

مكونات المعرفة الرياضية وتدريسها

× مقدمة:

- × تتضمن كتب الرياضيات أشياء كثيرة كالأعداد، العمليات الرياضية، المعادلات، الأشكال الهندسية (المثلث، المربع، المكعب،)
- × الرموز، الصيغ الرياضية، العلاقات،.....
- × لا شك أن معرفة الطالب والمعلم لكل من هذه الأشياء وغيرها من المعرفة الرياضية (أي معرفة ما هو كل شيء من هذه الأشياء؟) يعتبر خطوة مهمة لإدراكها وفهمها بالنسبة للطالب، كما أنها مهمة بالنسبة للمعلم؛ ليتمكن من تقديمها وعرضها وتقويم تحصيل الطلاب فيها بالطريقة المناسبة لكل منها. فالرياضيات ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة عن بعضها أو مهارات آلية، بل إنها عبارة عن أنظمة وأبنية محكمة ترتبط ببعضها ارتباطاً وثيقاً. هذه الأبنية والتراكيب تتكون من لبنات أساسية تعد المكونات الرئيسة للمعرفة الرياضية.
- × وفيما يلي عرض للمكونات الرئيسة للمعرفة الرياضية، والطرق والاستراتيجيات المناسبة لتدريس كل منها.

✘ **تحليل المحتوى:** يقصد بتحليل المحتوى تحديد مكونات المعرفة الرياضية التي يتضمّنها الدرس أو الوحدة أو الكتاب المدرسي. أي أن تحليل المحتوى في الرياضيات يتعلق بالإجابة عن السؤال: ماذا نعلم في الرياضيات؟ حيث إن معرفة ماذا يُعلم (يُدّرس) في الرياضيات يعد إحدى المهام الرئيسية لمعلم الرياضيات، كما أن عملية تحليل المحتوى تمثّل إحدى المهارات الأساسية لمعلم الرياضيات، والتي من شأنها ضمان التخطيط الجيد للدرس، وضمان تحقيق أهداف التعلم، وسهولة قياسها.

✘

✘ :

× مكونات المعرفة الرياضية وتدريسها:

× تُصنّف المعرفة الرياضية إلى المكونات الرئيسة التالية:

× أولاً - المفاهيم الرياضية:

× المفهوم: هو تكوين عقلي ينشأ عن تجريد خاصية أو أكثر من مواقف متعددة، تتوفر في كل منها هذه الخاصية، حيث تُعزل هذه الخاصية مما يحيط بها من المواقف المعينة، وتُعطى اسماً يُعبّر عنه بلفظ أو رمز.

× ويعرّف المفهوم أيضاً بأنه: فكرة مجردة يمكن بالإعتماد عليها تصنيف الأشياء وتحديد ما إذا كانت هذه الأشياء أمثلة أو ليست أمثلة لتلك الفكرة المجردة.

× كما أن المفهوم يعني الصورة الذهنية التي تتكون لدى الفرد نتيجة تعميم صفات وخصائص أسنتجت من أشياء متشابهة هي أمثلة ذلك المفهوم.

× .

ويمكن القول إن المفهوم عبارة عن فكرة مجردة أو صورة ذهنية (عقلية) يكوّنها الفرد حول عدة أشياء أو مواقف رياضية تشترك جميعها في خاصية أو أكثر، بحيث يمكن الاعتماد على هذه الفكرة في تصنيف الأشياء وتحديد ما إذا كانت أمثلة أو ليست أمثلة على هذه الفكرة المجردة.

فمثلاً مفهوم الاثنين أو خاصية الاثنينية ما هي إلا تجريد عقلي للخاصية المشتركة الموجودة في كثير من المواقف، ومنها: الوالدان، الزوجان، العينان، الأذنان، الذراعان، القدمان،... حيث إن كلاً من هذه أمثلة تسمى اثنان ويرمز لها بالرمز 2، ومع تجريد هذه الخاصية فإن مفهوم العدد اثنين -2- ليس له علاقة بالوالدين أو الزوجين أو العينين،... . ومن أمثلة المفاهيم في الرياضيات: المثلث، المربع، العدد الزوجي، العدد الأولي، القاسم، المضاعف، الإبدال، التجميع، العنصر المحايد، الأس، الأساس،.....

