédures

Le traitement d'un membre droit d'une règle de production

$A \rightarrow \alpha_i$ se fera comme suit :

- **Chaque terminal** en partie droite est comparé au symbole courant de l'entrée:
 - **Si égalité** lire le symbole suivant
 - **Sinon** déclencher l'impression d'une erreur ;
- **Chaque non-terminal** en partie droite conduit à son appel.

Exemple d'analyse

- Considérer la grammaire

$G = \langle \{S,A\}, \{a,b,c\}, S, P \rangle$ suivante:

$S \rightarrow a A b \mid \epsilon$

$A \rightarrow c A \mid ab$

- On ajoute la règle suivante :

$Z \rightarrow S \#$

- Ensembles **PREMIER** et **SUIVANT** :

	PREMIER	SUIVANT
S	a ϵ	#
A	c a	b

- La grammaire **G** précédente vérifie les conditions **LL(1)**

Écriture des procédures

Procédure Z()

Début

S();

Si tc = '#'

Alors "Chaine syntaxiquement
correcte"

Sinon "Erreur"

FinSi;

Fin.

Procédure S()

Début

Si tc = 'a'

Alors

tc = ts;

A();

Si tc = 'b'

Alors tc=ts

Sinon "Erreur"

FinSi;

FinSi;

Fin.

Écriture des procédures

Procédure A()

Début

Si tc='c'

Alors

tc = ts ;

A() ;

Sinon

Si tc = 'a'

Alors tc=ts

Si tc = 'b'

Alors tc =ts

Sinon "Erreur"

FinSi ;

Sinon "Erreur"

FinSi ;

FinSi ;

Fin.

Exemple d'analyse (1)

- Analyse de la chaine : **accabb#**

Contenu de la Pile	Restant à analyser	Action
Z	a c c a b b #	Appel S
ZS	a c c a b b #	Avancer ; Appel A
ZSA	c c a b b #	Avancer ; Appel A
ZSAA	c a b b #	Avancer ; Appel A
ZSAAA	a b b #	Avancer ; avancer ; retour A
ZSAA	b#	retour A
ZSA	b#	retour A
ZS	b#	avancer ; retour S
Z	#	"Chaine Correcte"

Exemple d'analyse (2)

- Analyse de la chaine : **acaabb#**

Contenu de la Pile	Restant à analyser	Action
Z	a c a a b b #	Appel S
ZS	a c a a b b #	Avancer ; Appel A
ZSA	c a a b b #	Avancer ; Appel A
ZSAA	a a b b #	Avancer ; "Erreur"
ZSAA	a b b #	"Chaine incorrecte"