Centre Universitaire Abdelhafid BOUSSOUF-Mila
Institut de science et de technologie

Département de science et technique
Master II Electromécanique
Module Techniques de Commande Avancés **année universitaire 2020/2021**

TD 01

Exercice 01 :

On considère le système a une entrée, une sortie et d'ordre n associe a la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

1. Quelles sont les dimensions des matrices A, B et C ?
2. Quel nom donne-t-on à la matrice A, B et C ?
3. Que représentent les valeurs propres de la matrice A ?
4. Que doit satisfaire A pour que le système soit stable ?
5. Donner l'expression de la fonction de transfert du système en fonction de A, B et C.
6. Donner la condition portant sur A et B pour que le système soit commandable.
7. Ecrire l'expression générale de la commande par retour d'état et donner une représentation schématique du coupe système retour d'état.

Exercice 02 :

Le comportement d'un système est décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 + 3\dot{z}_2 + 4\dot{z}_1 + z_1 = u_1 + 2u_2 \\ \ddot{z}_2 + 2\ddot{z}_1 + \dot{z}_2 + z_2 = u_1 + u_2 \end{cases}$$

1. On pose comme variables d'état : $x_1 = z_1$, $x_1 = z_2$, $x_3 = \dot{z}_1$ et $x_4 = \dot{z}_2$. Donner l'équation d'état de ce système.
2. quelle est l'équation de sortie si z_1 et z_2 sont les sortie de système ? répondre à la même question si les sorties sont z_1 et $\dot{z}_2$.

Exercice 03 :

On donne la fonction de transfert d'un système en boucle ouverte :

$$H(s) = \frac{10(s+20)}{s(s+3)(s+10)}$$

1- Déterminer la représentation d'état de ce système, une représentation d'état à mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

2- L'objectif est d'avoir une réponse indicielle de ce système en boucle fermée, avec un dépassement de 9.5% et ce premier dépassement ait lieu à $t_{peak} = 165\ ms$.

a- Déterminer le coefficient d'amortissement ξ.

b- En déduire la pulsation propre ω_n du système.

3- Donner le polynôme de second degré $D(s) = s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2$.

4- Calculer le gain du retour d'état $K = [\, k_1 \;\; k_2 \;\; k_3]$, qui permettrait d'atteindre l'objectif précisé à la Question 2, le polynôme caractéristique désiré contiendra aussi le pôle -20, afin de compenser le zéro de la fonction de transfert (On calculera le déterminant de la matrice $\lambda I-(A-BK)$, puis l'identifier au polynôme caractéristique désiré)

Exercice 04 :

On considère le système décrit par la fonction de transfert suivante :

$$\boldsymbol{H(s)=\frac{s+10}{s(s+\alpha)(s+\beta)}}$$

ou α et β sont des paramètres réels non nuls ($\alpha\neq 0$ et $\beta\neq 0$).

1. Déterminer les pôles et zéros du système. Que dire la stabilité du système ? Justifiez.
2. En vous appuyant sur la méthode présentée en cours, retrouver la représentation d'état du système sous forme canonique de commande en détaillant la méthode.
3. Le système mis sous forme d'état est il commandable ? Justifiez votre réponse.
4. Etablir le schéma de simulation associé à la représentation d'état canonique commandable.

Exercice 05 :

On considère le système régi par l'équation d'état suivante :

$$\boldsymbol{\dot{x}=Ax+Bu}\ \ \textbf{avec}\ \ \boldsymbol{A=\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -1 & -4\end{bmatrix}}\ \textbf{et}\ \boldsymbol{B=\begin{bmatrix}-3\\ 1\end{bmatrix}}.$$

Montrer que ce système est commandable en modes et déterminer les performances dynamiques du système (temps de montée et dépassement), dans le cas d'une commande par retour d'état avec un vecteur de gain $K=[-55\ \ -68]$ et un signal de consigne en échelon unité.

Exercice 06 :

On considère le système régi par l'équation d'état suivante :

$$\boldsymbol{\dot{x}=Ax+Bu}\ \ \textbf{avec}\ \ \boldsymbol{A=\begin{bmatrix}-1 & -5\\ 2 & -8\end{bmatrix}}\ \textbf{et}\ \boldsymbol{B=\begin{bmatrix}4\\ -1\end{bmatrix}}.$$

Etudier la commandabilité de ce système et calculer le vecteur de gain K à introduire dans une boucle de retour d'état pour que le système, en boucle fermé est soumis à un échelon unitaire de consigne, soit caractérisé par une marge de phase de 45° et par un temps de montée $t_m=0.4s$.

Exercice 07 :

On considère le système régi par l'équation d'état suivante :

$$\dot{x}=Ax+Bu\ \ \text{avec}\ \ A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & -1 & 1\end{bmatrix}\ \text{et}\ B=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}.$$

1. Déterminer la stabilité du système.
2. Déterminer la commandabilité du système.
3. Déterminer un retour d'état K, tel que les pôles de la boucle fermée se retrouvant à $s_1=-10$ et $s_{2,3}=-20\pm 10i$.
4. Vérifier en calculant les valeurs propres de la matrice d'état en boucle fermée.