× تصنيف المفاهيم الرياضية:

× تُصنّف المفاهيم وفق عدد من الطرق أو الأسس، ومن تصنيفات المفاهيم ما يلي:

× 1- المفاهيم الدلالية والمفاهيم الوصفية:

× أ- المفهوم الدلالي: هو الذي يدل على شيء معين يميزه عن غيره من الأشياء مثل مفهوم: العدد الفردي، العدد الصحيح،
× تسمى مجموعة الأشياء التي يحددها المفهوم مجموعة الإسناد أو المرجع، فمثلاً مجموعة الإسناد للعدد الفردي هي: 1 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 ، ،
× ب- المفهوم الوصفي: وهو الذي لا يدل على شيء معين أو شيء

محدد، وإنما يحدد خاصية أو خصائص معينة تتصف بها مجموعة من الأشياء، ومن أمثلة المفاهيم الوصفية: خاصية لإبدال في جمع الأعداد، كما أن خاصية التجميع في الضرب تعتبر مثلاً على المفهوم الوصفي ...
×

× 2- المفاهيم الحسية والمفاهيم المحرّدة:

× المفهوم الحسي هو الذي يمكن ملاحظته أو مشاهدته، أي أنه يرتبط بالأشياء المادية مثل: متوازي المستطيلات، المربع، الدائرة،

.....

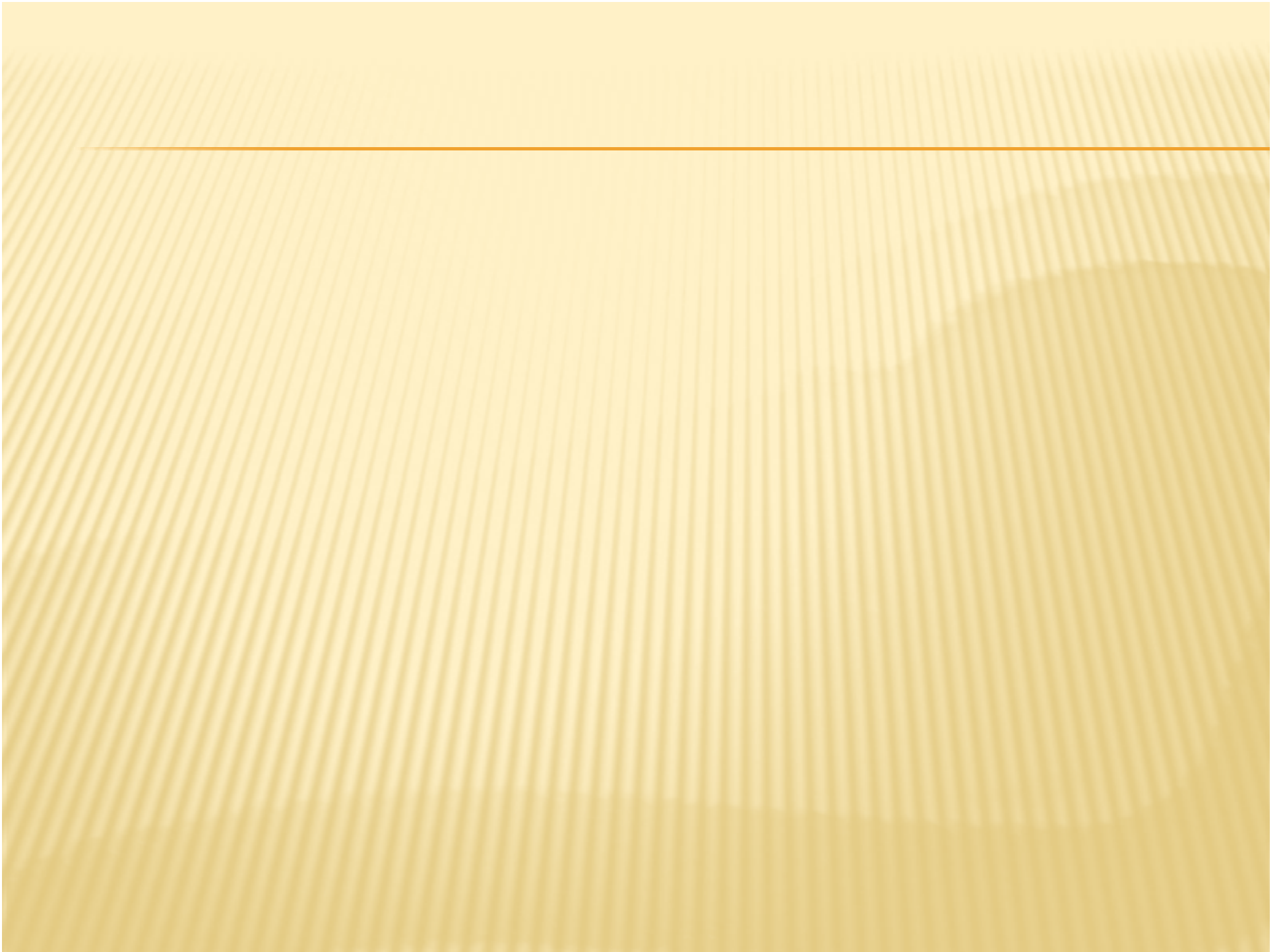
× ب- المفهوم المجرد: هو المفهوم الدلالي غير الحسي، أي أنه لا يمكن ملاحظة أو مشاهدة مجموعة الإسناد له. مثل مفهوم العدد النسبي، الدالة،..... . معظم المفاهيم الرياضية تعتبر مفاهيم مجردة.

