1 - Expérience : Résultat [événement]

Lancer d'un dé $\Omega = \{1, 2, \dots, 6\}$ donc $k \in \{1, 2, \dots, 6\}$

Sondage à la sortie des urnes au cours d'un référendum — Nombre de Oui et de Non dans l'échantillon.

1-1-1 $\Omega = \{0, 1\}$ alors $Card(P(\Omega)) = 2^n = 2^2 = 4 = \{\phi, \{0\}, \{1\}, \{0,1\}\}$

Exemple 1.1.4 : 1) On jette un dé alors $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

l'élément $w = 2 \Rightarrow P(\Omega) = \frac{1}{2}$

2) On jette deux dés $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^2$

$$\Omega = \{(i,j) \ ; i, j \in \{1,2,3,4,5,6\}\} = \begin{Bmatrix} (1,1) & (1,2) & (1,3) & \cdots & (1,6) \\ (2,1) & (2,2) & \cdots & \cdots & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & \cdots & \cdots & (3,6) \\ \vdots & & & & \\ (6,1) & (6,2) & \cdots & \cdots & (6,6) \end{Bmatrix}$$

donc : $Card(\Omega) = 36$.

si $w = (3,5) \in \Omega$ le premier dé donne 3 et le second dé donne 5.

Exemple 1.1.5

$$P(B) = \sum_{i=0}^{10} P(B \cap A_i) = \sum_{i=0}^{4} P(B \cap A_i) + \sum_{i=5}^{10} P(B \cap A_i)$$

$$= 0 + \sum_{i=5}^{10} P(B \cap A_i)$$

$$P(B) = P(A_5) + P(A_6) + \dots P(A_{10})$$

$$= \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \dots + 0 = \frac{8}{11}$$

T.D 2 Licence 3 [Biochimie et Biotechnologie Végétale].

Ex 01 : 1) (A et B incompatible) $\Leftrightarrow$ $(A \cap B = \emptyset)$ $\Leftrightarrow$ $P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{5} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}.$$

2) (A et B independant) $\Leftrightarrow$ $(P(A \cap B) = P(A) \times P(B))$

donc $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{5} + P(B) - \frac{1}{5} \times P(B)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{5} + P(B)\left(1 - \frac{1}{5}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(B) = \frac{3}{8}}$$

3) [l'événement A ne peut être réalisé que si l'événement B est réalisé] $\Leftrightarrow$ $[P(A \cap B) = P(A)]$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)$$

$$\frac{1}{2} = \cancel{\frac{1}{5}} + P(B) - \cancel{\frac{1}{5}} \Rightarrow \boxed{P(B) = \frac{1}{2}}$$

Exo 2 : 1) soit $E = B \cup C$ et soit $P(A \cup E) = P(A) + \underbrace{P(E)}_{①} - \underbrace{P(A \cap E)}_{②}$

$E = \{A, B, C, \ldots\}$

① — $\boxed{P(E) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)}$

② — $P(A \cap E) = P(A \cap (B \cup C)) = P[(A \cap B) \cup (A \cap C)] = P(A \cap B) + P(A \cap C) - P(A \cap B \cap A \cap C)$

② — $\boxed{P(A\cap E) = P(A\cap B) + P(A\cap C) - P(A\cap B\cap C)}$

si ① et ② $P(A\cup E) = P(A\cup B\cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(B\cap C)$

$- P(A\cap B) - P(A\cap C) + P(A\cap B\cap C)$

② Même chose que : $E = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$

$P(A_1\cup A_2\cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) - P(A_1\cap A_2) - P(A_2\cap A_3) - P(A_3\cap$

$\dots \quad - P(A_{n-1}\cap A_n) + P(A_1\cap A_2\cap A_3\cap \dots \cap A_n)$

Exo3 : ① (E_1 et E_2 incompatibles) $\Leftrightarrow$ ($E_1\cap E_2 = \phi$)

donc : $E_1\cap E_2 = [A\cap \bar{B}\cap \bar{C}] \cap [A\cap (B\cup C)]$

remarque : si $E = \{1,2,3,4\}$

$B = \{1,2\}$ $\quad C_E^B = \bar{B} = \{3,4\}$ [$\bar{B}$ rappeler : B barre]

$B\cap \bar{B} = \phi$ $\quad \bar{\cup} = \cap$

$\bar{\cap} = \cup$

① $E_1\cap E_2 = (A\cap \bar{B}\cap \bar{C}\cap A\cap B) \cup (A\cap \bar{B}\cap \bar{C}\cap C)$

$= (A\cap \bar{B}\cap B\cap \bar{C}) \cup (A\cap \bar{B}\cap \bar{C}\cap C)$

$= (A\cap \phi\cap \bar{C}) \cup (A\cap \bar{B}\cap \phi)$

$E_1\cap E_2 = (A\cap \phi) \cup (A\cap \phi) = \phi \cup \phi = \phi$

② $E_1\cup E_2 = [A\cap \bar{B}\cap \bar{C}] \cup [A\cap (B\cup C)]$

$= [A\cap (\overline{B}\,\bar{\cup}\,\overline{C})] \cup [A\cap (B\cup C)]$

$= [A\cap (\overline{B\cup C})] \cup [A\cap (B\cup C)]$ $\quad$ si $k = B\cup C$

$E_1 \cup E_2 = (A \cap \bar{k}) \cup (A \cap k)$

<u>EXO 4 :</u>

① soit "A" [la probabilité que la somme des Points obtenus soit > 10 sachant que : un dés résultat est 6].

donc : $A = \{(5,6)\ (6,5)\}$

$P(5) = 1 - [P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(6)] =$
$P(1) + P(2) + \cdots + P(6) = 1.$

$$P(A) = P((5,6) \cup (6,5)) = P(5,6) + P(6,5) - P[(5,6) \cap (6,5)]$$

$$P(A) = P(5) \times P(6) + P(6) \times P(5) - P(6)$$

$$P(A) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} - \frac{1}{4}.$$

$$P(A) = 2\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

② le premier résultat est 6.

donc $P(6,x) = P(6,5) = P(6) + P(5) = \frac{3}{8}$