× .

× -المفاهيم المعرّفة والمفاهيم غير المعرفة:

× المفهوم المعرّف هو الذي يمكن التعبير عنه بصياغات لفظية شارحة (مفسرة) بدلالة مفاهيم أخرى أبسط منها أو سبق تعريفها وتوضيحها. فمثلاً يُعرّف المربع بأنه: شكل رباعي جميع أضلاعه متطابقة وإحدى زواياه قائمة. فجميع المصطلحات المستخدمة في التعريف تكون معروفة من قبل. فالمفاهيم الواردة في التعريف: الشكل الرباعي، الضلع، التطابق، الزاوية كلها معروفة وواضحة.

× المفاهيم غير المعرفة (اللا معرفة) وهي المفاهيم التي تقبل بدون تعريف، ولكنه يتم تحديد بعض خواصها، أي أن المفاهيم غير المعرفة لا يمكن إيجاد عبارة تصف المفهوم وصفاً محدداً. ومن أمثلة المفاهيم غير المعرفة: النقطة، المستقيم، المستوي،



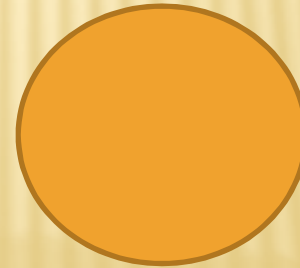
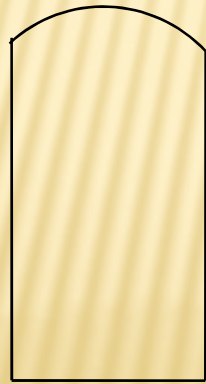
✘ **تدريس المفاهيم الرياضية:**

✘ المفاهيم الرياضية هي اللبنة أو الركائز الأساسية التي تُبنى عليها المعرفة الرياضية. إن اكتساب الطالب للمفاهيم الرياضية يشكل جزءاً من عملية تعليم الرياضيات داخل الصف الدراسي. وهناك عدد من الإجراءات أو التصرفات التي يقوم بها المعلم لتعليم الطلاب المفاهيم الرياضية. هذه الإجراءات أو التصرفات تسمى تحركات تدريس المفاهيم. وفيما يلي عرض لأبرز تلك التحركات:

- × 1- تحرك التعريف: في هذا الإجراء يقوم المعلم بإعطاء المفهوم (اسم المفهوم أو المصطلح أو الرمز) تفسيراً وشرحاً لغوياً يوضح معناه. ويعد تحرك التعريف من أكثر التحركات شيوعاً في الاستعمال وسهولة في الاستخدام، وأكثرها دقة في تحديد المفهوم. ولكن في الوقت نفسه يعد تحرك التعريف من التحركات الصعبة على التلاميذ خاصة في المراحل المبكرة، مما يجعلهم يلجأون لحفظ التعريف دون فهم، وبالتالي لا يستطيعون توظيف هذه المفاهيم واستخدامها.
- × وعلى الرغم من أهمية التعريف ودوره في تحديد المفهوم وتوضيحه، إلا أنه ليس ضرورياً في تكوين المفهوم ولا في استخدامه، طالما أن المفهوم موضحاً بطرق إجرائية وأمثلة توضيحية. أي أن عملية إعطاء تعريف للمفهوم يعتمد على المستوى الدراسي للطالب ومستوى النضج، ومدى تجريد المفهوم نفسه. ولكن يظل إعطاء تعريف للمفهوم مطلباً أساسياً وخاصة في المراحل العليا.

× 2- تحرك المثال: في هذا النوع من التحركات يقوم المعلم بتقديم (إعطاء) مثال أو أكثر على المفهوم، على أن تتوفر في كل مثال جميع خصائص المفهوم. فمثلاً عند تدريس مفهوم العدد الأولي يعطي المعلم أمثلة على العدد الأولي مثل: 2، 3، 5، 7، 11، 13، ...

× 3- تحرك اللامثال: يقصد باللامثال الحالة أو النموذج التي لا تتوفر فيها خاصية أو أكثر من خصائص المفهوم. وتحرك اللامثال يعني تقديم مثال أو أكثر لا ينتمي للمفهوم، أي أنها أمثلة عدم انتماء للمفهوم. فمثلاً في مفهوم العدد الزوجي(العدد الذي يقبل القسمة على اثنين بدون باقٍ) تكون الأعداد: 3 ، 7 ، 49 لا أمثلة على مفهوم العدد الزوجي. وفي مفهوم المضلع: الأشكال التالية عبارة عن لا أمثلة على المضلع:



× استراتيجيات تعليم (تدريس) المفاهيم الرياضية:

- × المقصود بالاستراتيجية هنا مجموعة متتابة من التحركات التي يقوم بها المعلم والتلاميذ أثناء تعليم وتعلم المفهوم الرياضي. ومن الاستراتيجيات الشائعة في تدريس المفاهيم الرياضية ما يلي:
- × 1- استراتيجية: تعريف - أمثلة انتماء - أمثلة عدم انتماء (لا أمثلة).
- × في هذه الاستراتيجية يبدأ المعلم بتعريف المفهوم ثم يقدم أمثلة توضّح التعريف، ثم تأتي مرحلة الـ أمثلة؛ لتمكّن الطالب من التمييز بين الأشياء المنتمية للمفهوم وغير المنتمية له.

-
- × 2- استراتيجية: تعريف - أمثلة انتماء.
 - × 3- استراتيجية: أمثلة انتماء - تعريف.
 - × 4- استراتيجية: أمثلة انتماء - أمثلة عدم انتماء - تعريف.
 - × 5- استراتيجية: أمثلة انتماء - أمثلة عدم انتماء (أو العكس).
 - × 6- استراتيجية: أمثلة انتماء.

✘ تقويم (قياس) مدى إتقان (فهم) الطالب للمفهوم:

- ✘ حدد بعض المتخصصين في تعليم الرياضيات نماذج أو معايير يتم من خلالها الحكم على مدى إتقان الطالب للمفهوم الرياضي. حيث يتضمن النموذج عدداً من الأعمال أو الإجراءات أو المعايير السلوكية التي يجب أن يقوم بها المتعلم. والجدول التالي يوضح بعض الإجراءات أو المعايير التي يتضمنها أحد نماذج تقويم إتقان المفهوم الرياضي:

المعطي للطالب	الإجراء أو السلوك الذي يقوم به الطالب
إذا أُعطي اسم المفهوم (المصطلح).	يعطي مثالاً مناسباً عليه - ومثالاً لا ينطبق عليه (لامثال)
إذا أُعطي مثالاً على المفهوم	يحدد اسم المفهوم (المصطلح)
إذا أُعطي اسم المفهوم	يقدم تعريفاً للمفهوم
إذا أُعطي تعريف المفهوم	يحدد اسم المفهوم
إذا أُعطي اسم المفهوم	يحدد الصفة المرتبطة بالمفهوم - ويحدد صفة لا ترتبط بالمفهوم.

✘ كما أن قدرة الطالب على اختيار مثلاً على المفهوم من بين مجموعة من الأمثلة المتنوعة، وتبرير عدم انتماء مثال أو حالة للمفهوم، والتعرف على أوجه التشابه والاختلاف بين المفاهيم المتشابهة في بعض الخصائص تعتبر من الإجراءات التي تدل على إتقان الطالب للمفهوم.

× ثانياً- التعميمات الرياضية:

× التعميم الرياضي هو علاقة بين مفهومين أو أكثر من المفاهيم الرياضية.

× ويعرّف التعميم الرياضي أيضاً بأنه: عبارة لفظية أو صيغة رمزية تربط بين مفهومين أو أكثر، تبرز فيها العلاقات التي تربط بين المفاهيم المكوّنة للتعميم..

× ويمكن تعريف التعميم الرياضي بأنه: عبارة عن جملة خبرية(تقرير) تحدد علاقة بين مفهومين أو أكثر، وهذه العلاقة يمكن برهنتها أو استنباطها أو استقراءها أو التسليم بصحتها . ويشمل التعميم كلاً من: الحقيقة، النظرية، المبدأ، القانون، القاعدة، المسلمة ، البديهية.

ومن الأمثلة على التعميمات الرياضية ما يلي:

✗ $35 = 7 \times 5$ (حقيقة).

✗ $1000 \text{ كغ} = 1 \text{ غ}$ (حقيقة).

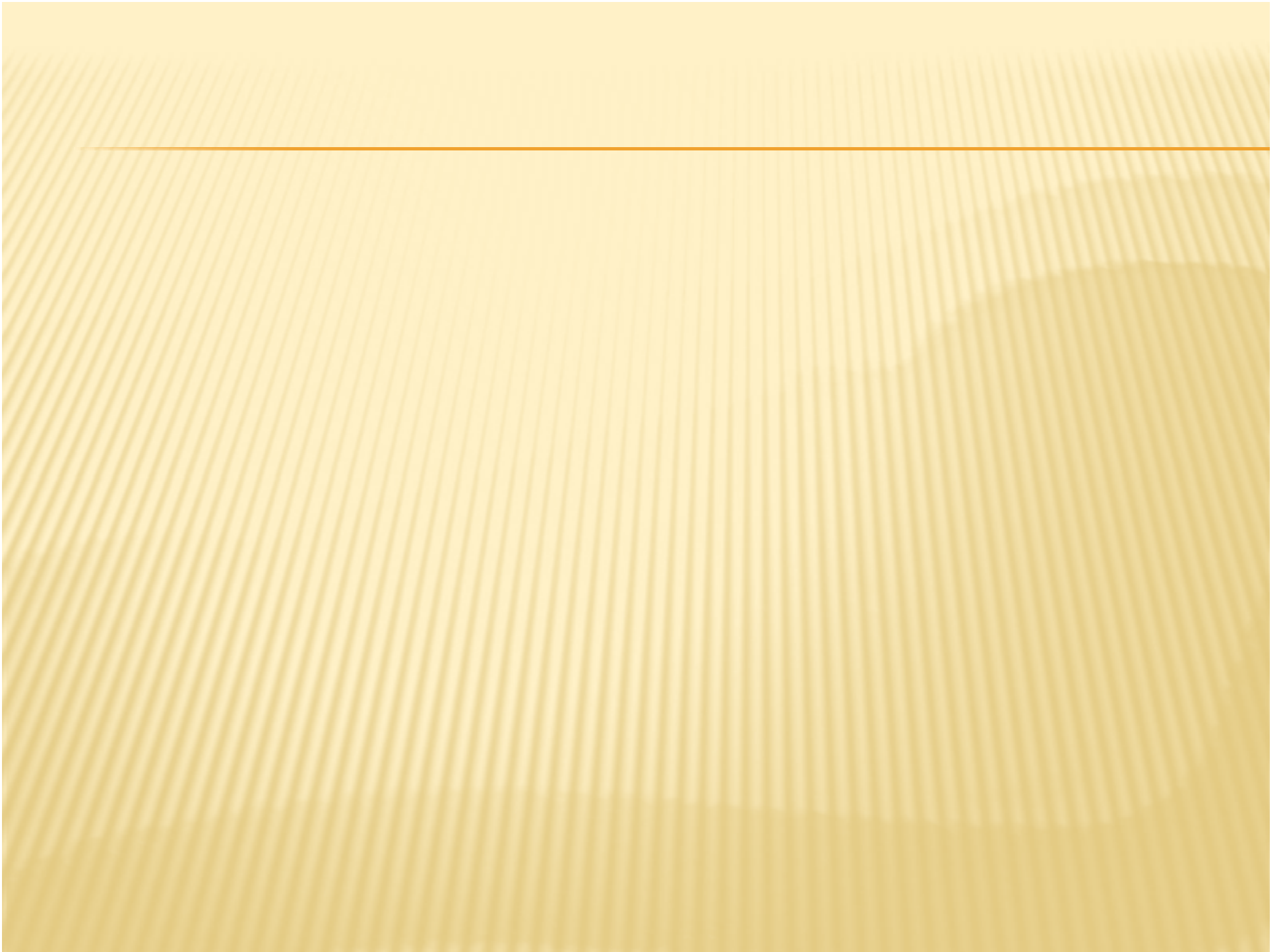
✗ مجموع قياسات الزوايا الداخلية في المثلث تساوي 180° (نظرية).

✗ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (قانون).

✗ $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$. قاعدة.

✗ كل نقطتين مختلفتين في المستوى تحددان مستقيماً واحداً فقط (مسلمة).

✗ الكل أكبر من الجزء (بديهية).



✘ **تدريس التعميمات الرياضية:**

- ✘ يتم تدريس التعميمات الرياضية غالباً بطريقتين:
- ✘ الطريقة الأولى- العرض: تدريس التعميمات وفق هذه الطريقة يسير حسب الخطوات التالية:
- ✘ 1- التقديم: حيث يعطي المعلم مقدمة تمهيدية عن التعميم المراد تدريسه، تتضمن هذه المقدمة اسم (عنوان) التعميم، أو الهدف من تعلمه، أو إقناع التلاميذ بأهميته لإيجاد دافع لديهم للتعلم.
- ✘ 2- صياغة التعميم: في هذه الخطوة يقدم المعلم نص التعميم، وقد تكون الصياغة لفظية أو رمزية.
- ✘ 3- إعطاء أمثلة: حيث يقدم المعلم مثلاً أو أكثر على التعميم واستخداماته.
- ✘ 4- التفسير: في هذه الخطوة يوضح المعلم المفاهيم والأفكار التي يتضمنها التعميم.
- ✘ 5- التبرير: في هذه الخطوة يقوم المعلم بتقديم الدليل على صحة التعميم بالوسيلة المناسبة للطلاب كالبرهنة أو الأشكال أو الطرق العملية.

الطريقة الثانية- الاكتشاف الموجه: يتم في هذه الطريقة تأخير خطوة صياغة التعميم إلى المرحلة الأخيرة، حيث إن المعلم بعد خطوة التمهيد يقدم أو يهيئ للطلاب عدداً من الأمثلة والنشاطات التي يصل من خلالها الطلاب إلى اكتشاف التعميم بأنفسهم من خلال عمليات الاستقراء أو الاستنتاج.

فمثلاً لتدريس التعميم: حاصل ضرب عددين أحدهما فردي والآخر زوجي ، يكون عدداً زوجياً.

يقدم المعلم بعد التمهيد الأمثلة التالية ويطلب من الطلاب حلها:

$$=9 \times 10$$

$$=2 \times 1$$

$$=12 \times 5$$

$$=4 \times 3$$



$$=7 \times 4$$

$$=6 \times 7$$

من خلال الأمثلة السابقة نستنتج أن:

حاصل ضرب عدد في عدد يكون عدداً

- ✘ تدريس التعميم: مجموع قياسات الزوايا الداخلية في المضلع تساوي $(n-2) \times 180$. حيث n عدد الأضلاع.
- ✘ يقدم المعلم للطلاب النشاط التالي:

المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات التي ينقسم إليها المضلع	العلاقة بين عدد المثلثات الناتجة وعدد الأضلاع	مجموع قياسات الزوايا
	3	1	$3-2=1$	180°
	4	2	$4-2=2$	360°
	5	3	$5-2=3$	540°
	6	4	$6-2=4$	720°
الاستنتاج	مجموع قياسات الزوايا الداخلية في مضلع n = $(n-2) \times 180^\circ$			

× قياس (تقويم) إتقان التعميمات الرياضية:

× يمكن للمعلم التأكد من إتقان الطالب للتعميم الرياضي من خلال قدرة الطالب على القيام ببعض الإجراءات، منها:

× 1- فهم المفاهيم والمصطلحات الواردة في التعميم.

× 2- صياغة التعميم بلغة الطالب الخاصة.

× 3- تقديم الطالب أمثلة وحالات خاصة على التعميم.

× 4- بيان صحة التعميم.

× 5- استخدام التعميم في مواقف جديدة (غير مألوفة).

×

×

× ثالثاً- المهارات الرياضية:

- × المهارات الرياضية تعد جزءاً أساسياً من محتوى الرياضيات في أي مرحلة تعليمية، وفي كل صف من الصفوف.
- × وتعرّف المهارة بأنها: القدرة على أداء عمل ما بمستوى عالٍ من الإتقان، وبأقل جهد وفي أقل وقت ممكن.
- × وتعرّف المهارة الرياضية بأنها: القدرة على القيام بالعمليات الرياضية بسرعة ودقة وفهم وإتقان، وذلك باستخدام القواعد والتعليمات أو بواسطة خطوات متتابعة ومرتبطة تعرف بالخوارزميات.
- × ويقصد بالخوارزمية: الأسلوب أو الطريقة المتبعة للقيام بعمل ما، وتتكون من مجموعة من الخطوات المتتابعة التي تؤدي إلى الهدف. ومن الأمثلة على الخوارزميات: خوارزمية القسمة المطولة - خوارزمية ضرب عدد من رقمين في عدد من رقمين، خوارزمية إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعددتين، خوارزمية تحليل عدد إلى عوامله الأولية، خوارزمية رسم العمود المنصف لقطعة مستقيمة.

مما سبق يلاحظ أن المهارة لا بد أن تتوفر فيها ثلاثة عناصر: السرعة، الدقة (الإتقان)، الفهم. والمهارات الرياضية قد تكون مهارات عقلية مثل حل المسائل، وإجراء العمليات الرياضية. وقد تكون مهارة نفسحركية، وهي التي تعتمد على الجانب الحركي (الجسمي). ويتطلب أداء المهارة الحركية تأزر الجهازين العصبي والعضلي.

ومن الأمثلة على المهارات الرياضية:

- ✘ قراءة وكتابة الأعداد - إجراء العمليات الحسابية - التقريب والتقدير -
- ✘ القياس - حل المعادلات والمتباينات - استخدام الأدوات الهندسية - إنشاء
- ✘ وقراءة وتفسير البيانات - استخدام الحاسبات الآلية والحواسيب - حل
- ✘ المشكلات - الاستقراء ، الاستنباط،

✘

✘

× تنمية المهارات الرياضية:

× يعد تنمية المهارات من الأهداف الرئيسة لتعليم الرياضيات، حيث إن عدم اكتساب الطلاب للمهارات الرياضية قد يعيق تقدمهم وانطلاقهم في دراسة الرياضيات، فليس كافياً مجرد معرفة الطالب لآلية جمع الكسور الاعتيادية ذات المقامات المختلفة، إذ إنه لا بد أن يكتسب الطالب المهارة في ذلك.

× وبالرغم من أنه يمكن تعلّم المهارات واكتسابها من خلال التقليد والتدريب، لكن التقليد هنا ليس مجرد تقليداً آلياً، بل إنه يجب أن يصاحبه معرفة وفهم للمفاهيم والنظريات والقواعد التي تتضمنها المهارة. وكذلك إعطاء الطالب وقتاً كافياً للتدريب على المهارة ليكتسبها بطريقة تجعله يفهم ويدرك ما يعمله أو يقوم به.

×

✘ خطوات إرشادية لتنمية المهارات الرياضية لدى الطلاب:

- ✘ 1- تنمية الفهم قبل المهارة ، بمعنى أنه يجب على المعلم عدم إعطاء الطلاب قواعد جامدة وقوالب صماء، يقومون بتنفيذها آلياً دون فهم.
- ✘ 2- الابتعاد عن التدريب الروتيني والعمل الآلي.
- ✘ 3- ربط المهارة الجديدة بالمهارات السابقة.
- ✘ 4- اكتشاف الأخطاء وعلاجها.
- ✘ 5- إثارة حماس الطلاب ودافعيتهم.